جبر مقابلہ

مولفہ

ٹاڈہنٹر صاحب ایم اے۔ ایف۔ آر ایس

مبتدیوں کے لئے معہ بہت سی مثالوں کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر

میور کالج الہ آباد

نے

اردو میں ترجمہ کیا

چوتھی دفعہ صحیح ہو کر بمقام دہلی

مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین کے چھاپا گیا

سنہ ۱۸۷۶ عیسوی

بسم اللہ الرحمن الرحیم

دیباچہ

یہہ جبر مقابلہ مبتدیون کے واسطے ولایت انگلستان مین جناب ٹوڈہنٹر صاحب نے لکہا ہے
جناب ممدوح آجکل ولایت مین بڑے مہندس مشہور ہین جب بہت لوگون نے بہت سی آرزو اور تمنا ایسی
کتاب کے لئے ظاہر کی تو اونہون نے اس کتاب کو تالیف کیا اور درحقیقت یہہ جبر مقابلہ دیباچہ
صاحب ممدوح کے بڑے جبر مقابلہ کا ہے اور اوسمین ابتدائی اصول بیان ہوئی ہین اور اس
مین نہایت کوشش اور سعی کی گئی ہے کہ یہہ کتاب مبتدیون کی سمجہہ مین آے اصلی زبان
کی پاکی اور صفائی پر بہت توجہ ہوئی ہے اصول ابتدائی کی امتحانون مین جو مضامین زیادہ
پوچہنے مین آتے ہین اونکو بہت تفصیل اور بسط سے لکہا ہے اور جو مطالب کمتر استفسار
ہوتی ہین اونکو مختصر طور پر تحریر کیا ہے یہہ کتاب تین حصون مین منقسم ہے حصہ اول مین اٹہارہ
باب ہین اور اونمین سب اعمال صحاح اور کسور کے بیان کئے گئے ہین اس دوسرے حصہ مین بارہ باب
ہین اور اونمین مساوات اور سوالات کے حل کا بیان ہے ان دو حصون مین ابتدائی اصول کو
خوب بیان کیا ہی اور بہت سی اونکی مثالین لکہی ہین جو اکثر امتحانون مین پوچہی جاتی ہین
باقی تیسرے حصہ مین مضامین مختلفہ مندرج ہین اور وہ امتحان ابتدائی مین کم استفسار کئے
جاتے ہین اسلئے اونکو مختصر طور پر لکہا ہی ترتیب مضامین کی تعلیم اصول مین اگر کسیکا دل چاہے تو
بدل ڈالے مثلاً جب باب ضرب ختم ہو تو اوسکی بعد باب مساوات اور سوالات سکہائے یہہ ترتیب اکثر کو
پسند ہی مترجم نہایت ممنون اور مشکور اون صاحبون کا ہوگا جو اغلاط ترجمہ پر خاکسار کو اطلاع
دینگے یا کوئی اور اصلاح کی صلاح بتلاینگے فقط

فہرست مضامین جبر مقابلہ

پہلا باب

علامات کا بیان

(۱) جبر مقابلہ وہ علم ہی کہ جسمین اعداد سی بحث اسطرح کیجاتی کہ اعداد کو حروف کی معاونت سے تعبیر کرین اور اُنکی باہمی تعلقات اور ارتباطات کو اور اعمال کو جو اُنپر کیے جائین علامات اور رموز سے تعبیر کرین

(۲) اعداد دو حال سی خالی نہین ہوتی یا ہم اُنکو جانتے ہوتے ہین یا نہین جنکو جانتی ہین اُنکو اعداد معلومہ کہتی ہین اور جنکو نہین جانتی اُنکو اعداد مجہولہ عادت یون پڑ گئی ہی کہ اعداد معلومہ کو اول نصف حروف تہجی سی اور اعداد مجہولہ کو نصف آخر حروف تہجی سی تعبیر کرتے ہین مگر یہہ فقط عادت کی بات ہی ورنہ یہہ کوئی قاعدہ ضرور نہین اسلئی اُسکی پابندی بہی فرض و واجب نہین اعداد دو طرحکی ہوتی ہین صحیح یا کسر اکثر اعداد صحیح کو اختصار کے لئے فقط صحیح ہی کہدیا کرتے ہین اور عدد اور مقدار کی معنی ایک ہی ہین خواہ عدد کہو یا مقدار دونونکا مفہوم ایک ہی ہوتا ہے

(۳) ابتدا مین مبتدیون کو چاہئی کہ اعداد کو حروف سی تعبیر کرنیکی عادت ڈالین اور علامتونکی معنی خوب سمجہین اور اُنکا استعمال جانین ہم اول کام کام کی علامتونکا بیان بہت توضیح سی لکھتے ہین مضامین جبریہ کے بیان کرنیمین یہہ بات ہمنی پہلے دلمین سمجہلی ہی کہ جبر مقابلہ کا مبتدی علم حساب کا منتہی ہوتا ہی اور ایسی بدیہات کو جنکا کام سب فروع ریاضیہ مین پڑتا ہی مانتا ہی کہ برابر برابر چیزون پر برابر برابر چیزین زیادہ کرنیسی برابر چیزین حاصل ہوتی ہین اور اسی قبیل کے اور بدیہات بہی تسلیم کرتا ہی

(۴) علامت + جبکسی عدد کے اول لکھی جاتے تو اوسی یہہ سمجہنا چاہئی کہ وہ عدد جمع کیا جائیگا — مثلاً ا + ب سی یہہ مطلب ہے کہ عدد جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اوس عدد پر کہ ا سی تعبیر ہوتا ہی جمع کیا گیا ہے

اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرتا ہو تو ا + ب تعبیر ۱۲ کو کریگا
علامت + کو جمع یا ثبت یا مع کی نشانی کہتی ہین اور ا + ب کو اسطرح پڑہتی ہین کہ ا ثبت یا جمع ب
(۵) علامت - جس عدد کی اول لکہی جاتی ہی اوسی یہہ مطلب ہے کہ وہ عدد تفریق کیا گیا ہے
مثلاً ا - ب سی یہہ مطلب ہی کہ عدد جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اوس عدد مین سی کہ ا سے تعبیر
ہوتا ہی تفریق ہوا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرتا ہی تو ا - ب تعبیر ۶ کو کرتا ہے
علامت - کو نفی یا تفریق یا سلب کی علامت کہتی ہین اور ا - ب کو پڑہتے ہسطرح سے
ہین کہ ا منفی ب یا ا نفی ب
(۶) ا + ب + ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا پر جمع کرو اور جو کچہہ حاصل ہو اوسمین سی ح کو
اور ا + ب - ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا پر جمع کرو اور جو کچہہ حاصل ہو اوسمین سے ح کو
تفریق کرو اور ا - ب + ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا مین سے تفریق کرو اور جو کچہہ حاصل ہو
اوسپر ح کو جمع کرو اور ا - ب - ح سے یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا مین سی تفریق کرو اور جو
کچہہ حاصل ہو اوسمین سے ح کو تفریق کرو
(۷) علامت = جن اعداد کی درمیان ہین لکہی جای تو اوسی یہہ معلوم ہوتا ہی کہ وہ دو عدد
مساوی ہین مثلاً ا = ب سی یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ جو عدد ا سے تعبیر ہوتا ہی وہ مساوی ہی اوس عدد
کی جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اور ا + ب = ح سی یہہ مطلب ہے کہ مجموعہ اُن اعداد کا جو ا اور ب سی
تعبیر ہوتی ہین مساوی ہی اُس عدد کی جو ح سی تعبیر ہوتا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرے تو
ح تعبیر ۱۲ کو کریگا علامت = کو مساوات یا معادلہ کی علامت کہتی ہین اور ا = ب کو
پڑہتے اسطرح سے ہین کہ ا مساوی ب کے
(۸) علامت × سی یہہ مطلب ہوتا ہی کہ جن اعداد کی درمیان وہ واقع ہی وہ آپسمین ضرب
دئیے گئے ہین مثلاً ا × ب سی یہہ مطلب ہے کہ ا سے جو عدد تعبیر ہوتا ہی وہ اوس عدد مین
کہ ب سے تعبیر ہوتا ہے ضرب دیا گیا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرے

تو ا×ب تعبیر ہے کو کرےگا علامت × کو ضرب کی علامت کہتے ہین اور ا×ب کو پڑھتے اسطرح سے ہین کہ ا ضرب دیا گیا ب مین اور ایسے ہی ا×ب×ح سے حاصلضرب اعداد کا جو ا اور ب اور ح سے تعبیر ہوتے ہین مفہوم ہوتا ہے

(۹) اختصار کے لئے علامات ضرب کی تخفیف کر دیا کرتے ہین جیسے کہ اب کو بجاے ا×ب کے لکھا کرتے ہین اور اسکے وہی معنی رہتے ہین جو ا×ب کے تھے اور ایسے ہی اب ح بجاے ا×ب×ح کے لکھتے ہین اور معنی دونون کے ایک ہی ہوتے ہین یہہ علامت ضرب کی وہان پر ساقط نکی جاتی جہان اعداد ہندسونکی طور پر تحریر ہوتے ہین مثلاً ۵۴ سے یہہ مفہوم کبھی نہین ہوتا کہ وہ حاصلضرب ۴ و ۵ کا ہے کیونکہ ۵۴ کا مفہوم چینتالیس ہے پس اسلئے حاصلضرب ۴ و ۵ کو ۴ × ۵ سے تعبیر کرتے ہین بجاے علامت ضرب کے نقطہ . کا بھی استعمال کرتے ہین مگر یہہ استعمال بھی اعداد مین ممنوع ہے کیونکہ نقطہ اعداد مین صفر سمجھا جاتا ہے اسلئے اسمین نقطہ کو بجاے علامت ضرب کے استعمال کرنیمین خدشے پیدا ہوتے ہین اور کچھہ مطلب نہین نکلتا مثلاً ۴ و ۵ کے حاصلضرب کو اسطرح ۴.۵ لکھین تو یہہ کبھی نہین سمجھا جائیگا کہ ۴ نے ۵ مین ضرب کہائی ہے بلکہ پانچ سو چار مفہوم ہونگے

بعض اوقات یہہ نقطہ بجاے علامت ضرب کے حروف مین مستعمل ہوتا ہے مثلاً ا.ب بجاے ا×ب کے لکھا جاتا ہے مگر یہان نقطہ فضول ہے اسلئے کہ بغیر نقطہ کے اب سے ا×ب مفہوم ہوتا ہے نہ یہان نقطہ کی ضرورت ہے نہ اور علامت ضرب کی حاجت ہے جہان ایک عدد ہندسونمین لکھا گیا ہو اور ایک عدد مین جو کسی حرف سے تعبیر ہوا ہے ضرب دیا گیا ہو تو ایسی جگہہ پر علامت ضرب کی تخفیف ضرور چاہئے جیسے کہ ۳ا بجاے ۳×ا لکھنا چاہئے اور معنی ان دونو کے ایک ہی ہین

(۱۰) یہہ علامت ÷ جن اعداد کے درمیان مین لکہی جاتی ہے اوس سے یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اس علامت کا ماقبل اوسکے مابعد پر تقسیم ہوا ہے مثلاً ا ÷ ب سے یہہ مراد ہے کہ جو عدد

اسے تعبیر ہوا ہی وہ اوس عدد پر کہ ب سے تعبیر ہوا ہی تقسیم کیا گیا ہی اگر ا تعبیر ۸ کو اور ب تعبیر ۴ کو کرے تو ا ÷ ب تعبیر ۲ کو کریگا علامت ÷ کو علامت تقسیم کہتی ہین اور ا ÷ ب کو پڑھتے اسطرح سے ہین کہ ا تقسیم کیا گیا ب پر

اس تقسیم کو اسطرح سے بھی بیان کرتی ہین کہ مقسوم کو اوپر اور مقسوم علیہ کو نیچے لکھکر بیچمین ایک خط کھینچ دیتی ہین جیسے کہ ا/ب لکھا ہی اسکے معنی اور ا ÷ ب کے معنی ایک ہی ہین

(۱۱) حروف ہجی تو اعداد کے لئے بنائے گئے ہین اور علامتین جنکا بیان کیا گیا ہی اور آگے کرینگے وہ اونکی اعمال متعلقات اور ارتباطات کی نشانیان ہین اسلئے ان سب نشانیونکو علامات جبریہ یا رموز جبریہ کہتے ہین اور مجموعہ علامات جبریہ کا نام جملہ جبریہ ہی لیکن اکثر اختصار کیواسطے فقط جملہ ہی کہا کرتے ہین

(۱۲) تاکہ اوپر کی علامتون مین طالب علمون کو خوب مشق ہوجاوے چند مثالین لکھتے ہین جنمین ہر جملہ جبریہ کی قیمت اعداد مین بیان کی گئی ہے

فرض کرو کہ ا = ۱ و ب = ۲ و ح = ۳ و د = ۵ و ر = ۶ و س = ۰ تو

۷ا + ۳ب − ۲د + س = ۷ + ۶ − ۱۰ + ۰ = ۱۳ − ۱۰ = ۳

و ۲اب + ۸بح − ار + دس = ۴ + ۴۸ − ۶ + ۰ = ۵۲ − ۶ = ۴۶

و ۴اح/ب + ۱۰ابر/حد − در/ارح = ۱۲/۲ + ۱۲۰/۱۵ − ۳۰/۳ = ۶ + ۸ − ۱۰ = ۱۴ − ۱۰ = ۴

اور (۴ح + ۵ر)/(د − ب) = (۱۲ + ۳۰)/(۵ − ۲) = ۴۲/۳ = ۱۴

امثلہ نمبری ۱

اگر ا = ۱ اور ب = ۲ و ح = ۳ و د = ۴ و ر = ۵ و س = ۰ تو ان جملونکی قیمتین اعداد مین دریافت کرو

(۱) ۹ا + ۲ب + ۳ح − ۲س (۲) ۴ر − ۳ا − ۳ب + ۵ح

(۳) ۷ار + ۳بح + ۹د − اس (۴) ۸ابح − بحد + ۹حدر − درس

(۵) ابحد + ابحر + ابدر + احدر + بحدر

(۶) ۴ا/ب + ۹ب/ح + ۸ح/د − ۵د/ر (۷) ۴اح/ب + ۸بح/د − ۵حد/ر

(۸) $\frac{\text{۱۲ا}}{\text{بح}} + \frac{\text{۶ب}}{\text{حد}} + \frac{\text{۳ح}}{\text{در}}$ (۹) $\frac{\text{حدر}}{\text{اب}} + \frac{\text{۵بحد}}{\text{ار}} - \frac{\text{۶ادر}}{\text{بح}}$

(۱۰) $\text{۷ر} + \text{بحد} - \frac{\text{۳بدر}}{\text{۲اح}}$ (۱۱) $\frac{\text{۲ا} + \text{۵ب}}{\text{ح}} + \frac{\text{۳ب} + \text{۲ح}}{\text{د}} - \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{د}}{\text{۲ر}}$

(۱۲) $\frac{\text{ب} + \text{ح} + \text{۳ر}}{\text{ر} + \text{ح} - \text{د}}$ (۱۳) $\frac{\text{ا} + \text{ح}}{\text{ح} - \text{ا}} + \frac{\text{ب} + \text{د}}{\text{د} - \text{ب}} + \frac{\text{ح} + \text{ر}}{\text{ر} - \text{ح}}$

(۱۴) $\frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{د} + \text{ر}}{\text{ر} - \text{د} + \text{ح} - \text{ب} + \text{ا}}$

دوسرا باب

اجزاء ضربی اور امثال یا سر اور قوت اور ارقام کے بیان مین

(۱۳) اگر ایک عدد دو یا زیادہ اعداد کا حاصلضرب ہو تو ان عددونمین سی ہر ایک کو جزضربی اوس عدد کا کہ حاصلضرب ہے کہینگے مثلاً ۲×۳×۵ = ۳۰ تو ہر عدد ۲ و ۳ و ۵ مین سے جزضربی ۳۰ کا کہ اونکا حاصلضرب ہی کہلائیگا سوا اسکے ہم ۳۰ کو حاصلضرب دو جزضربی ۲ و ۱۵ کا یا حاصلضرب دو جزضربی ۶ و ۵ کا یا حاصلضرب دو جزضربی ۳ و ۱۰ کا بہی خیال کرسکتے ہین علی ہذا القیاس یہی کیفیت ۴اب کی ہے وہ حاصلضرب دو جزضربی ۴ اور اب کا یا حاصلضرب دو جزضربی ۴ا اور ب کا ہے یا حاصلضرب دو جزضربی ۴ب اور ا کا یا حاصلضرب تین اجزاء ضربی ۴ اور ا اور ب کا

غرض کسی عدد کی اجزاء ضربی وہ اعداد کہلاتے ہین جنکی ضرب دینی سی وہ عدد پیدا ہوتا ہی

(۱۴) اگر ایک عدد دو اجزاء ضربی سی مرکب ہو تو ہر جزضربی کو امثال یا سر دوسری جزضربی کا کہینگے مثلاً ۴اب کو حاصلضرب ۴ اور اب کا سمجہین تو ۴ کو امثال اب کا اور اب کو امثال ۴ کا کہینگے اور ۴اب کو حاصلضرب ۴ا اور ب کا سمجہین تو ۴ا کو امثال ب کا اور ب کو امثال ۴ا کا کہینگے اگرچہ تعریف امثال کی یہی ہی مگر استعمال مین کام فقط اول جزضربی سی اکثر پڑتا ہی اسلئے اکثر اطلاق امثال کا اول جزضربی پر ہوتا ہی اور اوسکو سر بہی کہتی ہین مثال گذشتہ مین ۴ امثال اب کی ہین اور جہان امثال نہ ہو کوئی ایسا عدد ہوتا ہی کہ وہ ہندسونمین لکہا ہوا ہوتا ہی اور دوسرا جز ایسا عدد ہوتا ہے

کہ جزؤن مین تو تمیز کرنیکی واسطے ان ہندسونکی جز ضربی کو امثال عددی یا سر کہتے ہین

(۱۵) جب ایک حاصلضرب کی ساری اجزاء ضربی باہم متساوی ہون تو وہ حاصلضرب اُس جز ضربی کی قوت کہلاتا ہی مثلاً ۷ × ۷ کو دوسری قوت ۷ کی کہتے ہین ۷ × ۷ × ۷ کو تیسری قوت ۷ کی اور ۷ × ۷ × ۷ × ۷ کو چوتھی قوت ۷ کی اور علی ہذا القیاس اور اسیطرح سے ا × ا کو ا کی دوسری قوت اور ا × ا × ا کو ا کی تیسری قوت اور ا × ا × ا × ا کو چوتھی قوت ا کی کہتے ہین اور علی ہذا القیاس اور ا کو خود بھی بعض اوقات پہلی قوت ا کی کہتے ہین

(۱۶) تو ان کو اسطرح نہین لکھا کرتے کہ جز ضربی کو بار بار لکھین بلکہ اوسکی لکھنے کا طور نہایت اختصار کے ساتھہ اسطرح سے اختیار کیا ہی کہ جز ضربی کو ایکمرتبہ لکھا او جتنی دفعہ یہہ جز ضربی ضرب دیا گیا ہوا اوتنی کا عدد اوس جز ضربی کے اوپر لکھدیا اسطرح سے جیسا کہ $ا^{۲}$ جس سے مطلب ا × ا ہی اور $ا^{۳}$ سے ا × ا × ا اور $ا^{۴}$ سے ا × ا × ا × ا اور علی ہذا القیاس اور $ا^{۱}$ سے مراد ا کی پہلی قوت یعنی خود ا مراد ہی اور ا اور $ا^{۱}$ کے معنی ایک ہی ہین

(۱۷) جب ایک عدد دوسری عدد کے اوپر لکھا جائے اور یہہ تبلائی کہ یہہ دوسرا عدد کتنی دفعہ قوت مین جز ضربی بنا ہی تو پہلی عدد کو قوت نما دوسری عدد کا کہتے ہین مثلاً $ا^{۳}$ مین ۳ کو قوت نما کہینگے اور $ا^{ن}$ مین ن کو قوت نما

(۱۸) سر اور قوت نما کی معنے مین زمین آسمان کا فرق ہی انکی معنی مین تمیز کرنا احتیاط اور ہوشیاری کا کام ہی طالب علم ایسا تمیز نہ بنجائے کہ انکی معنی مین تمیز نکرے مثلاً ۳ح اور $ح^{۳}$ ہے انمین ۳ح سے یہہ مراد ہی کہ ح سہ چند کیا گیا ہی اور ۳ سر ح کا ہی اور $ح^{۳}$ سے مراد یہہ ہی کہ ح گنا ح گنا ح یہان ۳ قوت نما ح کا ہے یعنی

۳ح = ح + ح + ح

$ح^{۳}$ = ح × ح × ح

(۱۹) ا کی دوسری قوت یعنی $ا^{۲}$ کو اکثر مجذور اور مربع کہتے ہین اور ا کی تیسری قوت کو

یعنی a^3 کو مکعب اور اور قوا کی لئی اس قبیل کے نام جدا جدا نہین ہین بلکہ جونسی قوت ہوتی ہی اوسی قوت کی نام سی موسوم ہوتے ہے مثلاً a^4 کو ا کی چوتھی قوت اور a^5 کو ا کی پانچوین قوت اور علی ہذا القیاس

(۲۰) جس جملہ مین ایسی اجزا ہون کہ وہ علامات + اور − کے ساتھہ مختلط کی گئے ہون تو اوسکو جملہ مفرد کہتے ہین اور جس جملہ مین ایسی اجزا ہون کہ وہ علامات + اور − سے ساتھہ شامل کئی گئے ہون تو اوسکو جملہ مرکب کہتے ہین جو اجزا کہ + اور − کی علامتونسی شامل کئے گئے ہین اونکو ارقام جملہ کہتے ہین شلاً ا اور ۴ ب ج اور ۵ a^2ج مین سے ہر ایک جملہ مفرد ہے اور a^2 + ۳ب − ۲ج جملہ مرکب ہی اور a^2 اور ۳ب اور ۲ج ارقام جملہ ہین

(۲۱) اگر ایک جملہ مین دو رقمین ہون تو اوسکو جملہ ثنائی اور اگر تین رقمین ہون تو اوسکو جملہ ثلاثی کہتے ہین اور جس جملہ مین بہت سی رقمین تین سی زیادہ ہون تو اوسکو جملہ کثیر الارقام کہتی ہین مثلاً ۲ ا + ۳ب کو جملہ ثنائی کہتے ہین اور ا − ۲ب + ۵ج کو جملہ ثلاثی اور ا − ب + ج − د − ر کو جملہ کثیر الارقام کہتے ہین

(۲۲) رقم مین جتنے اجزا ضربی باستثناء امثال عددی کے ہون اوتنی درجہ کی وہ رقم کہلاتی ہی مثلاً $a^2$$b^3$ج یا ا×ا×ب×ب×ب×ج چھہ درجہ کی ایک رقم ہی امثال عددی یہان نہین شمار مین آتے مثلاً ۹ $a^3$$b^4$ و $a^3$$b^4$ ایک ہی درجہ کی رقمین ہین یعنی سات درجہ کے خلاصہ یہہ ہے کہ درجہ کسی رقم کا مجموعہ قوت نما یون اجزا ضربیہ کا ہوتا ہے اور یہہ بات یاد رکھنی کی ہے کہ جہان قوت نما کوئی عدد نہ لکھا ہو وہان ا قوت نما کو بموجب دفعہ ۱۶ اکے محسوب کرو

(۲۳) جب ایک جملے کی سب رقمین ایک ہی درجہ کی ہون تو ایسی جملہ کو جملہ متجانسہ کہتی ہین مثلاً ۷ a^3 + ۳ a^2ب + ۴ ا ب ج جملہ متجانسہ ہی کیونکہ ہر رقم تین درجہ کی ہے

اب ہم بہت سی مثالین جملہائے جبریہ کی عددی قیمتیں دریافت کرنیکے لئے لکھتے ہین فرض کرو کہ ا = ۱ اور ب = ۲ اور ج = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۵ اور س = ۰ تو

ب^{2} = ۴ اور ب^{3} = ۸ اور ب^{4} = ۱۶ اور ب^{5} = ۳۲

۳ب^{2} = ۳ × ۴ = ۱۲ و ۵ب^{3} = ۵ × ۸ = ۴۰ و ۹ب^{5} = ۹ × ۳۲ = ۲۸۸

ر^{2} = ۵^{2} = ۲۵ اور ر^{3} = ۵^{3} = ۱۲۵ اور

اب^{3} = ۱ × ۸ = ۸ اور ۳ب^{2}ج^{2} = ۳ × ۴ × ۹ = ۱۰۸

د^{3} + ج^{2} − ۷اب + س^{2} = ۶۴ + ۹ − ۱۴ + ۰ = ۵۹

(۳ج^{2} − ۴ج − ۱۰) / (ج^{3} − ۲ج^{2} + ۵ج − ۲۳) = (۲۷ − ۱۲ − ۱۰) / (۲۷ − ۱۸ + ۱۵ − ۲۳) = ۵/۱ = ۵

(ر^{3} + د^{3}) / (ر + د) − (ج^{3} − ا^{3}) / (ج − ا) = (۱۲۵ + ۶۴) / (۵ + ۴) − (۲۷ − ۱) / (۳ − ۱) = ۱۸۹/۹ − ۲۶/۲ = ۲۱ − ۱۳ = ۸

امثلہ نمبری ۲

اگر ا = ۱ و ب = ۲ و ج = ۳ و د = ۴ و ر = ۵ و س = ۰ تو عددی قیمت جملہائے ذیل مین سے ہر ایک کی دریافت کرو

(۱) ا^{2} + ب^{2} + ج^{2} + د^{2} + س^{2} + ر^{2} (۲) ر^{3} − د^{3} + ج^{2} − ب^{3} + ا^{3}

(۳) اب ج + ب ج د − در ا^{2} + س^{3} (۴) ج^{3} − ۲ج^{2} + ۴ج − ۱۳

(۵) ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3} (۶) ا^{4} + ۶ا^{2}ب^{2} + ب^{4} − ۴ا^{3}ب − ۴اب^{3}

(۷) ب^{2}ج^{2} / ۴ا + در / ج^{2}ب − ۳ب^{3} / ۲ج^{2} (۸) (۲ر + ۲) / (ر − ۳) + (۳ر − ۹) / (ر − ۲) + (ر^{2} − ۱) / (ر + ۳)

(۹) (ا^{2} + ب^{2}) / ر + (ج^{2} + ا^{2}) / ب − (ر^{2} − د^{2}) / ج (۱۰) (۸ا^{2} + ۳ب^{2}) / (ا^{2} + ب^{2}) + (۴ج^{2} + ۶ب^{2}) / (ج − ۲ر) − (ج^{2} + د^{2}) / ر

(۱۱) ۲۸ / (ا^{2} + ب^{2} + ج^{2}) + ۱۲ / (د^{2} − ج^{2} − ب^{2}) + ۴ / (ا^{2} + ر^{2} − ج^{2} − د^{2})

(۱۲) (ا^{4} + ۴ا^{3}ب + ۶ا^{2}ب^{2} + ۴اب^{3} + ب^{4}) / (ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3}) (۱۳) ج^{2} / ب (۱۴) (ب/ا + ج/ب) / (ج/ب − ب/ج)

(۱۵) ج^{2} / (ب^{2} + ج^{2} − ب د) × د / ج (۱۶) ج^{2} / (ر^{2} + رد + د^{2}) − د

تیسرا باب

باقی علامتون کا بیان اور خطوط وحدانی

(۲۴) دو عددون کے حاصل تفریق کو بعض اوقات علامت ~ سے تعبیر کرتے ہین مثلاً ا ~ ب سے حاصل تفریق اون دو عددون کا مراد ہی کہ ا اور ب سے تعبیر ہوتے ہین اگر ا بڑا ب سے ہے تو وہ مساوی ا - ب کے ہے اور اگر ب بڑی ا سی ہی تو وہ برابر ب - ا کی ہے غرض ا ~ ب کا مفہوم یہہ ہے کہ بڑے مین سے چھوٹا تفریق کیا گیا ہی خواہ چھوٹا خواہ بڑا اول عدد ہو

(۲۵) علامت > سی بڑا ہے بہ نسبت کسیکے اور علامت < سے چھوٹا بہ نسبت کسی کے تعبیر ہوتا ہے مثلاً ا > ب سے یہہ مراد ہے کہ ا جس عدد سے تعبیر ہوا ہے وہ بڑا ہے بہ نسبت اوس عدد کے کہ ب سے تعبیر ہوتا ہے اور ب < ا سے یہہ مراد ہے کہ عدد جو ب سے تعبیر ہوا ہے چھوٹا ہے بہ نسبت اوس عدد کے جو ا سے تعبیر ہوا ہے غرض اس زاویہ کا کھلا رخ بڑے عدد کی طرف ہوتا ہے

(۲۶) علامت ∴ اسواسطے اور اسلیے اور تو کی ہے اور علامت ∵ چونکہ اور کیونکہ کی ہے

(۲۷) جذر کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مجذور یعنی دوسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور چوتھی مرتبہ کا نزول یا جذر مال المال کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکی چوتھی قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور علی ہذا القیاس مثلاً ۴۹ = $۷^۲$ تو جذر ۴۹ کا ۷ ہے اور ایسی ہی اگر ا = $ب^۲$ تو جذر ا کا ب ہی اور اسیطرح سی ۱۲۵ = $۵^۳$ تو جذر الکعب ۱۲۵ کا ۵ ہے اور ایسی ہی اگر ا = $ح^۳$ تو ا کا جذر الکعب ح ہے

(۲۸) ا کے جذر کو اسطرح سے لکھا کرتے ہین کہ $\sqrt[۲]{ا}$ یا $\sqrt{ا}$ اور جذر الکعب ا کو اسطرح سی لکھتے ہین کہ $\sqrt[۳]{ا}$ اور ا کا چوتھی مرتبہ کا نزول اسطرح سی کہ $\sqrt[۴]{ا}$ اور علی ہذا القیاس $\sqrt{۹}$ = ۳ اور $\sqrt[۳]{۸}$ = ۲

(۲۹) جب دو یا زیادہ اعداد کو اسطرح سے بیان کرنا ہو کہ وہ عدد واحد سمجھی جاوین تو اونکو اسکے
خطوط کے درمیان لکھدو ( ) { } [ ] اور ان خطوط کو خطوط وحدانی کہتے ہین اسلئے کہ اعداد اونمین
اگر عدد واحد کا حکم پیدا کرتے ہین مثلاً ہمکو حاصل جمع ا اور ب کو ح مین ضرب دینا ہو تو اسطرح لکھتے ہین
کہ (ا + ب) × ح یا {ا + ب} × ح یا زیادہ سادہ وضع پر (ا + ب) ح یا [ا + ب] ح
اسکی یہہ معنی ہین کہ کل ا + ب ضرب ح مین دیا گیا ہی اگر خطوط وحدانی کو محو کردین تو ا + ب ح
کی صورت پیدا ہوگی اسکی یہہ معنی ہونگی کہ صرف ب کو ح مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو ا پر زیادہ
کیا ہی اور ایسی ہی (ا + ب − ح) د سے یہہ مطلب ہے کہ ا + ب − ح سے جو کچھہ حاصل ہوا اوسکو د مین ضرب دو
یعنی کل ا + ب − ح ضرب د مین دیا گیا ہی اگر خطوط وحدانی کو محو کردین تو ا + ب − ح د
پیدا ہوگا اور اوسکا مطلب یہہ ہے کہ صرف ح کو د مین ضرب دیکر حاصل کو ا + ب مین سے
تفریق کردو اور ایسے ہی (ا − ب + ح) × (د + ر) سے یہہ مطلب ہے کہ ا − ب + ح کا
جو حاصل ہے اوسکو د + ر کے حاصل مین ضرب دو اور اوسکو اسطرح سے بھی لکھہ سکتے ہین کہ
(ا − ب + ح) (د + ر) جیسے ا × ب کو اب کے طور پر لکھا کرتے ہین

√(ا + ب + ح) سے یہہ مطلب ہے کہ ا + ب + ح کا جو حاصل ہوا اوسکا جذر نکالو

(اب)^2 سے مراد اب × اب اور (اب)^3 = اب × اب × اب ہے

اور (ا + ب − ح) ÷ (د + ا) سے یہہ مطلب ہے کہ حاصل ا + ب − ح کا د + ا کے
حاصل پر تقسیم کیا گیا ہے

(۳۰) بعض اوقات خطوط وحدانی کے بجاے خطوط اون اعداد پر جنکو ایک عدد واحد کے
طور پر بیان کرنا منظور ہوتا ہے کھینچدیا کرتے ہین جیسے کہ ا − ب + ح (خط اوپر) × د + ر (خط اوپر) اور اسکا
مطلب وہی ہے جو (ا − ب + ح) (د + ر) سے ہے ان خطوط کو خطوط عرضی کہتے ہین اور
(ا + ب − ح) ÷ (د + ر) کو (ا + ب − ح) / (د + ر) کی طرح پر لکھدیتے ہین یہان خط
عرضی درمیان ا + ب − ح اور د + ر کے ایک خاص معنی رکھتا ہے

(۳۱) جسقدر علامتیں جبر مقابلہ میں کام آتی ہیں اون سبکا بیان ہمنے لکھدیا اور یہہ بات بھی ہم بتلاتے ہیں کہ بعض حالتوں میں لفظ علامت کا اطلاق صرف + اور − پر ہم کیا کرتے ہیں مثلاً تفریق کے قاعدہ میں تبدیل علامات میں معنی علامات کے صرف + اور − ہونگے اور ضرب اور تقسیم میں قاعدہ علامات سے ہماری مراد اوس قاعدہ سے ہوگی جو علامات + اور − سے متعلق ہے

(۳۲) اب ہم اور زیادہ مثالیں جملوں کی اعدادی قیمت دریافت کرنیکے لئے لکھتے ہیں فرض کرو ا = ۱ اور ب = ۲ و ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ الخ جملوں کی قیمت دریافت کرو

$$\sqrt{۲ب + ۴ح} = \sqrt{۴ + ۱۲} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

$$\sqrt[۳]{۴ح - ۲ب} = \sqrt[۳]{۱۲ - ۴} = \sqrt[۳]{۸} = ۲$$

$$ر\sqrt{(۲ب + ۴ح)} - (۲د - ب)\sqrt{(۴ح - ۲ب)} = ۸\times۴ - ۸\times۲ = ۳۲ - ۴۸ = ۱۶$$

$$\sqrt{(ر - ب)(۲ر - ۵ب)} = \sqrt{\{(۸ - ۲)(۱۶ - ۱۰)\}} = \sqrt{(۶\times۶)} = ۶$$

$$(ا + د)\{(ر - د)(ب + ح) - (د - ح)(ح + ا)\} = ۶\{۳\times۵ - ۲\times۴\} = ۶\times۷ = ۴۲$$

$$\sqrt[۳]{ح^۳ + ۳ح^۲ب + ۳ح ب^۲ + ب^۳} \div \sqrt{ا^۲ + ب^۲ - ۲ا ب} = \sqrt[۳]{(۲۷ + ۵۴ + ۳۶ + ۸)} \div \sqrt{۱ + ۴ - ۴}$$

$$= \sqrt[۳]{۱۲۵} \div ۱ = ۵$$

امثلہ نمبری ۳

اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ جملہ ہاے مفصلہ ذیل کی قیمتیں دریافت کرو

(۱) $ا(ب + ح)$ (۲) $ب(ح + د)$ (۳) $ح د(ر - د)$

(۴) $ب^۲(ا^۲ + ر^۲ - ح^۲)$ (۵) $ح^۲(ر^۲ - ب^۲ - ح^۲)$ (۶) $\frac{ا^۲ + ح^۲ + د^۲}{ا^۲ + ب^۲}$

(۷) $\frac{۹ا + ۳د^۲ + ر^۲}{۲ح^۲ - ۴ح}$ (۸) $\sqrt{۳ب ح ر}$ (۹) $\sqrt{۲ب + ۴د + ۵ر}$

(۱۰) (ا + ۲ب + ۳ح + ۵ر − ۴د) (۶ر − ۵د − ۴ح − ۳ب + ۲ا)

(۱۱) (ا² + ب² + ح²) (ا² − د² − ح²) (۱۲) (۳د² − ۷ح²)

(۱۳) √(د² − ۳ر) + د √(د² + ۳ر)

(۱۴) ر − {√(√(ر + ۱) + ۲)} + (ر − ∛ر) √(ر − ۴)

(۱۵) √(ا² + ۲اب + ب²) × ∛(ا³ + ۳ا²ب + ۳اب² + ب³)

(۱۶) ∛(ح³ − ۳ح²ا + ۳ح ا² − ا³) ÷ √(ب² + ح² − ۲ح ب)

چوتہا باب

ترتیب ارقام کا بدلنا اور ارقام متماثلہ

(۳۳) اگر ایک جملہ ہو اور اوسکی رقموں کے ماقبل علامت + کی ہو تو ایسے جملہ کے ارقام کو جاہو جس ترتیب سے لکہو نتیجہ ایک ہی رہیگا کچہہ اوسمین فرق نہین آیگا مثلاً ۷ + ۵ اور ۵ + ۷ کا ماحصل ایک ہی ہے یعنی ۱۲ اور علےٰ ہذالقیاس ا + ب اور ب + ا کا ماحصل بہی ایک ہی ہے یعنی مجموعہ اعداد کا جو ا اور ب سے تعبیر ہوتے ہین اور جبر مقابلہ مین اس بات کو لکہتے اسطرح ہین کہ ا + ب = ب + ا اور ایسے ہی ا + ب + ح = ا + ح + ب = ب + ح + ا

(۳۴) اگر ایک جملہ مین اوسکی بعض رقموں کے ماقبل علامت + کی اور بعض کی اول − کی ہو تو اول اون رقموں کو جنکی اول علامت + کی ہے جس ترتیب سے چاہو لکہہ لو اور پہر آگے اونکے اون رقموں کو جنکے اول − کی علامت ہے جس ترتیب سے چاہو لکہہ لو اسطرح لکہنے سے کچہہ ماحصل مین فرق نہین آیگا یہہ بات علم حساب سے ظاہر ہے توضیح اوسکی مثال سے کرتی ہین

۷ + ۸ − ۲ − ۲ − ۲ = ۸ + ۷ − ۲ − ۲ − ۳ = ۷ + ۸ − ۳ − ۲ − ۸ = ۸ + ۷ − ۳ − ۲ اور ایسی ہی

ا + ب − ح − ر = ب + ا − ح − ر = ا + ب − ر − ح = ب + ا − ر − ح

(۳۵) بعض صورتون مین سے آگے ہی زیادہ ترتیب ارقام کی ادل بدل ایسی جملون مین ہوسکتی ہی جنمین رقمون کی ادل علامت + اور - کی ہی ان رقمونکو مختلف ترتیب سے مخلط کرتے ہین کبہی کسیکو اول کبہی کسیکو آخر لکہدیتے ہین اور نتیجہ سب صورتون مین یکسان رہتا ہی مثلاً فرض کروکہ ا تعبیر ا کو اور ب تعبیر ۶ کو اور ح تعبیر ۵ کو کرتا ہے

ا + ب - ح = ا - ح + ب = ب - ح + ا ہے

اسلئے کہ ہر صورت مین بے تکلف نتیجہ ۱ نکلتا ہی لیکن اگر یہہ فرض کرین کہ ا تعبیر ۲ کو اور ب تعبیر ۱۰ کو اور ح تعبیر ۵ کو کرتا ہی تو جملہ ا - ح + ب کی حالت ایسی ہوتی ہے کہ ظاہرا بڑے عدد کو چہوٹے عدد مین سے تفریق کرنا پڑتا ہے یعنی ۵ کو ۲ مین سے اس وقت سے چہٹکارا ہوجایگا اور آسانی ہوجائگی اگر تسلیم کرلین کہ ا - ح + ب اور ا + ب - ح کے ایک ہی معنی ہین بالفعل ہم کسی ایسی جملہ ا + ب - ح کو جسمین ح چہوٹا ا + ب سی نہو کام مین نہین لائینگے تاکہ کوئی دقت جملہ ا + ب - ح سے نہ پیدا ہو اور اسی پر ہم قیاس کرکے - ب + ا اور ا - ب کے ایک ہی معنی سمجہینگے

(۳۶) اس بات کا سبکے نزدیک مسلم ہونا کہ - ب + ا اور ا - ب یا ا - ح + ب اور ا + ب - ح کے ایک ہی معنی ہین اصطلاح جبریہ مین اتفاق یا اجماع جمہور کہتی ہین اور اس اجماع کی وہان ضرورت پڑتی ہی جہان حساب کے عمل کرنے سی دقت پیدا ہوتی ہی جیساکہ اوپر مذکور ہوا کہ ۵ کو ۲ مین سے تفریق کرنا پڑتا تہا پس اس اجتماع اور تفریق اور جمع کے قاعدون سی یہہ بات صاف ظاہر ہوتی ہے کہ جملون کی عددی قیمت ایک سی رہتی ہی خواہ اونکی رقمونکو کسی ترتیب سے رکہین

(۳۷) دفعہ ۳۴ کی طرح ہمکو اکثر ضرورت ہوگی کہ اون رقمونکو جنکی اول علامت + کی ہی اون رقمون سے جنکے اول علامت - کی ہے تمیز کرین اسلئے ان رقمون کے لئی یہہ بات مقرر کی ہی کہ جب رقمون کے اول علامت + کی ہو اونکا نام ارقام مثبتہ یا موجبہ رکہا ہی اور جنکی اول علامت منفی کی ہو

اونکو ارقام منفیہ یا سالبہ کہتے ہین یہہ حدود یا اصطلاح فقط اختصار کے لئے مقرر کی ہے اور مثبت اور منفی کے معنی فقط وہی ہر جگہہ لئی ہین جو بیان ہوئے ہین اور سوا اسکے جو اوسکی اور معنی ہین وہ کہین نہین لئے

(۳۸) اگر جملون کے اول ایک رقم ایسی ہوتی ہی کہ اوسکی اول کوئی علامت نہین لکھی ہوئی ہوتی ایسی جگہہ علامت + کو مقدر جاننا چاہیے اور اگر ارقام جملہ کا تبدل اسطرح کیا جائے کہ یہہ رقم دوسری جگہہ لکھنی پڑے تو اوسکے اول علامت + کی لکھنی ضرور ہے

مثلاً ا + ب − ح = ب + ا − ح = ب − ح + ا

اب پہلے جملہ مین رقم ا کے اول مین کوئی علامت نہین ہے مگر جب جملے کی رقمون کی ترتیب کو بدل کر اوسکو دوسری جگہہ لکھتے ہین تو اوسکے اول علامت + کی لکھدیتے ہین اسلئے دفعہ ۳۷ کے مضمون کے ساتھہ ہمکو یہہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ اگر کسی رقم کے اول کوئی علامت نہ لکھی ہو تو + کی علامت اوس سے پہلے مقدر ہوتی ہے

(۳۹) جن رقمون مین مماثلت ہو اور اونمین کچھہ فرق نہو اور اگر فرق ہو تو صرف امثال عددی مین تو ایسی رقمون کو مقادیر متماثلہ کہتے ہین اور جنمین اس قسم کی مماثلت نہو اونکو کہتے ہین غیر متماثلہ مثلاً ۱ا اور ۴ ۱ا اور ۷ ۱ا ارقام متماثلہ مین ان سب مین ہی فقط فرق امثال عددی مین ہے، اور ایسی ہی ا۲ اور ۵ ا۲ اور ۹ ا۲ ارقام متماثلہ ہین لیکن ا۲ اور ا ب اور ب۲ ارقام غیر متماثلہ ہین اونمین ایک کو دوسرے کے ساتھہ مماثلت نہین

(۴۰) ارقام متماثلہ جن جملون مین ہوتے ہین وہ مختصر ہو سکتے ہین اس بات کو اسطرح سمجھو کہ ایک جملہ مثلاً

۱۶ ا − ا + ۳ ب + ۵ ح − ب + ۳ ح − ۱۲ ا ہو

بموجب دفعہ ۳۵ کے اس جملہ کو اسطرح لکھہ لو کہ

۱۶ ا − ا − ۱۲ ا + ۳ ب − ب + ۵ ح + ۳ ح

ظاہر ہے کہ ۱۶ ا − ا − ۱۲ ا = ۳ ا اسواسطے کہ ا خواہ کسی عدد کو تعبیر کرتا ہو جب ۱۶ ا مین سے

ا کو تفریق کرینگے ۵ ا باقی رہینگے اور جب اس ۵ ا مین سے ۳ ا تفریق کرینگے تو ۲ ا باقی رہینگے
اور علی ہذا القیاس ۳ ب - ب = ۲ ب اور ۵ ح + ۳ ح = ۸ ح تو جملہ مفروضہ کے یہہ مختصر صورت
پیدا ہوگی کہ ۳ ا + ۲ ب + ۸ ح

اور جملہ ا - ۳ ب - ۴ ب برابر ہے ا - ۷ ب کے اسواسطے کہ حساب سے ظاہر ہے کہ ا مین سے اول
۳ ب کو تفریق کرنا اور پہر باقی مین سے ۴ ب کو تفریق کرنا اسکے یہہ معنی ہین کہ ا مین سے ۷ ب کو
تفریق کرین پس اسلیئے ا - ۳ ب - ۴ ب = ا - ۷ ب

(۴۱) ایک بات مین مبتدی بہت الجہتے ہین اور وہ بات یہی الجہنی کی ہے اور وہ یہہ ہے کہ جہان ایسا
جملہ آن پڑتا ہے جیسا کہ اوپر کی صورت مین واقع ہوا کہ

- ۳ ب - ۴ ب = - ۷ ب

تو اس جملہ کے معنی سمجہنے مین کچہہ دقت نہین ہے مگر جب یہہ جملہ کسیکے ساتہہ مخلوط
نہین ہوتا اور علیحدہ واقع ہوتا ہے تو اوسکے معنی سمجہہ مین نہین آتے اور یہہ خیال پیدا
ہوتا ہے کہ ۳ ب کو معدوم شے مین سے تفریق نہین کرسکتے نہ پہر باقی مین سے ۴ ب کو اور
اوسکے معنی طالب علمون کے فہم مین نہ آئینگے جب تک وہ اس علم کے کسی بڑی کتاب کو نہین
پڑہینگے اونکو فقط اسقدر جاننا یہان کافی ہے کہ جب اثناء عمل جبریہ مین یہہ جملہ واقع ہو
تو یون جانین کہ ہمکو ایک عدد مین سے ۳ ب تفریق کرنے ہین اور پہر حاصل تفریق مین سے
۴ ب یا ایک ہی دفعہ بجاے دو دفعہ تفریق کرنیکے ۷ ب تفریق کرنے ہین

(۴۲) اعمال جمع اور تفریق جبریہ کا ذکر آگے دو بابون مین کرینگے ان دونوع عملونکی
اصل یہی بات ہے جو اوپر مذکور ہوئی کہ ارقام متماثلہ کو یکجا کرکے جملونکو مختصر بنالین
یہہ ایک بات مبتدیون کیلئے بڑے کام کی ہے کہ حدود جو اوپر بیان ہوئے ہین اون سے ظاہر
ہوتا ہے کہ یہہ ذیل کے جملے سب برابر اکہے ہین ا اور ا × ا اور ا × ۱۱ اور $\frac{۱}{۱}$ اور
+ ا اور ا ÷ ا اور ا × ۱۱ اور + $\frac{۱}{۱}$

امثلہ نمبری ۴

اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۵ تو جملہائے مفصلہ ذیل کے عددی قیمت دریافت کرو

(۱) ا − ۳ب + ۴ح (۲) ا − ب^۲ + ح^۳ + د^۳

(۳) (ا + ب)(ب + ح) − (ب + ح)(ح + د) + (ح + د)(د + ر)

(۴) (۴ا + ۳ب)/(ب + ح) − (۴ح + ۳د)/(ب + د) + (۵د + ۴ر)/(ا + د + ر)

(۵) (ا − ۲ب + ۳ح)^۲ − (ب − ۲ح + ۳د)^۲ + (ح − ۲د + ۳ر)^۲

(۶) ا^۴ − ۴ا^۳ب + ۶ا^۲ب^۲ − ۴اب^۳ + ب^۴

(۷) (ب^۲ − ۲ب ح + ح^۲)/(ا^۲ − ۲اب + ب^۲) (۸) (ا^۴ − ۴ا^۳ح + ۶ا^۲ح^۲ − ۴اح^۳ + ح^۴)/(ب^۴ − ۴ب^۳ح + ۶ب^۲ح^۲ − ۴ب ح^۳ + ح^۴)

(۹) ۷ا − ۲ب − ۳ح − ۴ا + ۵ب + ۴ح + ۲ا

(۱۰) ۵ا^۲ + ۳اب − ۲ب^۲ − اب + ۹ب^۲ − ۲اب − ۷ب^۲

(۱۱) ۳ا^۳ − ۲ا^۲ + ۵ا + ا^۳ + ا + ۹ا^۲ − ۴ا^۳ − ۶ا

(۱۲) (ا^۲ + ۲اب + ب^۲)/(ا + ب) − (ب^۲ + ۲ب ح + ح^۲)/(ب + ح) + (ح^۲ + ۲ح د + د^۲)/(ح + د)

(۱۳) √(۴ح^۲ + ۵د^۲ + ر) (۱۴) √(ر^۲ + د^۲ + ح^۲ − ا^۲)

(۱۵) ³√(۲ر^۲ + ۷ب) (۱۶) ⁴√(۲ب^۲ + ح^۲ − ا)

پانچوان باب جمع کے بیان مین

(۴۳) جمع کا قاعدہ آسانی سے سمجھہ مین آجائے اسلئے اوسکی تین حالتین بناکر لکھتے ہین اول سب ارقام متماثلہ ہون اور اوسکی علامت بہی ایک ہی ہو دوم ارقام متماثلہ ہون مگر اونکی علامتین یکسان نہون سوم سب ارقام متماثلہ نہون اب بالترتیب ان صورتون کا بیان کرتے ہین

(۴۴) حالت اول مین یعنی جسمین سب ارقام متماثلہ ہوتے ہین اور اونکی علامت بہی ایک ہی ہوتی ہے قاعدہ جمع کرنیکا یہہ ہے کہ سب امثال عددی کو جمع کرکے اوسکے اول وہ علامت

جو سب رقموں پر ہے اور اوسکے آگے وہ حروف جو سب رقمونمین مشترک ہین لکھدو
مثلاً ۴ا + ۳ا + ۷ا = ۱۴ا

-۲ب ح - ۷ب ح - ۹ب ح = - ۱۸ب ح

اول مثال مین ۴ا برابر +۴ا اور ۱۴ا برابر +۱۴ا کے بموجب دفعہ ۳۸ کے ہے

(۴۵) **حالت دوم** ارقام متماثلہ ہون مگر اونکی علامتین مختلف ہون
اونکے جمع کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ جسقدر مثبت امثال عددی ہین اونکو جمع کرکے ایک مجموعہ بناؤ اور
جسقدر منفی امثال عددی ہین اونکو جمع کرکے دوسرا مجموعہ بناؤ اور ان دونون مجموعون کا حاصل
تفریق دریافت کرکے اوسکے اول وہ علامت جو بڑے مجموعہ پر ہو لکھدو اور آگے اوسکے
حروف مشترک جو ہر مجموعہ مین ہون رقم کرو مثلاً ۸ا - ۳ا + ۱۱ا - ۵ا - ۲ا = ۱۹ا - ۱۰ا = ۹ا

۲ب ح - ۷ب ح - ۳ب ح + ۴ب ح + ۵ب ح - ۶ب ح = ۱۱ب ح - ۱۶ب ح = - ۵ب ح

(۴۶) **حالت سوم** سب رقمین متماثلہ نہون اونکے جمع کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ ارقام متماثلہ جو
ہون اونکو موافق قاعدہ صورت دوم کے جمع کرکے لکھو اور باقی ارقام غیر متماثلہ کو مع اونکی
علامتون کے لکھدو مثلاً جمع کرو ۴ا + ۵ب - ۷ح + ۳د اور ۳ا - ب + ۲ح + ۵ د اور
۹ا - ۲ب - ح - د اور - ا + ۳ب + ۴ح - ۳د + ر

یہہ آسانی کی بات ہے کہ ان رقمونکو سطرون مین اس ترتیب سے لکھین کہ ارقام متماثلہ ایک
دوسرے کے ماتحت و مافوق ہون

۴ا + ۵ب - ۷ح + ۳د
۳ا - ب + ۲ح + ۵د
۹ا - ۲ب - ح - د
-ا + ۳ب + ۴ح - ۳د + ر

۱۵ا + ۵ب - ۲ح + ۴د + ر

یہان ۴ا و ۳ا و ۹ا و -ا ارقام متماثلہ ہین جنمین مجموعہ امثال مثبتہ کا ۱۶ ہے اور صرف

ایک رقم ایسی ہی جسکا سر منفی ہے یعنی -ا جسکا سرا ہے اور فرق ۱۶ او ۱ کا ۱۵ ہے تو +۱۵ ا حاصل جمع ان ارقام متماثلہ کا ہوا اور بموجب دفعہ ۳۸ اوسکے اول سے علامت + کی ساقط کردی اور ایسی ہی ۵ ب - ب - ۲ ب + ۳ ب = ۵ ب اور آگے مثلی ہذا القیاس

(۴۷) نیچے کی مثالوں میں رقمیں ترتیب اور قرینہ سے لکہی ہوئی ہیں

لا³ + ۲ لا² - ۳ لا + ۱	ا² + اب + ب² - ح
۴ لا³ + ۷ لا² + لا - ۹	۳ ا² - ۳ اب - ۷ ب²
-۲ لا³ + لا² - ۹ لا + ۸	۴ ا² + ۵ اب + ۹ ب²
-۳ لا³ - لا² + ۱۰ لا - ۱	ا² - ۳ اب - ۳ ب²
۹ لا² - لا - ۱	۹ ا² - ح

مثال اول میں مجموعہ اول رقموں لا³ + ۴ لا³ - ۲ لا³ - ۳ لا³ کا ہی ۵ لا³ - ۵ لا³ ہی یعنی کچھہ نہیں ہے اکثر اسکو اسطرح سی کہا کرتی ہیں کہ رقمیں جنمیں لا³ موجود ہے ایک دوسرے کو نابود یا فنا کرتے ہیں اور ایسی ہی دوسری مثال میں رقمیں جنمیں اب موجود ہے باہم ایک دوسرے کو نابود کرتے ہیں اور نیز وہ رقمیں بہی جنمیں ب² ہے باہم ایک دوسرے کو نابود کرتے ہیں

۷ لا² - ۳ لا ی + لا

۳ لا² - ی² + ۳ لا - ی

-۲ لا² + ۴ لا ی + ۵ ی² - لا - ۲ ی

-۷ لا ی - ی² + ۹ لا - ۵ ی

۱۴ لا² + ۴ ی² - ۲ لا

۱۲ لا² - ۶ لا ی + ۷ ی² + ۱۰ لا - ۸ ی

امتحان نمبر ۵

(۱) جمع کرو ۳ ا - ۲ ب اور ۴ ا - ۵ ب اور ۷ ا - ۱۱ ب و ا + ۹ ب

(۲) ۴ لا² - ۳ ی² اور ۲ لا² - ۵ ی² اور - لا² + ی² اور - ۲ لا² + ۴ ی²

(۳) ۵ ا + ۳ ب + ح اور ۳ ا + ۳ ب + ۳ ح اور ا + ۳ ب + ۵ ح

(۴) ۳لا + ۲ی - ی اور ۲لا - ۲ی + ۲ی اور - لا + ۲ی + ۳ی

(۵) ۷ا - ۴ب + ح اور ۱۶ا + ۳ب - ۵ح اور - ۱۱ا + ۴ح

(۶) لا - ۴ا + پ اور ۳لا + ۲ب اور ا - لا - ۵ب

(۷) ا + ب - ح اور ب + ح - ا اور ح + ا - ب اور ا + ب - ح

(۸) ا + ۲ب + ۳ح اور ۲ا - ب - ۲ح اور ب - ا - ح اور ح - ا - ب

(۹) ا - ۲ب + ۳ح - ۴د اور ۳ب - ۴ح + ۵د - ۲ا اور
۵ح - ۶د + ۳ا - ۴ب اور ۷د - ۴ا + ۵ب - ۴ح

(۱۰) $لا^{۳}$ - $۴لا^{۲}$ + ۵لا - ۳ اور $۲لا^{۳}$ - $۷لا^{۲}$ - ۴لا + ۱۵ اور - $لا^{۳}$ + $۹لا^{۲}$ + لا + ۸

(۱۱) $لا^{۴}$ - $۲لا^{۳}$ + $۳لا^{۲}$ اور $لا^{۳}$ + $لا^{۲}$ + لا اور $۴لا^{۴}$ + $۵لا^{۳}$ اور $۲لا^{۲}$ + ۳لا - ۴ اور - $۳لا^{۲}$ - ۲لا - ۵

(۱۲) $ط^{۳}$ - $۳ط^{۲}$ص + $۳طص^{۲}$ - $ص^{۳}$ و $۲ط^{۳}$ + $۵ط^{۲}$ص - $۶طص^{۲}$ - $۷ص^{۳}$ و $ط^{۳}$ - $طص^{۲}$ + $۲ص^{۳}$

(۱۳) $لا^{۳}$ - $۲الا^{۲}$ + $ا^{۲}$لا + $ا^{۳}$ اور $لا^{۳}$ + $۳الا^{۲}$ اور $۲ا^{۳}$ - $الا^{۲}$ - $۲لا^{۳}$

(۱۴) ۲اب - $۳الا^{۲}$ + $۲ا^{۲}$لا اور ۱۲اب + $۱۰الا^{۲}$ - $۶ا^{۲}$لا اور - ۸اب + $الا^{۲}$ - $۵ا^{۲}$لا

(۱۵) $لا^{۲}$ + $ی^{۴}$ + $ی^{۳}$ اور - $۴لا^{۲}$ - $۵ی^{۳}$ اور $۸لا^{۲}$ - $۷ی^{۴}$ + $۱۰ی^{۳}$ اور $۶ی^{۴}$ - $۶ی^{۳}$

(۱۶) $۳لا^{۲}$ - ۴لای + $ی^{۲}$ + ۲لا + ۳ی - ۷ اور $۲لا^{۲}$ - $۴ی^{۲}$ + ۳لا - ۵ی + ۸
اور ۱۰لای + $۸ی^{۲}$ + ۹ی اور $۵لا^{۲}$ - ۶لای + $۳ی^{۲}$ + ۷لا - ۷ی + ۱۱

(۱۷) $لا^{۴}$ - $۴لا^{۳}$ی + $۶لا^{۲}ی^{۲}$ - $۴لای^{۳}$ + $ی^{۴}$ اور $۳لا^{۴}$ی - $۱۲لا^{۲}$ی + $۱۲لا^{۲}ی^{۳}$ - $۴ی^{۴}$
اور $۶لا^{۲}ی^{۲}$ - $۱۲لای^{۳}$ + $۶ی^{۴}$ اور $۴لای^{۳}$ - $۴ی^{۴}$ اور $ی^{۴}$

(۱۸) $لا^{۳}$ + $لای^{۲}$ + $لای^{۲}$ - $لا^{۲}$ی - لا ی ی - $لا^{۲}$ی اور $لا^{۲}$ی + $ی^{۳}$ + $ی ی^{۲}$ - $لای^{۲}$ - $ی^{۲}$ی - لا ی ی
اور $لا^{۲}$ی + $ی^{۲}$ی + $ی^{۳}$ - لا ی ی - $ی ی^{۲}$ - $لای^{۲}$

چھٹا باب تفریق کے بیان میں

(۴۸) ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ میں سے ۷ + ۳ کو کم کرنا ہوتا تو اول ۱۲ میں سے ۷ گھٹاتے

اور پھر حاصل تفریق میں سے ۳ تو ۱۲ میں سے ۷ + ۳ تفریق ہوجاتی اور نتیجہ اسطرح تعبیر ہوتا
کہ ۱۲ - ۷ - ۳ اور ۱۲ - (۷ + ۳) = ۱۲ - ۷ - ۳ خطوط وحدانی کے مابین ۷ + ۳
بموجب دفعہ ۲۹ کے اس سبب سے لکھے گئے ہیں کہ ۱۲ میں سے کل ۷ + ۳ تفریق کرنے ہیں
اور علی ہذا القیاس ۲۰ - (۵ + ۴ + ۲) = ۲۰ - ۵ - ۴ - ۲
اب اسی پر قیاس کرکے فرض کرو کہ ہمکو ا میں سے ب + ح کو تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر
ا میں سے ب کو تفریق کریں اور پھر حاصل تفریق میں سے ح کو تو ا میں سے ب + ح تفریق
ہوجائیگا اور نتیجہ یہہ ہوگا کہ ا - ب - ح
اور ا - (ب + ح) = ا - ب - ح یہاں ب + ح کو خطوط وحدانی کے درمیان اس سبب سے
لکھا ہے کہ ا میں سے کل ب + ح کو گھٹانا تھا اور علی ہذا القیاس

ا - (ب + س + د) = ا - ب - س - د

(۴۹) اگر ۷ - ۳ کو ۱۲ میں سے تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ میں سے ۷ تفریق کریں تو
۱۲ - ۷ حاصل ہوگا لیکن یہاں ہمنے ۱۲ میں سے زیادہ گھٹایا ہے اسلئے کہ ہم نے ۷ کو کم کیا ہے
اور ہمکو چاہئے یہہ تھا کہ ۷ منفی ۳ یعنی ۷ میں سے ۳ گھٹا کر جو کچھ حاصل ہوتا اوسکو ۱۲ میں
گھٹاتے اس سبب سے ۳ زیادہ کم کئے ہیں اونکو زیادہ کرلینا چاہئے تو نتیجہ یہہ حاصل ہوگا

۱۲ - (۷ - ۳) = ۱۲ - ۷ + ۳ اور ایسی ہی

۱۲ - (۷ + ۳ - ۲) = ۱۲ - ۷ - ۳ + ۲

اور اسیطرح سے اگر ب - ح کو ا میں سے گھٹانا ہو تو اگر ب کو ا میں سے تفریق کریں تو ہمکو ا - ب
حاصل ہوتا لیکن یہاں ہم نے زیادہ تفریق کرلیا ہے کیونکہ ب کو گھٹایا ہے لیکن ب منفی ح یعنی
ب میں سے ح گھٹا کر تفریق کرنا چاہئے تھا اسلئے ماحصل پر ح زیادہ کردو تو ہمکو یہہ حاصل ہوتا کہ

ا - (ب - ح) = ا - ب + ح اور ایسی ہی

ا - (ب + ح - د) = ا - ب - ح + د

(۵۰) اس مثال ا - (ب + ح - د) = ا - ب - ح + د کے معنی پر غور کرو کہ ا مین سے
ب + ح - د تفریق کیا ہے تو حاصل تفریق ا - ب - ح + د حاصل ہوا ہے اوس مین معلوم ہوتا ہے
کہ مفروق کی علامتون کو بدلکر لکھدیا ہے مثلاً مفروق مین - د ہے تو حاصل تفریق مین
+ د ہے اور جو مفروق مین + ح ہے تو حاصل تفریق مین - ح ہے اور مفروق مین
+ ب ہے تو حاصل تفریق مین - ب ہے پس اس مثال اور پہلی دو دفعات کی مثالون سے یہہ قاعدہ
تفریق کا مستنبط ہوتا ہے کہ جس جملہ کو تفریق کرنا ہو اوسکی ساری رقمون کی علامتین
بدل دو اور پہر سب رقمون کو موافق قاعدہ جمع کے جمع کرلو مثلاً ۴لا - ۳د + ۲ی مین سے
۳لا - د + ی تفریق کرنا ہے مفروق کے جملہ کی علامتین بدلین تو -۳لا + د - ی حاصل
ہوا اور موافق قاعدہ جمع کے اسطرح سے جمع کرلو کہ

۴لا - ۳د + ۲ی - ۳لا + د - ی = لا - ۲د + ی اور

۳لا^{4} + ۵لا^{3} - ۶لا^{2} - ۷لا + ۵ مین سے +۲لا^{4} - ۲لا^{3} + ۵لا^{2} - ۶لا -
تفریق کرو پس جملہ مفروق کی علامتین بدلو اور قاعدہ جمع کے موافق عمل کرو اسطرح سے
کہ

۳لا^{4} + ۵لا^{3} - ۶لا^{2} - ۷لا + ۵
- ۲لا^{4} + ۲لا^{3} - ۵لا^{2} + ۶لا + ۷
____
لا^{4} + ۷لا^{3} - ۱۱لا^{2} - لا + ۱۲

ابتدا مین احتیاطاً مبتدیون کو اول اول عمل تفریق اسطرح کرنا چاہئے جسطرح سے کہ ہمنے اوپر لکھا ہے
مگر رفتہ رفتہ اونکو ایسی مشق ہو جائیگی کہ کچھہ ضرورت نہین رہیگی کہ وہ جملہ مفروق کی علامتین
بدلکر لکھا کرین بلکہ وہ فقط اپنی ذہن مین علامتین بدلکر حاصل تفریق کو لکھدیا کرینگے

(۵۱) اوپر لکھہ آئے ہین کہ

ا - (ب - ح) = ا - ب + ح

یہان جملہ مفروق کی رقم - ح حاصل تفریق مین + ح ہو گئی ایسی مثالین اکثر آتی ہین جنمین ایسے

-ب تفریق کرنا ہوتا ہے تو حاصل تفریق ا+ب ہوتا ہے یہان بہی وہی بات ہے جو دفعہ ۱۴ مین لکہی ہے کہ اگر -ب اثناء عمل جبریہ مین اور ارقام کے ساتہہ واقع ہو تو معنی سمجہنے مین دقت نہین لیکن اگر وہ بذات واحد ہو تو اوسکے معنی سمجہنے خالی از دقت نہین

اکثر مبتدیون کے ذہن مین ان نتایج کے آجانے کے لئے اور شاید اونکی وجوہات بیان کرنیکی غرض سے یہہ باتین اکثر لکہنے مین آتی ہین کہ ا = ا+ح -ح پس اگر ہم -ح تفریق ا مین سے کرین تو ا +ح باقی رہیگا یا ہم یہہ کہین کہ عمل + کا برعکس - کے عمل کے ہوتا ہے

پس -ح برعکس +ح کا ہے تو -(-ح) بالعکس کا بالعکس +ح ہوگا

یعنی -(-ح) برابر +ح کے ہے

لیکن جو بات ہم نے دفعہ ۱۴ مین لکہدی ہے طالب علم اوسپر صبر کیے بیٹہے رہین اور وقت سمجہنے کا دیکہین کہ مقادیر منفیہ یعنی اون مقدارون کی جنکی حروف کے اول علامت - ہے معنی بالتفصیل بیان کیے جائین

یہہ بہی معلوم رہے کہ الفاظ جمع اور تفریق کے معنی وہی بالکل جبر مقابلہ مین نہین لیے جاتے جو علم حساب مین لیے جاتے تہے علم حساب مین جمع سے ہمیشہ زیادتی پیدا ہوتی ہے اور تفریق سے کمی لیکن جبر مقابلہ مین ہم کہتے ہین کہ -۳ کو +۵ پر زیادہ کرو تو جبریہ حاصل جمع +۲ ہوگا اور ایسے ہی -۳ کو ۵ مین سے تفریق کرین تو جبریہ حاصل تفریق یا فرق جبریہ +۸ ہوگا

امثلہ ۶

(۱) تفریق کرو ۷ا + ۱۴ب مین سے ۱۴ا + ۱۰ب

(۲) تفریق کرو ۶ا - ۲ب -ح مین سے ۱۲ا - ۲ب - ۳ح

(۳) تفریق کرو ۱۳ا - ۲ب + ۱۳ح مین سی ۱۲ا - ۷ب -ح - د

(۴) تفریق کرو ۷لا - ۸لا - ۱ مین سے ۵لا - ۶لا + ۳

(۵) تفریق کرو ۴ لا^۴ - ۳ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۷ لا + ۹ مین سی لا^۴ - ۲ لا^۳ - ۲ لا^۲ + ۷ لا - ۹

(۶) تفریق کرو ۲ لا^۲ - ۲ ا لا + ۳ ا^۲ مین سے لا^۲ - ا لا + ا^۲

(۷) تفریق کرو لا^۲ - ۳ لا ر - ر^۲ + ر ی - ۲ ی^۲ مین سے لا^۲ + ۲ لا ر + ۵ لا ی - ۳ ر^۲ - ۲ ی^۲

(۸) تفریق کرو ۵ لا^۲ + ۶ لا ر - ۱۲ لا ی - ۴ ر^۲ - ۷ ر ی - ۵ ی^۲ مین سے
۲ لا^۲ - ۷ لا ر + ۴ لا ی - ۳ ر^۲ + ۶ ر ی - ۵ ی^۲

(۹) تفریق کرو ا^۳ - ۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ - ب^۳ مین سے - ا^۳ + ۳ ا^۲ ب - ۳ ا ب^۲ + ب^۳

(۱۰) تفریق کرو ۷ لا^۳ - ۲ لا^۲ + ۲ لا + ۲ مین سے ۴ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۲ لا - ۱۴ اور
حاصل تفریق مین سے ۲ لا^۳ - ۸ لا^۲ + ۴ لا + ۱۶

باب ہفتم

خطوط وحدانی

(۵۲) جبر مقابلہ مین خطوط وحدانی سی بہت کام پڑتا ہے اونکے قواعد توضیح اور صفائی کے ساتھ لکھتے ہین طالب علمونکو چاہیے کہ اوسکو خوب غور سی مطالعہ کرین اول قاعدہ جب ایک جملہ مابین خطوط وحدانی کے ہو اور اوسکے اول علامت + کی ہو تو ان خطوط وحدانی کو دور کرکے اونکے درمیان کی رقمون کو جون کا تون لکھدین دوم جب ایک جملہ مابین خطوط وحدانی کے واقع ہو اور اوسکی اول علامت - کی ہو تو ان خطوط کے اندر کی رقمونکی علامت تبدیل کرکے لکھو اور خطوط وحدانی کو دور کردو

ا - ب + (ح - د + ر) = ا - ب + ح - د + ر

ا - ب - (ح - د + ر) = ا - ب - ح + د ر

دوسرا قاعدہ تو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ وہی قاعدہ تفریق کا ہی جسکا ذکر دفعہ ۵۰ مین کیا گیا ہے
علی ہذا القیاس پہلے قاعدہ کا بیان بہی اسیطرح ہو سکتا ہے

(۵۳) طالب علم کو چاہیے کہ صور ذیل کو خوب ذہن مین بٹھائے وہ نہایت بکار آمد ہین

+(-د) = - د | -(-د) = + د

+(+ر) = + ر | +(-ر) = - ر

طالب علم ان قواعد کو تسلیم کرے اور جان لے کہ یہان بہی وہی بات ہی جو دفعہ ۱۴ مین مذکور ہی

(۵۴) اگر جملے کئی کئی خطوط وحدانی کے درمیان واقع ہون تو بموجب قواعد گذشتہ اسطرح سے اونکو دور کرو کہ جو خطوط وحدانی سب کے اندر ہون اول اونکو دور کرو اور پہر بعد اوسکے جو مرتبہ بمرتبہ اتے جائین اسیطرح متواتر عمل کرتے چلے جاؤ جب تک کہ سب خطوط وحدانی دور ہون مثال سے توضیح اوسکی ہوتی ہے

ا + {ب + (س - د)} = ا + {ب + س - د} = ا + ب + س - د

ا + {ب - (س - د)} = ا + {ب - س + د} = ا + ب - س + د

ا - {ب + (س - د)} = ا - {ب + س - د} = ا - ب - س + د

ا - {ب - (س - د)} = ا - {ب - س + د} = ا - ب + س - د

اور ایسی ہی

ا - [ب - {ح - (د - ر)}] = ا - [ب - {ح - د + ر}]

= ا - [ب - ح + د - ر] = ا - ب + ح - د + ر

ان مثالون مین اس سبب سے کہ انتشار عمل مین نہو خطوط وحدانی مختلف شکلون کے کام مین لائے گئے ہین اگر سب خطوط وحدانی ایک ہی شکل کے کام مین لاؤ تو اونکو چہوٹا بڑا کرکے لکہو اور خطوط بالائی بہی کبہی خطوط وحدانی کا کام دیتی ہین دفعہ ۳۰ مین اوسکا ذکر کیا گیا ہے مثال اوسکی یہہ ہے کہ

ا - [ب - {ج - (د - ر - ن)}] =

ا - [ب - {ج - (د - ر + ن)}] =

ا - [ب - {ج - د + ر - ن}] =

ا - [ب - ج + د - ر + ن] =

ا - ب + ج - د + ر - ن

(۵۵) مبتدی کو چاہیے کہ ہمیشہ خطوط وحدانی کو اسی ترتیب سے دور کیا کریں جو اوپر مذکور ہوئی
کہ اول سب سے اندر جو خطوط وحدانی ہون اونکو دور کرے اور پہر بعد اسکے جو اسکے متصل ہوا و علی ہذا القیاس
مگر ہم اس ترتیب کو بدل سکتے ہین اسطرح سے کہ جب ایک زوج خطوط وحدانی کو دور کرین
تو جو جملے اوسکے دوسرے زوج خطوط وحدانی کے اندر واقع ہون اونکی علامتین نہین تبدیل کرین
اور یہہ سمجہین کہ ہر جملہ کہ خطوط وحدانی کے درمیان واقع ہے وہ ایک رقم ہے یعنی جو جملے خطوط
وحدانی کے اندر درمیان خطوط وحدانی کے ہون اونکو ایک رقم سمجہکر عمل کرین مثالون سے
اس بات کو خوب سمجہہ لو

ا + {ب + (س - د)} = ا + ب + (س - د) = ا + ب + س - د

ا + {ب - (س - د)} = ا + ب - (س - د) = ا + ب - س + د

ا - {ب + (س - د)} = ا - ب - (س - د) = ا - ب - س + د

ا - {ب - (س - د)} = ا - ب + (س - د) = ا - ب + س - د

اور ا - {ب - (س - (د - ر))} = ا - ب + (س - (د - ر)) =

ا - ب + س - (د - ر) = ا - ب + س - د + ر اور اسیطرح سے

ا - {ب - (س - (د - ر - ن))} = ا - ب + (س - (د - ر - ن))

= ا - ب + س - (د - ‾ر - ن‾) = ا - ب + س - د + ‾ر - ن‾

= ا - ب + س - د + ر - ن

(۵۶) اکثر مقام پیر آسانی کے لئے اس بات کی ضرورت آن پڑتی ہو کہ دو یا زیادہ رقموں کو خطوط وحدانی مین داخل کریں جن قاعدوں سے رقموں پر سے خطوط وحدانی دور ہوتے ہین اونہین قاعدون سے خطوط وحدانی مین رقمین داخل کرنیکے قاعدے مرتب ہو سکتے ہین جملہ کی جتنی رقمونکو چاہو خطوط وحدانی مین لکھدو اور کل پر ایک علامت + کی ثبت کرو دوم جملہ کی جتنی رقمون کو چاہو ایک خطوط وحدانی مین علامتین بدلکر لکھدو اور خطوط وحدانی پر علامت - کی لکھدو مثالین دیکھو

ا - ب + ح - د + ر = ا - ب + (ح - د + ر) یا =

ا - ب + ح + (- د + ر) یا = ا - (ب - ح + د - ر) یا =

ا - ب - (ح + د - ر) اور اسیطرح سے متعدد خطوط وحدانی داخل ہو سکتی ہین مثلاً

ا - ب + ح - د + ر = ا - (ب - ح + د - ر) = ا - (ب - (ح - د + ر)

امثلہ نمبر ۷

جملہ ہائے مفصلہ ذیل مین سے خطوط وحدانی دور کرو اور مقادیر متماثلہ کو جمع کرو اور اسطرح جملونکی صورت مختصر کرو

(۱) ۳ا - ب - (۲ا - ب) (۲) ا - ب + ح - (ا - ب - ح)

(۳) ا - (ا - ا) + (ا - ا + ا۲) - (ا - ا + ا۲ - ا۳)

(۴) ا + ب + (۷ا - ب) - (۲ا - ۳ب) - (۵ا + ۶ب)

(۵) ا - ب + ح - (ب - ا + ح) + (ح - ا + ب) - (ا - ح + ب)

(۶) ۲لا - ۳ر - ۳ی - (لا - ر + ۲ی) + (لا + ۴ر + ۵ی) - (ی - لا - ر)

(۷) ا - {ب - ح - (د - ر)}

(۸) ۲ا - (۲ب - د) - {ا - ب - (۲ح - ۲د)}

(۹) ا - [۲ب - (۳ح + ۲ب - ا)] (۱۰) ۲ا - [ب - (ا - ۲ب)]

(۱۱) ۳ا - [ب + (۲ا - ب) - (ا - ب)]

(۱۲) ۷ا - [۳ا - (۴ا - (۵ا - ۲ا))]

(۱۳) ۳ا - [ب - (ا + (ب - ۳ا))]

(۱۴) ۶ا - [۴ب - (۴ا - (۶ا - ۴ب))]

(۱۵) ۲ا - (۳ب + ۲ح) - [۵ب - (۶ح - ۶ب) + ۵ح - (۲ا - (ح + ۲ب))]

(۱۶) ا - [۲ب + {۳ح - ۳ا - (ا + ب)} + {۲ا - (ب + ح)}]

(۱۷) ۱۶ - {۵ - ۲لا - [۱ - (۳ - لا)]}

(۱۸) ۱۵لا - {۴ - [۳ - ۵لا - (۳لا - ۷)]}

(۱۹) ۲ا - [۲ا - {۲ا - (۲ا - ۲ا - ا)}]

(۲۰) ۱۶ - لا - [۷لا - {۸لا - (۹لا - ۳لا - ۶لا)}]

(۲۱) ۲لا - [۳ی - {۴لا - (۵ی - ۶لا - ۷ی)}]

(۲۲) ۲ا - [۳ب + (۲ب - ح) - ۴ح + {۲ا - (۳ب - ح - ۲ب)}]

(۲۳) ا - [۵ب - {ا - (۵ح - ۲ح - ب - ۴ب) + ۲ا - (ا - ۲ب + ح)}]

(۲۴) لا۴ - [۴لا۳ - {۶لا۲ - (۴لا - ۱)}] - (لا۴ + ۴لا۳ + ۶لا۲ + ۴لا + ۱)

آٹھواں باب

ضرب

(۵۷) طالب علمو تم اتنی بات کو تو جانتے ہی ہو گے کہ اجزاء ضربی کا حاصل ضرب خواہ اونکو کسی ترتیب سے ضرب دیں ایک ہی ہوتا ہے جیسا کہ

۲×۵×۳ = ۳×۵×۲ = ۵×۳×۲

اور اسیطرح سے اب ح = اح ب = ب ح ا اور علیٰ ہذا القیاس

اور ایسی ہی ح (ا + ب) اور (ا + ب) ح برابر ہیں اسلئے کہ ہر صورت میں حاصل ضرب ایک ہی جو اجزاء ضربی ح اور ا + ب کا سمجھا جاتا ہے یہہ آسانی کی بات ہر کہ ضرب کی

تین حالتین بنا کر اوسکے قاعدہ کو بیان کرین اول صورت جملہاے مفرد کو باہم ضرب دینا
دوم ایک جملہ مفرد کو ایک جملہ مرکب مین ضرب دینا **سوم** جملہاے مرکب کو باہم ضرب دینا
اب ہم ان تینون حالتون کو بالترتیب بیان کرتے ہین

(۵۸) فرض کرو کہ ۳ا کو ۴ب مین ضرب دینا ہی تو پورا حاصلضرب اسطرح سی لکھا جائیگا
۳ × ا × ۴ × ب یا اسطرح سے ۳ × ۴ × ا × ب اور یہہ برابر ہے ۱۲ اب پس اسسے
یہہ قاعدہ مفرد جملون کے ضرب کا نکلا کہ اشمال عددی کو ضرب دیکر اس حاصل ضرب کے آگے
جو حروف ہون لکھدو مثلاً ۷ا × ۳ ب ح = ۲۱ ا ب ح

۴ ا × ۵ ب × ۳ ح = ۶۰ ا ب ح

(۵۹) ایک عدد کے قواء کو باہم اسطرح سی ضرب دیا کرتے ہین کہ اونکی قوت نمایون کو جمع کرکے
حاصل جمع کو اوس عدد پر لکھدیتے ہین مثلاً فرض کرو کہ $ا^{۳}$ کو $ا^{۲}$ مین ضرب دینا ہے
تو بموجب دفعہ ۱۶ $ا^{۳}$ = ا × ا × ا

اور $ا^{۲}$ = ا × ا

اسواسطے $ا^{۳}$ × $ا^{۲}$ = ا × ا × ا × ا × ا = $ا^{۵}$ = $ا^{۲+۳}$ ایسی ہی

$ح^{۴}$ × $ح^{۳}$ = ح × ح × ح × ح × ح × ح × ح = $ح^{۷}$ = $ح^{۴+۳}$

اور اسیطرح ہر صورت مین یہہ قاعدہ ثابت ہو سکتا ہے

(۶۰) حالت دوم فرض کرو کہ ا + ب کو ۳ مین ضرب دینا ہے تو

۳ (ا + ب) = ا + ب + ا + ب + ا + ب = ۳ ا + ۳ ب

ایسے ہی ۷ (ا + ب) = ۷ ا + ۷ ب

اور اسیطرح سے فرض کرو کہ ہمکو ا + ب کو ح مین ضرب دینا ہے تو

ح (ا + ب) = ح ا + ح ب

اور ایسے ہی ۳ (ا − ب) = ۳ ا − ۳ ب اور ۷ (ا − ب) = ۷ ا − ۷ ب

اور ح (ا - ب) = ح ا - ح ب

پس اسئے ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد مین ضرب دینے کا استنبط ہوا کہ جملہ مرکب کی ہر رقم کو جملہ مفرد مین ضرب دو اور حاصلضرب کے اول وہ علامت لکہدو جو جملہ مرکب مین رقم کی اول ہو اور پہر ان سب حاصلضربون کو جمع کر لو تو پورا حاصلضرب حاصل ہو جاویگا

(۴۱) حالت سوم فرض کرو کہ ا + ب کو ح + د مین ضرب دینا ہے تو بموجب صورت دوم کے ہمکو یہہ حاصل ہوگا (ا + ب) (ح + د) = ا (ح + د) + ب (ح + د) اور

ا (ح + د) = ا ح + ا د اور ب (ح + د) = ب ح + ب د

اسواسطے (ا + ب) (ح + د) = ا ح + ا د + ب ح + ب د

پہر ا + ب کو ح - د مین ضرب دو (ا + ب) (ح - د) =

(ح - د) (ا + ب) = ح (ا + ب) - د (ا + ب) =

ح ا + ح ب - (د ا + د ب) = ح ا + ح ب - د ا - د ب

اب ا - ب کو ح - د مین ضرب دو تو

(ا - ب) (ح - د) = (ح - د) ا - (ح - د) ب

اور (ح - د) ا = ا ح - ا د اور (ح - د) ب = ب ح - ب د

اسواسطے (ا - ب) (ح - د) = ا ح - ا د - (ب ح - ب د) =

ا ح - ا د - ب ح + ب د اب آخر نتیجہ کو ذرا غور سے دیکہو

بموجب دفعہ ۳۸ کے ہم اوسکو اسطرح سے لکہہ سکتے ہین کہ

(+ ا - ب) (+ ح - د) = + ا ح - ا د - ب ح + ب د

اب یہان صاف ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ جہان مضروب مین + ا اور مضروب فیہ + ح ہے اوسکے مقابل مین حاصلضرب کے اندر + ا ح ہے اور جہان مضروب مین + ا اور مضروب فیہ مین - د ہے وہان حاصلضرب کے اندر - ا د ہے اور ایسی ہی ارقام

- ب اور + ح کے مقابل حاصلضرب مین - ب ح ہے اور مقابل رقام - ب اور - ح کے حاصلضرب + ب ح ہے

اور یہی کیفیت علامتون کی اون تین حاصلضربون مین ہی ہی جو اوپر لکھی ہین علامتون کا ذکر جو کچھہ اوپر ہوا اوسکا مختصر بیان یہہ ہے کہ جو علامتین یکسان ہون اونکا حاصلضرب + اور جو یکسان نہوا اونکا حاصلضرب - ہوتا ہے اس قاعدہ کو قاعدہ علامات کہتی ہین ہم آگے اونکا ذکر کرینگے

(۶۲) اب ہم ایک عام قاعدہ جملہا جبریہ کی ضرب کا بیان کرتے ہین کہ مضروب کے ہر رقم کو مضروب فیہ کی ہر رقم مین ضرب دو اور حاصلضرب کے اول اگر علامتین مضروب و مضروب فیہ کی یکسان ہون تو علامت + کی لکھو اور اگر مختلف علامتین ہون تو حاصل ضرب کے اول علامت - کی لکھو اور اسیطرح سے جو کچھہ حاصل ہون اون سبکو جمع کرلو تو پورا حاصلضرب حاصل ہوجائیگا مثلاً ضرب دو

۲ا + ۳ ب - ۴ ح کو ۳ ا - ۴ ب مین

(۲ا + ۳ ب - ۴ ح) (۳ا - ۴ ب) =

۳ا (۲ا + ۳ ب - ۴ ح) - ۴ ب (۲ا + ۳ ب - ۴ ح)

= ۶ا٢ + ۹ ا ب - ۱۲ ا ح - (۸ ا ب + ۱۲ ب٢ - ۱۶ ب ح)

= ۶ا٢ + ۹ ا ب - ۱۲ ا ح - ۸ ا ب - ۱۲ ب٢ + ۱۶ ب ح

یہہ حاصلضرب بموجب قاعدہ کے حاصل ہوگا اب اوسکو مختصر کیا تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۶ا٢ + ا ب - ۱۲ ا ح - ۱۲ ب٢ + ۱۶ ب ح

اگر ۶ - ۳ + ۲ کو + ۷ + ۲ - ۴ مین ضرب دین تو اس قاعدہ کی توضیح خوب ہوجائیگی بموجب قاعدہ کے عمل کرنیسے اور حاصلضربون کے جمع کرنیسے حاصلضرب ۳۰ یعنی ۵×۶ ہوگا اور یہی ہونا چاہئے

(۶۳) طالب علم کے سامنے بعض وقت ایسی مثالین پیش ہونگین جیسی یہہ ہین کہ ا کو ۳ - ۴ ب مین یا - ۴ ح کو ۳ ا مین یا - ۴ ح کو - ۴ ب مین ضرب دو حاصل مطلوب یہہ ہین

۲ا × -۴ب = -۸ اب

-۴ح × ۳ا = -۱۲ ح ا

-۴ح × -۴ب = ۱۶ ح ب

یہان بہی دفعہ ۱۸ کے طرح ان علمونمین ارقام کے معنی سمجہہ لو مثلاً -۴ح × -۴ب = ۱۶ ب ح تو اسکے یہہ معنی سمجہو کہ اگر ایک رقم -۴ح مضروب کی رقمون مین اور -۴ب مضروب فیہ کی رقمون مین واقع ہون تو اونکے مقابل مین حاصلضرب کے اندر رقم ۱۶ ب ح ہوگی خاص صورتمین ان مثالون کی یہہ ہین کہ

۲ا × -۴ = -۸ا اور ۲ × -۴ = -۸ اور ۲ × -۱ = -۲

(۶۴) چونکہ ایسی مثالین کہ دفعہ بالامین مذکور ہوئین اکثر واقع ہوتی ہین اسلئے ضرور ہوا کہ ہم ضرب کا قاعدہ اسطرح بیان کرین کہ اگر مفرد ارقام کو ضرب دینا ہو تو امثال عددی کو باہم ضرب دو اور اس حاصلضرب کے مابعد حروف لکہدو اور ماقبل اوسکے علامت موافق قاعدہ علامات کے لکہو اور اگر جملون کو آپسمین ضرب دینا ہو تو ایک جملہ کی رقم کو دوسرے جملہ کی ہر رقم مین موافق قاعدہ ضرب ارقام مفردہ کے ضرب دیکر حاصلضربون کو جمع کرلو تو پورا حاصلضرب حاصل ہوجایگا

(۶۵) چند مثالین نہایت آسان طور سے حل کرتے ہین

ا + ب
ا + ب
―――――
ا^{2} + اب
اب + ب^{2}
―――――
ا^{2} + ۲اب + ب^{2}

ا + ب
ا - ب
―――――
ا^{2} + اب
- اب - ب^{2}
―――――
ا^{2} - ب^{2}

لا^{2} + ۳لا
لا - ۱
―――――
لا^{3} + ۳لا^{2}
- لا^{2} - ۳لا
―――――
لا^{3} + ۲لا^{2} - ۳لا

ا^{2} - اب + ب^{2}
ا + ب
―――――
ا^{3} - ا^{2}ب + اب^{2}
+ ا^{2}ب - اب^{2} + ب^{3}
―――――
ا^{3} + ب^{3}

۳ا^{2} - ۴اب + ۵ب^{2}
ا^{2} - ۲اب + ۳ب^{2}
―――――
۳ا^{4} - ۴ا^{3}ب + ۵ا^{2}ب^{2}
- ۶ا^{3}ب + ۸ا^{2}ب^{2} - ۱۰اب^{3}
+ ۹ا^{2}ب^{2} - ۱۲اب^{3} + ۱۵ب^{4}
―――――
۳ا^{4} - ۱۰ا^{3}ب + ۲۲ا^{2}ب^{2} - ۲۲اب^{3} + ۱۵ب^{4}

اب اخیر مثال کو سمجھو کہ ہمنے اول رقم $۳ا^{۲}$ کو مضروب فیہ کے سب رقموں مین ضرب دی ہے اور قاعدہ علامات کو ذہن مین رکھا ہے تو یہہ حاصل ہوا $۳ا^{۴} - ۴ا^{۳}ب + ۵ا^{۲}ب^{۲}$ پہر دوسری رقم یعنی $-۲اب$ لی اور اوسکو مضروب فیہ کے سارے رقموں مین ضرب دیا اور قاعدہ علامات کو ملحوظ رکھا تو $-۶ا^{۳}ب + ۸ا^{۲}ب^{۲} - ۱۰اب^{۳}$ حاصل ہوا اور پہر آخر رقم یعنی $+۳ب^{۲}$ کو لیا اور مضروب فیہ کی ساری رقمون مین ضرب دیا اور قاعدہ علامات کو ملحوظ رکھا تو $۹ا^{۲}ب^{۲} - ۱۲اب^{۳} + ۱۵ب^{۴}$ حاصل ہوا پس جو رقمین اسطرح سے حاصل ہوئین اونکو اسطرح سے لکہا کہ ارقام متماثلہ محاذی ایکدوسرے کے ہوں کیونکہ اسطرح لکھنے سے آسانی جمع کرنے مین ہوتی ہے اور کوئی خدشہ بہی نہین پڑتا پس آخر کو نتیجہ یہہ حاصل ہوا کہ

$$۳ا^{۴} - ۱۰ا^{۳}ب + ۲۲ا^{۲}ب^{۲} - ۲۲اب^{۳} + ۱۵ب^{۴}$$

(۶۶) طالب علم کو یہہ بہی دیکھنا چاہیے کہ ہمنے مضروب اور مضروب فیہ کے رقموں کو ایک ایسی خاص ترتیب سے لکہا ہے جس سے حاصلضرب مین ارقام متماثلہ محاذی ایکدوسرے کی واقع ہوئین ہین یہہ اور اس خاص ترتیب سے لکھنے کا قاعدہ یہہ ہے کہ اول ایک حرف جو اکثر رقمون مین آتا ہو پہلی ذہن مین مقرر کرو اور اس حرف کے قواے کے موافق ارقام کو لکھو اب آخر مثال مین ہمنے ا کو ٹہرا کر مضروب فیہ مین اول رقم وہ لکھی ہی کہ جسمین ا کی بڑی سے بڑی قوت یعنی اوسکی دوسری قوت ہی اور بعد اوسکی ہمنے رقم $-۴اب$ لکھی ہی جسمین ا کی وہ قوت ہی کہ بعد ا کی بڑی قوت کی ہے یعنی پہلی قوت ہی اور بعد ازان رقم $۵ب^{۲}$ لکھی ہے جسمین ا کی کوئی قوت بالکل نہین ہے جب اس ترتیب سے رقمین لکھی جاتی ہین تو کہا کرتے ہین کہ مضروب فیہ بہ ترتیب قواے ا کی جو تدریج کم ہوتی جاتی ہین لکھا گیا ہی اور اسی ترتیب سے مضروب کو بہی لکھنا چاہیی اور ہم اس ترتیب کو الٹ بہی سکتے ہین یعنی اب تو ہم نے مضروب و مضروب فیہ مین قواے بتدریج گھٹتی لکھی ہین لیکن اب ہم دونو مضروب و مضروب فیہ کو اسطرح سے لکھین کہ اونمین قواے بڑہتے جائین

(۶۷) اب اور چند مثالین لکھتے ہین $۱ + ۲لا - ۳لا^{۲} + لا^{۴}$ کو $لا^{۳} - ۲لا - ۲$ مین ضرب دو

رقمون کو اس ترتیب سے لکھو کہ اوسمین لا کے قوتین کم ہوتی جایئن

$$لا^۴ - ۳لا^۳ + ۲لا + ۱$$
$$لا^۲ - ۲لا - ۲$$
$$لا^۶ - ۳لا^۵ + ۲لا^۳ + لا^۲$$
$$- ۲لا^۵ + ۶لا^۴ - ۴لا^۲ - ۲لا$$
$$- ۲لا^۴ + ۶لا^۳ - ۴لا - ۲$$
$$لا^۶ - ۵لا^۵ + ۸لا^۳ - ۳لا^۲ - ۶لا - ۲$$

$ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ - اب - بح - حا$ کو $ا + ب + ح$ مین ضرب دو

مضروب اور مضروب فیہ مین قوا ا کی اس ترتیب سے کہ بتدریج کم ہوتی جایئن لکہین

$$ا^۲ - اب - اح + ب^۲ - بح + ح^۲$$
$$ا + ب + ح$$
$$ا^۳ - ا^۲ب - ا^۲ح + اب^۲ - ابح + اح^۲$$
$$+ ا^۲ب - اب^۲ - ابح + ب^۳ - ب^۲ح + بح^۲$$
$$+ ا^۲ح - ابح - اح^۲ + ب^۲ح - بح^۲ + ح^۳$$
$$ا^۳ - ۳ابح + ب^۳ + ح^۳$$

یہہ مثال بذریعہ خطوط وحدانی کے بہی اسطرح حل ہوسکتی ہے

$$ا^۲ - ا(ب + ح) + ب^۲ - بح + ح^۲$$
$$ا + (ب + ح)$$
$$ا^۳ - ا^۲(ب + ح) + ا(ب^۲ - بح + ح^۲)$$
$$+ ا^۲(ب + ح) - ا(ب + ح)(ب + ح) + (ب + ح)(ب^۲ - بح + ح^۲)$$

پس $ا(ب^۲ - بح + ح^۲) - ا(ب + ح)(ب + ح)$ ء

$$= ا[(ب^۲ - بح + ح^۲) - (ب + ح)(ب + ح)]$$
$$ا(ب^۲ - بح + ح^۲ - ب^۲ - ۲بح - ح^۲) = -۳ابح$$

اور $(ب + ح)(ب^۲ - بح + ح^۲) = ب^۳ + ح^۳$

پس وہی حاصل ضرب جو پہلے حاصل ہوا تہا حاصل ہوا کہ ا^{3} + ب^{3} + ح^{3} - ۳ ا ب ح

لا - ا اور لا - ب اور لا - ح کو آپسمین ضرب دو

لا - ا
لا - ب

لا^{2} - ا لا
- ب لا + ا ب

لا^{2} - (ا + ب) لا + ا ب
لا - ح

لا^{3} - (ا + ب) لا^{2} + ا ب لا
- ح لا^{2} + ح (ا + ب) لا - ا ب ح

لا^{3} - (ا + ب + ح) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا - ا ب ح

طالب علم کو چاہیے کہ ہر مثال کو جسمین مضروب و مضروب فیہ مرکب جملہ ہون دو طرح سے نکالا کرے یعنی اول مضروب کو مضروب فیہ مین ضرب دے پہر مضروب فیہ کو مضروب اور مضروب کو مضروب فیہ بنا کر ضرب دے اگر دونون صورتون مین نتیجہ ایک ہی نکلے تو جانے یہہ عمل دونون دفعہ صحیح کیا ہے غرض اسیطرح دوہری مشق ہو گی اور صحت عمل کا بہی امتحان ساتہہ ساتہہ ہوتا جائیگا اور ایک مثال کی دو مثالین مشق کے واسطے بنجائینگی

امثلہ نمبری ۸

(۱) ۲ لا^{2} کو ۴ لا^{3} مین (۲) ۳ ا^{2} کو ۴ ا^{5} مین (۳) ۲ ا^{2} ب کو ۲ ا ب^{2} مین

(۴) ۳ لا^{2} ر ی کو ۵ لا ر^{2} ی^{2} مین (۵) ۷ لا ر^{2} کو ۲ ر^{3} ی^{3} (۶) ۴ ا^{2} - ۳ ب کو ۳ ا ب^{2} مین

(۷) ۸ ا^{2} - ۹ ا ب کو ۳ ا^{2} مین (۸) ۳ لا^{2} - ۴ ر^{2} + ۵ ی^{2} کو ۲ لا^{2} ر مین

(۹) لا^{2} ر^{2} - ر^{2} ی^{2} + ی^{2} لا^{2} کو لا^{2} ر^{2} ی^{2} مین

(۱۰) ۲ لا ر^{2} ط^{2} + ۳ لا^{2} ر^{3} ط - ۵ لا^{3} ر ط^{2} کو ۲ لا ر^{2} ط مین

(۱۱) ۲ لا - ر کو ۲ ر + لا مین

(۱۲) ۲ لا^{3} + ۴ لا^{2} + ۸ لا + ۱۶ کو ۳ لا - ۶ مین

(۱۳) لا^{3} + لا^{2} + لا - ۱ کو لا - ۱ مین

(۱۴) ۱ + ۴لا − ۱۰لا^{2} کو ۱ − ۶لا + ۳لا^{2} مین

(۱۵) لا^{3} − ۴لا^{2} + ۱۱لا − ۲۴ کو لا^{2} + ۴لا + ۵ مین

(۱۶) لا^{3} + ۴لا^{2} + ۵لا − ۲۴ کو لا^{2} − ۴لا + ۱۱ مین

(۱۷) لا^{3} − ۷لا^{2} + ۵لا + ۱ کو ۲لا^{2} − ۴لا + ۱ مین

(۱۸) لا^{3} + ۶لا^{2} + ۲۴لا + ۴۰ کو لا^{3} − ۶لا^{2} + ۱۲لا + ۱۲ مین

(۱۹) لا^{3} − ۲لا^{2} + ۳لا − ۴ کو ۴لا^{3} + ۳لا^{2} + ۲لا + ۱ مین

(۲۰) لا^{4} − ۲لا^{3} + ۳لا^{2} − ۲لا + ۱ کو لا^{4} + ۲لا^{3} + ۳لا^{2} + ۲لا + ۱ مین

(۲۱) لا^{2} − ۳ا لا کو لا + ۳ا مین

(۲۲) ا^{2} + ۲ا لا − لا^{2} کو ا^{2} + ۲ا لا + لا^{2} مین

(۲۳) ۲ب^{2} + ۳ا ب − ا^{2} کو ۷ا − ۵ب مین

(۲۴) ا^{2} − ا ب + ب^{2} کو ا^{2} + ا ب − ب^{2} مین

(۲۵) ا^{2} − ا ب + ۲ب^{2} کو ا^{2} + ا ب + ۲ب^{2} مین

(۲۶) ۴لا^{2} − ۳لا د − د^{2} کو ۳لا − ۲د مین

(۲۷) لا^{5} − لا^{4} د + لا د^{4} − د^{5} کو لا + د مین

(۲۸) ۲لا^{2} + ۳لا د + ۴د^{2} کو ۳لا^{2} + ۴لا د + د^{2} مین

(۲۹) لا^{2} + د^{2} − لا د + لا + د − ۱ کو لا + د − ۱ مین

(۳۰) لا^{4} + ۲لا^{3} د + ۴لا^{2} د^{2} + ۸لا د^{3} + ۱۶د^{4} کو لا − ۲د مین

(۳۱) ۸۱لا^{4} + ۲۷لا^{3} د + ۹لا^{2} د^{2} + ۳لا د^{3} + د^{4} کو ۳لا − د مین

(۳۲) لا + ۲د − ۳ط کو لا − ۲د + ۳ط مین

(۳۳) ا^{2} − ا لا + ب لا + ب^{2} کو ا + ب + لا مین

(۳۴) ا^{2} + ب^{2} + ح^{2} − ب ح − ح ا − ا ب کو ا + ب + ح مین

(۳۵) ا^۲ + ۴ ب لا + ۴ ب^۲ لا^۲ کو ا^۲ − ۴ ب لا + ۴ ب^۲ لا^۲ مین

(۳۶) ا^۲ − ۲ ا ب + ب^۲ + ح^۲ کو ا^۲ + ۲ ا ب + ب^۲ − ح^۲ مین

جملہای مفصلہ ذیل کو باہم ضرب دو

(۳۷) لا − ا اور لا + ا اور لا^۲ + ا^۲ کو

(۳۸) لا + ا اور لا + ب اور لا + ح کو

(۳۹) لا^۲ − ا لا + ا^۲ اور لا^۲ + ا لا + ا^۲ اور لا^۴ − لا^۲ ا^۲ + ا^۴ کو

(۴۰) لا − ۲ ا اور لا − ا اور لا + ا اور لا + ۲ ا

نوان باب تقسیم کے بیان مین

(۴۸) حساب کی طرح جبر مقابلہ مین بہی ضرب کا عکس تقسیم ہی ضرب مین دو اجزاے ضربی معلوم ہوتے ہین اونکا حاصلضرب دریافت کرتے ہین اور تقسیم مین حاصلضرب اور ایک جز ضربی معلوم ہوتا ہے اور دوسرا جز ضربی دریافت کرتے ہین اور جس جز ضربی کو دریافت کرتے ہین اوسکو خارج قسمت کہتے ہین یہہ باب اور اسکے پہلا باب دونون باہم توام ہین پہلے باب مین عمل ضرب کا بیان تہا یہہ باب اوسکا بالعکس ہے آسانی کے لئے تقسیم کی تین حالتین بتاتے ہین **اول** جملہ مفرد کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنا **دوم** ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مفرد پر تقسیم کرنا **سوم** ایک جملہ مرکب کو جملہ مرکب پر تقسیم کرنا

(۴۹) ایک جملہ کی تقسیم جو دوسرے جملہ پر ہوتی ہے اوسکا بیان دفعہ ۱۰ مین یہہ کیا گیا ہے کہ اگر ۱۵ ا کو ۲ ح پر تقسیم کرنا ہو تو خارج قسمت کو اسطرح سے تعبیر کرینگے کہ ۱۵ ا ÷ ۲ ح اور اگر اسطرح ۱۵ ا / ۲ ح یہہ بہی ہوتا ہے کہ بعض اجزاے ضربی مقسوم علیہ کے مقسوم مین بہی واقع ہوتے ہین تو وہان اختصار جس طرح حساب مین ہوتا ہے ہو سکتا ہے مثلاً ۱۵ ا^۲ ب کو ۶ ب ح پر تقسیم کرنا ہے تو خارج قسمت یہہ ہوگا کہ ۱۵ ا^۲ ب / ۶ ب ح یہان مقسوم ۱۵ ا^۲ ب = ۵ ا^۲ × ۳ ب اور مقسوم علیہ ۶ ب ح = ۲ ح × ۳ ب پس جز ضربی ۳ ب دونو مقسوم اور مقسوم علیہ مین واقع ہوتا ہے تو ہم حساب کی طرح اس جز ضربی مشترک کو ساقط

کریں اور خارج قسمت کو $\frac{۵ا^{۲}}{۳ح}$ سے تعبیر کریں اسطرح کہ $\frac{۱۵ا^{۲}ب}{۹بح} = \frac{۵ا^{۲}}{۳ح}$

اور یہہ بھی ہوتا ہے کہ تمام اجزاء ضربی مقسوم علیہ کے اسطرح زائل ہو جائیں مثلاً ۲۴ا ب لا کو
۸ا لا پر تقسیم کرنا ہو تو $\frac{۲۴ا ب لا}{۸ا لا} = \frac{۳ب × ۸ا لا}{۸ا لا} = ۳ب$

(۷۰) قاعدہ علامات کا اون صورتوں کے دیکھنے سی جو ضرب مین واقع ہوتی ہین دریافت ہوتا ہے

مثلاً $۴اب × ۳ح = ۱۲ابح$ اسواسطے $\frac{۱۲ابح}{۴اب} = ۳ح$ اور $\frac{۱۲ابح}{۳ح} = ۴اب$

اور $۴اب × -۳ح = -۱۲ابح$ اسواسطے $\frac{-۱۲ابح}{۴اب} = -۳ح$ اور $\frac{-۱۲ابح}{-۳ح} = ۴اب$

اور $-۴اب × ۳ح = ۱۲ابح$ اسواسطے $\frac{-۱۲ابح}{-۴اب} = ۳ح$ اور $\frac{-۱۲ابح}{۳ح} = -۴اب$

اور $-۴اب × -۳ح = ۱۲ابح$ اسواسطے $\frac{۱۲ابح}{-۴اب} = -۳ح$ اور $\frac{۱۲ابح}{-۳ح} = -۴اب$

اسّے یہہ معلوم ہو گیا کہ جو قاعدہ علامات کا ضرب مین ہی وہی قاعدہ تقسیم مین ہے

(۷۱) پس قاعدہ ایک جملہ مفرد کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا یہہ استخراج ہوا کہ مقسوم کو اوپر مقسوم علیہ کے لکھو اور بیچمین دونو کے ایک خط کھینچو اگر مقسوم اور مقسوم علیہ مین اجزاء ضربی مشترک ہوں اونکو ساقط کرو اگر علامتین مقسوم اور مقسوم علیہ کی یکسان ہون تو علامت + کی اور اگر علامتین مختلف ہون تو علامت − کی خارج قسمت مین تجویز کرو

(۷۲) ایک عدد کی ایک قوت اوسکی دوسری قوت پر اسطرح سی تقسیم ہوتی ہے کہ مقسوم کی قوت نما مین سے مقسوم علیہ کا قوت نما تفریق کر کے حاصل تفریق کو خارج قسمت کا قوت نما بناؤ فرض کرو کہ $ا^{۵}$ کو $ا^{۳}$ پر تقسیم کرنا ہے تو بموجب دفعہ ۱۶ اسکے

$$ا^{۵} = ا × ا × ا × ا × ا$$
$$ا^{۳} = ا × ا × ا$$

اسواسطے $\frac{ا^{۵}}{ا^{۳}} = \frac{ا × ا × ا × ا × ا}{ا × ا × ا} = ا × ا = ا^{۲} = ا^{۵-۳}$

اور اسیطرح $\frac{ح^{۶}}{ح^{۴}} = \frac{ح × ح × ح × ح × ح × ح}{ح × ح × ح × ح} = ح × ح = ح^{۲} = ح^{۶-۴}$

اسیطرح سے ہر مثال مین ثابت ہو سکتا ہی کہ قاعدہ درست ہی اور قاعدہ کو ہم اسطرح سی ثابت کر سکتے ہین

کہ بموجب دفعہ ۵۹ کے $\text{ح}^{۴} \times \text{ح}^{۳} = \text{ح}^{۷}$ اسواسطے $\frac{\text{ح}^{۷}}{\text{ح}^{۴}} = \text{ح}^{۳}$ و $\frac{\text{ح}^{۷}}{\text{ح}^{۳}} = \text{ح}^{۴}$

(۷۳) اگر کسی عدد کی قوت مقسوم علیہ مین بہ نسبت مقسوم کے بڑی ہو تو خارج قسمت بموجب دفعات ۷۱ و ۷۲ کے حاصل ہوگا مثلاً فرض کرو کہ $\text{۴ا ب}^{۲}$ کو $\text{۳ح ب}^{۵}$ پر تقسیم کرنا ہے تو خارج قسمت یہہ ہوگا کہ $\frac{\text{۴ا ب}^{۲}}{\text{۳ح ب}^{۵}}$ یہان $\text{ب}^{۲}$ دونو مقسوم و مقسوم علیہ مین واقع ہوتا ہے اسلئے اوسکو ساقط کرو تو خارج قسمت $\frac{\text{۴ا}}{\text{۳ح ب}^{۳}}$ سے تعبیر ہوگا یا اسطرح کہ $\frac{\text{۴ا ب}^{۲}}{\text{۳ح ب}^{۵}} = \frac{\text{۴ا}}{\text{۳ح ب}^{۳}}$

(۷۴) حالت دوم ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا قاعدہ ضرب کے قاعدہ صورت دوم سے مستنبط ہو سکتا ہے مثلاً $(\text{ا} - \text{ب})\text{ح} = \text{اح} - \text{بح}$ اسواسطے

$$\frac{\text{اح} - \text{بح}}{\text{ح}} = \text{ا} - \text{ب} \quad \text{اور} \quad (\text{ا} - \text{ب}) \times -\text{ح} = -\text{ح ا} + \text{ب ح}$$

اسواسطے $\frac{-\text{ح ا} + \text{ب ح}}{-\text{ح}} = \text{ا} - \text{ب}$

پس اسسے یہہ قاعدہ ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا حاصل ہوا کہ جملہ مرکب کی ہر رقم کو مقسوم علیہ پر تقسیم کرو اور جو اسطرح سے ما حصل ہون اونکو مجتمع کرو تو پورا خارج قسمت حاصل ہو جاویگا مثلاً

$$\frac{\text{۴ا}^{۳} - \text{۳ا ب ح} + \text{ا}^{۲}\text{ح}}{\text{ا}} = \text{۴ا}^{۲} - \text{۳ب ح} + \text{اح}$$

(۷۵) حالت سوم ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مرکب پر تقسیم کرنیکا ایسا ہی قاعدہ ہے جیسے کہ علم حساب مین تقسیم طولانی کا اور وہ قاعدہ یہہ ہے کہ ارقام مقسوم و مقسوم علیہ دونو کو موافق قوائے ایک حرف کے جو دونون مین مشترک ہو بالترتیب لکھو یعنی اسطرح سے کہ قوتین بتدریج کم ہوتی جائین یا بتدریج بڑہتی جائین اور پہر مقسوم کی اول رقم کو مقسوم علیہ کے اول رقم پر تقسیم کرکے جو کچھہ حاصل ہو اوسکو خارج قسمت کی اول رقم بناؤ اور اس رقم کو مقسوم علیہ مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو مقسوم مین سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کے ساتھہ اور رقمونکو مقسوم مین سے جسقدر کہ ضرورت ہو بالترتیب ملاؤ اور پہر وہی عمل کرو جو اول کیا تہا اور اس عمل کو جاری رکھو جب تک کہ سب رقمین مقسوم کی اتار لیجائین

دلیل اس قاعدہ کی وہی ہے جو حساب مین تقسیم طولانی کی ہے کہ مقسوم کے حصے کر لیتے ہین

اور ہر حصہ مین سے یہہ دیکھا کہ مقسوم علیہ کے دفعہ اوسمین سے جا سکتا ہی پس اسطرح سی جو حاصل ہوا
اون سبکو یکجا جمع کرکے خارج قسمت بنالیا

(۷۶) اب ہم بعض مثالین تقسیم کی نہایت آسان طور پر حل کرکے لکھتے ہین

ا + ب) ا^{2} + ۲اب + ب^{2} (ا + ب
ا^{2} + اب
اب + ب^{2}
اب + ب^{2}
×

ا + ب) ا^{2} − ب^{2} (ا − ب
ا^{2} + اب
− اب − ب^{2}
− اب − ب^{2}
×

ا − ب) ا^{2} − ب^{2} (ا + ب
ا^{2} − اب
اب − ب^{2}
اب − ب^{2}
×

لا^{2} + ۳لا) لا^{3} + ۲لا^{2} − ۳لا (لا − ۱
لا^{3} + ۳لا^{2}
− لا^{2} − ۳لا
− لا^{2} − ۳لا
×

ا^{2} − ۲اب + ۳ب^{2}) ۳ا^{4} − ۱۰ا^{3}ب + ۲۲ا^{2}ب^{2} − ۲۲اب^{3} + ۱۵ب^{4} (۳ا^{2} − ۴اب + ۵ب^{2}
۳ا^{4} − ۶ا^{3}ب + ۹ا^{2}ب^{2}
− ۴ا^{3}ب + ۱۳ا^{2}ب^{2} − ۲۲اب^{3}
− ۴ا^{3}ب + ۸ا^{2}ب^{2} − ۱۲اب^{3}
۵ا^{2}ب^{2} − ۱۰اب^{3} + ۱۵ب^{4}
۵ا^{2}ب^{2} − ۱۰اب^{3} + ۱۵ب^{4}
×

اب اخیر مثال پر متوجہ ہو کہ مقسوم و مقسوم علیہ دونو موافق قواعد کے بالترتیب لکھی گئی ہین۔
اول رقم مقسوم کی ۳ا^{4} ہے اوسکو مقسوم علیہ کی اول رقم ا^{2} پر تقسیم کیا تو ۳ا^{2} حاصل
ہوئے یہہ اول رقم خارج قسمت کی ہوئی پس پہر تمام مقسوم علیہ کو ۳ا^{2} مین ضرب دیا اور
حاصل کو نیچے مقسوم کے اسطرح کہ ایک قوتین اوکی اوپر نیچے ہون لکھدیا اور تفریق کیا
تو یہہ حاصل ہوا کہ − ۴ا^{3}ب + ۱۳ا^{2}ب^{2} اب اوسکے آگے مقسوم کے آگے کی رقم
کو بہی اتار کر لکھدیا یعنی − ۲۲اب^{3} کو اب اول رقم − ۴ا^{3}ب کو اول رقم مقسوم علیہ

ا² پر تقسیم کیا تو حاصل -۴ اب ہوا اسکو دوسری رقم خارج قسمت کی بنایا اور پہر تمام مقسوم علیہ
کو -۴ اب مین ضرب دیکر حاصل کو اون رقموں کے نیچے جنسے اسی ہمنے عمل کیا یہ ترتیب قوا لکہدیا
اور تفریق کیا تو ۵ ا² ب² - ۱۰ اب³ حاصل ہوا اور پہر آگے کی رقم مقسوم کو اوتار لیا یعنی
۱۵ ب⁴ کو اور ۵ ا² ب² کو مقسوم علیہ کے اول رقم ا² پر تقسیم کیا تو ۵ ب² حاصل ہوے تو اسکو آگے
خارج قسمت مین لکہدیا اور تمام مقسوم علیہ کو ۵ ب² مین ضرب دیا اور حاصل کو بدستور سابق لکہا
اور تفریق کیا تو کچہہ باقی نہین بچا اور چونکہ تمام رقمین مقسوم کی اوتر چکین تو عمل تمام ہوا اور خارج
قسمت ۳ ا² - ۴ اب + ۵ ب² حاصل ہوا یہہ ایک بڑی بات ہی کہ مقسوم و مقسوم علیہ کو موافق
ترتیب قوا ایک حرف کے لکہین اور اس ترتیب کو ہمیشہ ہر مرتبہ عمل مین بدرجہ غایت ملحوظ رکہین

(۷۷) جسطرح حساب مین بعض اوقات تقسیم پوری نہین ہو سکتی اسیطرح جبر مقابلہ مین بہی تقسیم نہین ہو سکتی
مثلاً ا² + ۲ اب + ۲ ب² کو ا + ب پر تقسیم کرین تو مثال اول کی طرح ا + ب خارج قسمت
حاصل ہوگا اور ب² باقی رہیگا تو اس نتیجہ کو جن طریقون سے حساب مین لکہا کرتے ہین اوسیطرح
جبر مقابلہ مین مرقوم کرتے ہین یعنی (ا² + ۲ اب + ۲ ب²) / (ا + ب) = ا + ب + ب² / (ا + ب)
پس یہان خارج قسمت ا + ب ہی اور ایک کسری حصہ ب² / (ا + ب) اور ہے

عام طور پر فرض کرو کہ ط اور ص دو جملون کو تعبیر کرتے ہین اور یہہ بہی فرض کرو کہ جب ط کو ص پر
تقسیم کرتے ہین تو ق خارج قسمت ہوتا ہے اور ف باقی رہتا ہے تو جبر مقابلہ مین نتیجہ اسطرح
بیان مین آویگا کہ ط = ق ص + ف یا ط - ق ص = ف یا

ط/ص = ق + ف/ص یا ط/ص - ق = ف/ص

طالب علم کو یہہ معلوم رہنے کہ ہر حرف یہان ایک جملہ مفرد یا مرکب کو تعبیر کرتا ہے اور ہمیشہ ایسے
موقعون پر صفائی اور اختصار کے واسطے جملون کو ایک حرف سے تعبیر کرلیا کرتے ہین
کسر کا بیان باب ہا آئندہ مین مذکور ہوگا یہان تقسیم کے عمل وہی لکہی جاینگے جنمین پوری
تقسیم ہوتی ہے

(۷۸) اب ہم اور مثالین لکھتے ہین لا^{۶} - ۵ لا^{۵} + ۷ لا^{۴} + ۲ لا^{۳} - ۶ لا - ۲ کو ۱ + ۲لا - ۳ لا^{۲} + لا^{۳} پر تقسیم کرو مقسوم اور مقسوم علیہ کو موافق ترتیب قوا ر لا کے لکھو

لا^{۳} - ۳لا^{۲} + ۲لا + ۱) لا^{۶} - ۵ لا^{۵} + ۷ لا^{۴} + ۲ لا^{۳} - ۶لا - ۲ (لا^{۳} - ۲لا^{۲} - ۲

لا^{۶} - ۳لا^{۵} + ۲لا^{۴} + لا^{۳}

- ۲ لا^{۵} - ۲ لا^{۴} + ۶ لا^{۳} + ۲ لا^{۲} - ۶ لا

- ۲ لا^{۵} + ۶ لا^{۴} - ۴ لا^{۳} - ۲ لا^{۲}

- ۲ لا^{۳} + ۶ لا^{۲} - ۴ لا - ۲

- ۲ لا^{۳} + ۶ لا^{۲} - ۴ لا - ۲

ا^{۳} + ب^{۳} + ح^{۳} - ۳ ابح کو ا + ب + ح پر تقسیم کرو مقسوم کو موافق قوا ر ا کے لکھو

ا + ب + ح) ا^{۳} - ۳ ابح + ب^{۳} + ح^{۳} (ا^{۲} - اب - اح + ب^{۲} - بح + ح^{۲}

ا^{۳} + ا^{۲}ب + ا^{۲}ح

- ا^{۲}ب - ا^{۲}ح - ۳ ابح

- ا^{۲}ب - اب^{۲} - ابح

- ا^{۲}ح + اب^{۲} - ۲ ابح

- ا^{۲}ح - ابح - اح^{۲}

+ اب^{۲} - ابح + اح^{۲} + ب^{۳}

اب^{۲} + ب^{۳} + ب^{۲}ح

- ابح + اح^{۲} - ب^{۲}ح

- ابح - ب^{۲}ح - بح^{۲}

اح^{۲} + بح^{۲} + ح^{۳}

اح^{۲} + بح^{۲} + ح^{۳}

واضح ہو کہ یہان ارقام کو بہ ترتیب قوا ر ا کے جو بتدریج کم ہوتی جاتی ہین لکھا تھا لیکن دو قسمین ا^{۲}ب و ا^{۲}ح ایسی آگئین کہ دونو مین قوتین یکسان تھین اسلئے ایک اور حرف ب کو ٹھہرالیا اور اون رقمون کو جنمین ب ہو پہلے اون رقمون سے جسمین ب نہو لکھنا شروع کیا ارقام اب^{۲} اور ابح مین اول اب^{۲} کو لکھا اسلئے کہ اوسمین بڑی قوت ب کی ہے اور یہ مثال تو ستا خطوط وحدانی

کے بھی آسانی سے حل ہو سکتی ہے

(ا + ب + ح) ا^{۳} − ۳ ا ب ح + ب^{۳} + ح^{۳} (ا^{۲} − ا (ب + ح) + ب^{۲} − ب ح − ح^{۲})

ا^{۳} + ا^{۲} (ب + ح)

− ا^{۲} (ب + ح) − ۳ ا ب ح + ب^{۳} + ح^{۳}

− ا^{۲} (ب + ح) − ا (ب^{۲} + ۲ ب ح + ح^{۲})

ا (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}) + ب^{۳} + ح^{۳}

ا (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}) + ب^{۳} + ح^{۳}

تقسیم کرو لا^{۳} − (ا + ب + ح) لا^{۲} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح کو لا − ح پر

لا − ح) لا^{۳} − (ا + ب + ح) لا^{۲} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح (لا^{۲} − (ا + ب) لا + ا ب

لا^{۳} − ح لا^{۲}

− (ا + ب) لا^{۲} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح

− (ا + ب) لا^{۲} + (ا + ب) ح لا

ا ب لا − ا ب ح

ا ب لا − ا ب ح

ضرب کی ہر مثال جسمین مضروب و مضروب فیہ مختلف ہون تقسیم کی دو مثالین ہین اسطرح سے کہ حاصل ضرب کو جب مضروب پر تقسیم کرینگے تو مضروب فیہ حاصل ہوگا اور جب مضروب فیہ پر تقسیم کرینگے تو مضروب حاصل ہوگا طالب علم کو چاہیے کہ وہ مثالین جو فصل ضرب مین لکھدی ہین اون سے مشق تقسیم کرے اور انکی صحت عمل کو بھی جانچ پڑتال لے اور ہر مثال جسمین مقسوم علیہ و خارج قسمت مختلف جملے ہین ایک اور مثال تقسیم کی ہو سکتی ہے اسطرح کہ خارج قسمت کو مقسوم علیہ اور اسی مقسوم کا بنا کر تقسیم کرین تو نیا خارج قسمت اصل مقسوم علیہ ہوگا

امثلہ ۹

تقسیم کرو

(۱) ۱۵ لا^{۲} کو ۳ لا پر (۲) ۲۴ ا^{۳} کو −۸ ا^{۲} پر (۳) ۱۸ لا^{۳} ی^{۲} کو ۶ لا ی پر

(۴) ۲۴ ا^{۴} ب^{۵} ح^{۶} کو −۳ ا^{۲} ب^{۲} ح^{۲} پر (۵) ۲۰ ا^{۴} ب^{۶} لا^{۳} ی^{۳} کو ۵ ب^{۲} لا ی پر

(۶) ۲۴ لا^{۳} − ۸ لا^{۲} + ۱۶ لا کو ۴ لا (۷) ۳ ا^{۴} − ۱۲ ا^{۳} + ۱۵ ا^{۲} کو −۳ ا^{۲} پر

(۸) لا^{3}ی - ۳ لا^{2}ی^{2} + ۴ لا ی^{3} کو لا ی (۹) - ۱۵ ا^{3} ب^{3} - ۳ ا^{2} ب^{4} + ۱۲ ا ب کو - ۳ ا ب

(۱۰) ۶۰ ا^{3} ب^{3} ح^{2} - ۴۸ ا^{2} ب^{4} ح^{2} + ۳۶ ا^{2} ب^{3} ح^{5} - ۲۰ ا ب ح^{4} کو ۴ ا ب ح^{2} پر

(۱۱) لا^{2} - ۷ لا + ۱۲ کو لا - ۳ پر (۱۲) لا^{2} + لا - ۷۲ کو لا - ۹ پر

(۱۳) ۲ لا^{3} - لا^{2} + ۳ لا - ۹ کو ۲ لا - ۳ (۱۴) ۶ لا^{2} + ۱۴ لا^{3} - ۴ لا + ۲۴ کو ۲ لا + ۶

(۱۵) ۹ لا^{3} + ۳ لا^{2} + لا - ۱ کو ۳ لا - ۱ (۱۶) ۷ لا^{3} - ۲۴ لا^{2} + ۵۸ لا - ۲۱ کو ۷ لا - ۳

(۱۷) لا^{2} - ۱ کو لا - ۱ (۱۸) ا^{2} - ۲ ا ب^{2} + ب^{3} کو ا - ب پر

(۱۹) لا^{4} - ۸۱ ی^{4} کو لا - ۳ ی پر (۲۰) لا^{4} - ۲ لا^{3} ی + ۲ لا ی^{3} - لا ی^{3} کو لا - ی

(۲۱) لا^{5} - ی^{5} کو لا - ی پر (۲۲) ا^{5} + ۳۲ ب^{5} کو ا + ۲ ب

(۲۳) ۲ ا^{4} + ۲۷ ا ب^{3} - ۸۱ ب^{4} کو ا + ۳ ب پر

(۲۴) لا^{5} + لا^{4} ی + لا^{3} ی^{2} + لا^{2} ی^{3} + لا ی^{4} + ی^{5} کو لا^{3} + ی^{3} پر

(۲۵) لا^{5} + ۲ لا^{4} ی + ۳ لا^{3} ی^{2} - لا^{2} ی^{3} - ۲ لا ی^{4} - ۳ ی^{5} کو لا^{3} - ی^{3} پر

(۲۶) لا^{4} - ۵ لا^{3} + ۱۱ لا^{2} - ۱۲ لا + ۶ کو لا^{2} - ۳ لا + ۳ پر

(۲۷) لا^{4} + لا^{3} - ۹ لا^{2} - ۱۶ لا - ۴ کو لا^{2} + ۴ لا + ۴ پر

(۲۸) لا^{4} - ۱۳ لا^{2} + ۳۶ کو لا^{2} + ۵ لا + ۶ پر

(۲۹) لا^{4} + ۶۴ کو لا^{2} + ۴ لا + ۸ پر

(۳۰) لا^{4} + ۱۰ لا^{3} + ۳۵ لا^{2} + ۵۰ لا + ۲۴ کو لا^{2} + ۵ لا + ۴

(۳۱) لا^{4} + لا^{3} - ۲۴ لا^{2} - ۳۵ لا + ۵۷ کو لا^{2} + ۲ لا - ۳

(۳۲) ۱ - لا - ۳ لا^{2} - لا^{5} کو ۱ + ۲ لا + لا^{2} پر تقسیم کرو

(۳۳) لا^{6} - ۲ لا^{3} + ۱ کو لا^{2} - ۲ لا + ۱ (۳۴) ا^{4} + ۲ ا^{2} ب^{2} + ۹ ب^{4} کو ا^{2} - ۲ ا ب + ۳ ب^{2}

(۳۵) ا^{6} - ب^{6} کو ا^{3} - ۲ ا^{2} ب + ۲ ا ب^{2} - ب^{3}

(۳۶) لا^{6} + ۲ لا^{5} - ۴ لا^{4} - ۶ لا^{3} + ۱۲ لا^{2} - ۲ لا - ۱ کو لا^{2} + ۲ لا - ۱ پر

(۸۱) اب بعض دفعات مین قوانین جبریہ دفعہ ۷۹ کی بالتفصیل لکھی ہین اب ہم قوانین کو مکرر لکھتے ہین اور اونپر نمبر لگا دیتے ہین تاکہ حوالہ دینے مین آسانی ہو اور تمیز ہو جاے

(ا + ب)۲ = ا۲ + ۲ا ب + ب۲ (۱)

(ا - ب)۲ = ا۲ - ۲ا ب + ب۲ (۲)

(ا + ب) (ا - ب) = ا۲ - ب۲ (۳)

(۸۳) یہہ قوانین جبریہ بعض اوقات حساب مین بہی بکار آمد ہین مثلاً حاصل تفریق ۱۲۷ و ۱۲۳ کے مجذورون کا دریافت کرنا ہو تو

(۱۲۷)۲ - (۱۲۳)۲ = (۱۲۷ + ۱۲۳) (۱۲۷ - ۱۲۳) = ۲۵۰ × ۴ = ۱۰۰۰

پس عدد مطلوبہ نہایت آسانی سے حاصل ہو گیا اگر ۱۲۷ اور ۱۲۳ کا مجذور علیحدہ علیحدہ کرتے اور پہلے مجذور مین سے دوسرے مجذور کو تفریق کرتے تو ذرا بہلاو ہوتا اور بموجب قانون (۲) کے (۲۹)۲ = (۳۰ - ۱)۲ = ۹۰۰ - ۶۰ + ۱ = ۸۴۱

مجذور ۲۹ کا اسطرح آسانی سے حاصل ہو گیا پہلے ۲۹ کو ۲۹ مین ضرب دیتے تو حاصل ہوتا اگر ہمکو ۵۳ اور ۴۷ کا حاصل ضرب دریافت کرنا ہو تو بموجب قانون ۳ کے

۵۳ × ۴۷ = (۵۰ + ۳) (۵۰ - ۳) = (۵۰)۲ - (۳)۲ = ۲۵۰۰ - ۹ = ۲۴۹۱

(۸۴) فرض کرو کہ مربع ۳لا + ۲ی کا دریافت کرنا ہے تو ایک طریقہ تو اوسکی معلوم کرنیکا معمولی ہی کہ ۳لا + ۲ی کو ۳لا + ۲ی مین ضرب دین حاصل ضرب ۳لا + ۲ی کا مربع حاصل ہوگا مگر ہم اوسکو دوسرے طریقہ سے نکالتے ہین اور قانون شکل (۱) کو کام مین لاتے ہین وہ سب اعداد کے واسطے عموماً ثابت ہی خواہ ا کوئی عدد ہو اور ب کوئی عدد ہو پس ا کی جگہہ ۳لا اور ب کی جگہہ ۲ی رکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

(۳لا + ۲ی)۲ = (۳لا)۲ + ۲ (۳لا × ۲ی) + (۲ی)۲ = ۹لا۲ + ۱۲لا ی + ۴ی۲

مبتدی کے دل مین یہہ خیال آویگا کہ اس طریقہ مین آسانی کیا ہی بلکہ یہہ تو اوسی مشکل معلوم

ہوتا ہے کہ ضرب کے قاعدہ سے نکالا جاتا اان قوانین جبریہ نے تو اور دشواری مین ڈالدیا
یہہ خیال اوسکا درست ہی مگر اِسبات کو یاد رکھے کہ اس خاص مثال مین یہہ امر پیش ہوا
مگر یہہ شکل بہت کام کے ہے اور بہت سی مثالون مین کام آتی ہے

(۸۵) لا + ی + ط کا مجذور دریافت کیا چاہتے ہین لا + ی کو ا سے تعبیر کرو تو لا + ی + ط
= ا + ط اور بموجب قانون (۱) کے ہمکو یہہ حاصل ہوگا

$(ا + ط)^2 = ا^2 + ۲ ا ط + ط^2 = (لا + ی)^2 + ۲ (لا + ی) ط + ط^2 = لا^2 + ۲ لا ی + ی^2 + ۲ لا ط + ۲ ی ط + ط^2$

پس $(لا + ی + ط)^2 = لا^2 + ی^2 + ط^2 + ۲ لا ی + ۲ ی ط + ۲ لا ط$

اب فرض کرو کہ ہم مجذور ع - ق + ک - ص کا دریافت کیا چاہتے ہین تعبیر کرو ع - ق کو
ا سے اور ک - ص کو ب سے تو ع - ق + ک - ص = ا + ب تو بموجب قانون (۱) کے

$(ا + ب)^2 = ا^2 + ۲ ا ب + ب^2 = (ع - ق)^2 - ۲ (ع - ق) (ک - ص) + (ک - ص)^2$

بموجب قانون (۲) کے $(ع - ق)^2$ و $(ک - ص)^2$ کو مبسوط کرکے لکھو تو

$(ع - ق + ک - ص)^2$

$= ع^2 - ۲ ع ق + ق^2 + ۲ (ع ک - ع ص - ق ک + ق ص) + ک^2 - ۲ ک ص + ص^2$

$= ع^2 + ق^2 + ک^2 + ص^2 + ۲ ع ک + ۲ ق ص - ۲ ع ق - ۲ ع ص - ۲ ق ک - ۲ ک ص$

فرض کرو کہ حاصلضرب ع - ق + کہ - ص اور ع - ق - کہ + ص کا دریافت کرنا ہے
فرض کرو کہ ع - ق = ا اور کہ - ص = ب تو ع - ق + کہ - ص = ا + ب
اور ع - ق - کہ + ص = ا - ب اور بموجب قانون (۳) کے

$(ا + ب) (ا - ب) = ا^2 - ب^2 = (ع - ق)^2 - (کہ - ص)^2$ اور بموجب قانون (۲) کے

$(ع - ق + کہ - ص) (ع - ق - کہ + ص) = ع^2 - ۲ ع ق + ق^2 - (کہ^2 - ۲ کہ ص + ص^2)$

$= ع^2 + ق^2 - کہ^2 - ص^2 - ۲ ع ق + ۲ کہ ص$

(۸۶) اوپر کی ترکیب جو بیان ہوئی وہ غلطی سے محفوظ ہی اور اسواسطے جسقدر وقفیت اِس

مطلب سے بتدی حاصل کریگا اوسیقدر طول عمل سی بچیگا مثلاً آخر مثال مین اسکی کچھہ ضرورت نہین کہ ا و ب سے تعبیر کرکے عمل کرے بلکہ وہ آسانی سے اسطرح عمل کرسکتا ہے کہ

$$(ع - ق + ک - ص)(ع - ق - ک + ص)$$

$$= [(ع - ق) + (ک - ص)] \times [(ع - ق) - (ک - ص)]$$

$$= (ع - ق)^2 - (ک - ص)^2 = ع^2 - 2ع ق + ق^2 - (ک^2 - 2ک ص + ص^2)$$

$= ع^2 - 2ع ق + ق^2 - ک^2 + 2ک ص - ص^2$ بلکہ اسسے بھی زیادہ مختصر طور پر اسطرح سے کہ

$$(ع - ق + ک - ص)(ع - ق - ک + ص)$$

$$= (ع - ق)^2 - (ک - ص)^2 = ع^2 - 2ع ق + ق^2 - ک^2 + 2ک ص - ص^2$$

مگر ابتدا مین طالب علم جتنا بااطا ہمیشہ اوسی طرح عمل کیا کرین جس طرح دفعہ بالا مین لکھا گیا ہے

(۸۷) مثالین آیندہ مین تینون قوانین جبریہ کا کام پڑتا ہی کہ حاصلضرب $ا + ب + ح$ اور $ا + ب - ح$ اور $ا - ب + ح$ اور $ب + ح - ا$ کا دریافت کرو اول دو جز ضربی کو موافق (۳) (۲) کے یہہ حاصل ہوگا کہ $(ا + ب + ح)(ا + ب - ح) = (ا + ب)^2 - ح^2$

$= ا^2 + 2اب + ب^2 - ح^2$ پس آخر کے دو جز ضربی ہو تو بموجب شکل (۳) (۲) کے یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(ا - ب + ح)(ب + ح - ا) = [ح + (ا - ب)][ح - (ا - ب)] =$$

$ح^2 - (ا - ب)^2 = ح^2 - ا^2 + 2اب - ب^2$ اب $ا^2 + 2اب + ب^2 - ح^2$

اور $ح^2 - ا^2 + 2اب - ب^2$ کو باہم ضرب دیتے ہین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(ا^2 + 2اب + ب^2 - ح^2)(ح^2 - ا^2 + 2اب - ب^2) =$$

$$[2اب + (ا^2 + ب^2 - ح^2)] \times [2اب - (ا^2 + ب^2 - ح^2)]$$

$$= (2اب)^2 - (ا^2 + ب^2 - ح^2)^2 = 4ا^2ب^2 - [(ا^2 + ب^2)^2 - 2(ا^2 + ب^2)ح^2 + ح^4]$$

$$= 4ا^2ب^2 - (ا^2 + ب^2)^2 + 2(ا^2 + ب^2)ح^2 - ح^4$$

$$= 4ا^2ب^2 - ا^4 - 2ا^2ب^2 - ب^4 + 2ا^2ح^2 + 2ب^2ح^2 - ح^4$$

$= ۲ا^{۲}ب^{۲} + ۲ب^{۲}ح^{۲} + ۲ا^{۲}ح^{۲} - ا^{۴} - ب^{۴} - ح^{۴}$

(۸۸) اگرچہ بعض اور نتائج بکار آمد ہین مگر قوانین جبریہ دفعہ (۸۲) کی نتائج کو وہ نہین پہونچی مگر اونکا لکھنا سودمندی سے خالی نہین اونکو بالترتیب لکھتے ہین طالب علم کو جب اونکی ضرورت ہووے اونکو کام مین لاوے اور وہ عمل ضرب سے بآسانی ثابت ہو جاتے ہین

$(ا+ب)(ا^{۲}-اب+ب^{۲}) = ا^{۳}+ب^{۳}$

$(ا-ب)(ا^{۲}+اب+ب^{۲}) = ا^{۳}-ب^{۳}$

$(ا+ب)^{۳} = (ا+ب)(ا^{۲}+۲اب+ب^{۲}) = ا^{۳}+۳ا^{۲}ب+۳اب^{۲}+ب^{۳}$

$(ا-ب)^{۳} = (ا-ب)(ا^{۲}-۲اب+ب^{۲}) = ا^{۳}-۳ا^{۲}ب+۳اب^{۲}-ب^{۳}$

$(ا+ب+ح)^{۳} = ا^{۳}+۳ا^{۲}(ب+ح)+۳ا(ب+ح)^{۲}+(ب+ح)^{۳}$

$= ا^{۳}+۳ا^{۲}(ب+ح)+۳ا(ب^{۲}+۲بح+ح^{۲})+ب^{۳}+۳ب^{۲}ح+۳بح^{۲}+ح^{۳}$

$= ا^{۳}+ب^{۳}+ح^{۳}+۳ا^{۲}(ب+ح)+۳ب^{۲}(ا+ح)+۳ح^{۲}(ا+ب)+۶ابح$

(۸۹) ضرب مین طالب علمون کو مشق اسطرح کرانے سے بہت فائدہ ہوتا ہے کہ اونکو دو جملے دیدین اور کہدین کہ ان دونون کو باہم برابر ثابت کرو مثلاً ثابت کرو کہ

$(ا-ب)(ب-ح)(ح-ا) = ا^{۲}(ح-ب)+ب^{۲}(ا-ح)+ح^{۲}(ب-ا)$

اگر ا − ب کو ب − ح مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ $اب-ب^{۲}-اح+بح$
اب اس حاصل کو ح − ا مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$حاب-حب^{۲}-اح^{۲}+بح^{۲}-ا^{۲}ب+اب^{۲}+ا^{۲}ح-ابح$

یعنی $ا^{۲}(ح-ب)+ب^{۲}(ا-ح)+ح^{۲}(ب-ا)$

اب ثابت کرو کہ $(ا-ب)^{۲}+(ب-ح)^{۲}+(ح-ا)^{۲} =$

$۲(ح-ب)(ح-ا)+۲(ب-ا)(ب-ح)+۲(ا-ب)(ا-ح)$ بموجب قانون ہاے دفعہ ۸۲

$(ا-ب)^{۲}+(ب-ح)^{۲}+(ح-ا)^{۲}$

= ا^٢ - ٢اب + ب^٢ + ب^٢ - ٢بح + ح^٢ + ح^٢ - ٢اح + ا^٢

= ٢(ا^٢ + ب^٢ + ح^٢ - اب - اح - بح) اور

(ح - ب)(ح - ا) = ح^٢ - ح ا - بح + اب

(ب - ا)(ب - ح) = ب^٢ - ب ا - بح + اح

(ا - ب)(ا - ح) = ا^٢ - اب - اح + بح

اسواسطے (ح - ب)(ح - ا) + (ب - ا)(ب - ح) + (ا - ب)(ا - ح)

= ا^٢ + ب^٢ + ح^٢ - اب - اح - بح

اسواسطے (ا - ب)^٢ + (ب - ح)^٢ + (ح - ا)^٢

= ٢(ح - ب)(ح - ا) + ٢(ب - ا)(ب - ح) + ٢(ا - ب)(ا - ح)

امثلہ نمبری ١٠

دفعہ ٨٢ کے قوانین کے موافق ان سولہ مثالوں کو حل کرو

(١) (١٥ لا + ١٤ ی)^٢ (٢) (٧ لا^٢ - ٥ ی^٢)^٢ (٣) (لا^٢ + ٢ لا - ٢)^٢

(٤) (لا^٢ - ٥ لا + ٧)^٢ (٥) (٢ لا^٢ - ٣ لا - ٤)^٢ (٦) (لا + ٢ ی + ٣ ط)^٢

(٧) (لا^٢ + لا ی + ی^٢)(لا^٢ + لا ی - ی^٢) (٨) (لا^٢ + لا ی + ی^٢)(لا^٢ - لا ی + ی^٢)

(٩) (لا^٢ + لا ی + ی^٢)(لا^٢ - لا ی - ی^٢) (١٠) (لا^٢ + لا ی - ی^٢)(لا^٢ - لا ی + ی^٢)

(١١) (لا^٣ + ٢ لا^٢ + ٣ لا + ١)(لا^٣ - ٢ لا^٢ + ٣ لا - ١) (١٢) (لا - ٣)^٢ (لا^٢ + ٦ لا + ٩)

(١٣) (ا + ب)^٢ (ا^٢ - ٢ اب - ب^٢) (١٤) (٢ لا + ٣ ی)^٢ (٤ لا^٢ + ١٢ لا ی - ٩ ی^٢)

(١٥) (ا لا + ب ی)(ا لا - ب ی)(ا^٢ لا^٢ + ب^٢ ی^٢) (١٦) (ا لا + ب ی)^٢ (ا لا - ب ی)^٢

نتائج مفصلہ ذیل کو ثابت کرو کہ صحیح ہیں

(١٧) (ا^٢ + ب^٢)(ح^٢ + د^٢) = (اح + ب د)^٢ + (ا د - ب ح)^٢

(١٨) (ا + ب + ح)^٢ + ا^٢ + ب^٢ + ح^٢ = (ا + ب)^٢ + (ب + ح)^٢ + (ح + ا)^٢

(۱۹) (ا-ب)(ب-ح)(ح-ا) = بح(ح-ب) + ح ا(ا-ح) + اب(ب-ا)

(۲۰) (ا-ب)^{3} + ب^{3} - ا^{3} = ۳اب(ب-ا)

(۲۱) (ا+ب+ح)^{2} - ا(ب+ح-ا) - ب(ا+ح-ب) - ح(ا+ب-ح) = ۲(ا^{2} + ب^{2} + ح^{2})

(۲۲) (ا^{2} + اب + ب^{2})^{2} - (ا^{2} - اب + ب^{2})^{2} = ۴اب(ا^{2} + ب^{2})

(۲۳) (ا+ب+ح)^{3} - ا^{3} - ب^{3} - ح^{3} = ۳(ا+ب)(ب+ح)(ح+ا)

(۲۴) (ا+ب+ح)(اب + بح + حا) = (ا+ب)(ب+ح)(ح+ا) + ابح

(۲۵) (ا+ب)(ب+ح-ا)(ح+ا-ب) = ا(ب^{2} + ح^{2} - ا^{2}) + ب(ح^{2} + ا^{2} - ب^{2})

(۲۶) (ا+ب+ح)^{3} - (ب+ح-ا)^{3} - (ا-ب+ح)^{3} - (ا+ب-ح)^{3} = ۲۴ابح

(۲۷) (ا+ب+ح)^{2} + (ا+ب-ح)^{2} + (ا-ب+ح)^{2} + (ب+ح-ا)^{2}
= ۴(ا^{2} + ب^{2} + ح^{2})

(۲۸) (ا+ب)^{2} + ۲(ا^{2} - ب^{2}) + (ا-ب)^{2} = (۲ا)^{2}

(۲۹) (ا-ب)^{3} + (ب-ح)^{3} + (ح-ا)^{3} = ۳(ا-ب)(ب-ح)(ح-ا)

(۳۰) (ا-ب)^{3} + (ا+ب)^{3} + ۳(ا-ب)^{2}(ا+ب) + ۳(ا+ب)^{2}(ا-ب) = (۲ا)^{3}

(۳۱) (ا+ب)^{2}(ب+ح-ا)(ح+ا-ب) + (ا-ب)^{2}(ا+ب+ح)(ا+ب-ح) = ۴ابح^{2}

(۳۲) ا(ب+ح)(ب^{2} + ح^{2} - ا^{2}) + ب(ح+ا)(ح^{2} + ا^{2} - ب^{2}) +
ح(ا+ب)(ا^{2} + ب^{2} - ح^{2}) = ۲ابح(ا+ب+ح)

(۳۳) (ا-ب)(لا-ا)(لا-ب) + (ب-ح)(لا-ب)(لا-ح) + (ح-ا)(لا-ح)(لا-ا)
= (ا-ب)(ب-ح)(ا-ح)

(۳۴) (ا+ب)^{2} + (ا+ح)^{2} + (ا+د)^{2} + (ب+ح)^{2} + (ب+د)^{2} + (ح+د)^{2} =
(ا+ب+ح+د)^{2} + ۲(ا^{2} + ب^{2} + ح^{2} + د^{2})

(۳۵) [(الا+بی)^{2} (ای-بلا)^{2}] [(الا+بی)^{2} - (ای+بلا)^{2}] = (ا^{4} - ب^{4})(لا^{4} - ی^{4})

(۴۶) (ح د − ب ی)^{2} + (ا ی − ح لا)^{2} + (ب لا − ا د)^{2} + (ا لا + ب د + ح ی)^{2} =
(ا^{2} + ب^{2} + ح^{2}) (لا^{2} + د^{2} + ی^{2})

گیارہوان باب اجزاء ضربی کے بیان مین

(۹۰) فصل سابق مین ضرب کے نتائج عامہ کا بیان کیا ہے اور چونکہ ضرب کی ہر مثال ایک مثال کئی مثالین تقسیم کی ہوتی ہین اسلئے ان نتائج کا ذکر تقسیم کے ساتھہ بہی ضرور ہوا اون نتائج کو اسطرح کام مین لاتی ہین جیسے معلوم ہو کہ ایک جملہ معلوم کو کتنے جملون مین تقسیم کر سکتے ہین یعنی جملہ کے اجزاء ضربی مین تجزی کس طرح ہوتی ہے

(۹۱) مثلاً بموجب دفعہ ۸۲ کے قانون ۳ کے ا^{4} − ب^{4} = (ا^{2} + ب^{2}) (ا^{2} − ب^{2}) =
(ا^{2} + ب^{2}) (ا + ب) (ا − ب) اور ا^{8} − ب^{8} = (ا^{4} + ب^{4}) (ا^{4} − ب^{4}) =
(ا^{4} + ب^{4}) (ا^{2} + ب^{2}) (ا + ب) (ا − ب) پس معلوم ہوا کہ ا^{8} − ب^{8} حاصلضرب چار اجزاء ضربی ا^{4} + ب^{4} و ا^{2} + ب^{2} و ا + ب و ا − ب کا ہے اور انہین سے ضرور ہے کہ ا^{8} − ب^{8} کسی ایک جزء ضربی پر یا دو جزء ضربی یا تین جزء ضربی کے حاصلضرب پر پوری تقسیم ہو جاوے اور
(ا^{2} + ا ب + ب^{2}) (ا^{2} − ا ب + ب^{2}) = (ا^{2} + ب^{2} + ا ب) (ا^{2} + ب^{2} − ا ب) =
(ا^{2} + ب^{2})^{2} − (ا ب)^{2} = ا^{4} + ۲ ا^{2} ب^{2} + ب^{4} − ا^{2} ب^{2} = ا^{4} + ا^{2} ب^{2} + ب^{4}

پس ا^{4} + ا^{2} ب^{2} + ب^{4} حاصل ضرب دو اجزاء ضربی (ا^{2} + ا ب + ب^{2}) و (ا^{2} − ا ب + ب^{2}) کا ہے اور اسیواسطے وہ ان دونون مین سے ہر یک پر تقسیم ہو سکتا ہے اور علاوہ ان نتائج کے جو اوپر مذکور ہوئے طالب علم کے لئے اور نتائج بہی مرقوم کرتے ہین

(۹۲) مثالین مفصلہ ذیل نہایت آسانی سے ثابت ہو سکتی ہین

$\frac{\text{لا} - \text{د}}{\text{لا} - \text{د}} = ۱$

$\frac{\text{لا}^{2} - \text{د}^{2}}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا} + \text{د}$

$\frac{\text{لا}^{3} - \text{د}^{3}}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا}^{2} + \text{لا د} + \text{د}^{2}$

$\frac{\text{لا}^{4} - \text{د}^{4}}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا}^{3} + \text{لا}^{2}\text{د} + \text{لا د}^{2} + \text{د}^{3}$ اور علی ہذا القیاس

اور نیز $\frac{لا^{2} - ر^{2}}{لا + ر} = لا - ر$

$$\frac{لا^{4} - ر^{4}}{لا + ر} = لا^{3} - لا^{2}ر + لار^{2} - ر^{3}$$

$$\frac{لا^{6} - ر^{6}}{لا + ر} = لا^{5} - لا^{4}ر + لا^{3}ر^{2} - لا^{2}ر^{3} + لار^{4} - ر^{5}$$

اور علی ہذا القیاس

اور $\frac{لا + ر}{لا + ر} = 1$

$$\frac{لا^{3} + ر^{3}}{لا + ر} = لا^{2} - لار + ر^{2}$$

$$\frac{لا^{5} + ر^{5}}{لا + ر} = لا^{4} - لا^{3}ر + لا^{2}ر^{2} - لار^{3} + ر^{4}$$

اور علی ہذا القیاس ایسی عمل جہان تک طالب علمون کا دل چاہے کئی جایئن تو اونکی دلمین منفصلہ بیانات ذیل کا یقین ہو جائیگا اونکا اثبات بڑی بڑی کتابون مین لکہا ہی اور وہ بیانات یہہ ہین کہ

اگر ن کوئی صحیح عدد ہو تو $لا^{ن} - ر^{ن}$ کو لا − ر پورا تقسیم کریگا

اگر ن کوئی جفت صحیح عدد ہو تو $لا^{ن} - ر^{ن}$ کو لا + ر پورا تقسیم کریگا

اگر ن کوئی طاق صحیح عدد ہو تو $لا^{ن} + ر^{ن}$ کو لا + ر پورا تقسیم کریگا

ہم تینون صورتون مین جو خارج قسمت نکلی ہین اونکو عبارت مین بیان کرتے لیکن طالب علم اوپر کی مثالونکو دیکہکر مطلب خود ہی سمجہہ جائیگا اور اگر سمجہنے کیلئی زیادہ مثالون کی ضرورت ہوگی تو وہ اوسطرحکی مثالین لکہہ کر سمجہہ لیگا اور یہہ بات اور ہی قابل یاد رکہنی کے ہی کہ اگر ن کوئی جفت عدد ہو تو $لا^{ن} + ر^{ن}$ کو کبہی لا + ر پورا تقسیم نہین کریگا

(۹۳) اوپر کی دفعہ مین جو چار نتیجے بیان ہوئے ہین وہ نہایت آسانی سے یاد رہ سکتے ہین اگر طالب علم اونمین سی ہر ایک کی ایک آسان سی صورت کو خیال مین رکہے اور اور صورتون کو اوسی پر قیاس کر لیا کرے مثلاً جہان ہم یہہ دریافت کرنا چاہتے ہین کہ $لا^{7} - ر^{7}$ کو لا − ر یا لا + ر پورا تقسیم کریگا یا نہین اب قوت نما ۷ ہے اور یہہ طاق صحیح عدد ہے اور اس قسم کی صورت کی نہایت آسان شکل لا − ر ہے اور وہ لا − ر پر پوری تقسیم ہوتی ہی لیکن

لا + ی پر نہین پس اسیسے ہم قیاس کرتی ہین کہ $لا^{ن} - ی^{ن}$ تقسیم لا - ی پر پوری ہوتی ہی اور لا + ی پر نہین اور اسیطرح کا قیاس $لا^{ن} - ی^{ن}$ پر کرو قوت تمام ہی اور وہ جفت صحیح عدد ہی اور نہایت آسان صورت اس قسم کی صورت کی $لا^{۲} - ی^{۲}$ ہے اور وہ دونو لا + ی اور لا - ی پر تقسیم ہوتی ہین اسیسے یہہ نتیجہ نکلا کہ $لا^{ن} - ی^{ن}$ دونو لا + ی اور لا - ی پر تقسیم ہوتی ہین

(۹۴) جملون کے تجزی اجزاء ضربی مین کیجاتی ہے

$$(لا^{۶} - ی^{۶}) = (لا^{۳} + ی^{۳})(لا^{۳} - ی^{۳}) = (لا + ی)(لا^{۲} - لا ی + ی^{۲})(لا - ی)(لا^{۲} + لا ی + ی^{۲})$$

اور $۸ ب^{۳} - ۲۷ ح^{۳} = (۲ ب)^{۳} - (۳ ح)^{۳} = (۲ ب - ۳ ح)\left[(۲ ب)^{۲} + ۲ ب \times ۳ ح + (۳ ح)^{۲}\right]$

$$= (۲ ب - ۳ ح)(۴ ب^{۲} + ۶ ب ح + ۹ ح^{۲})$$

$$۴ (ا ب + ح د)^{۲} - (ا^{۲} + ب^{۲} - ح^{۲} - د^{۲})^{۲} =$$

$$\left[۲ (ا ب + ح د) + (ا^{۲} + ب^{۲} - ح^{۲} - د^{۲})\right]\left[۲ (ا ب + ح د) - (ا^{۲} + ب^{۲} - ح^{۲} - د^{۲})\right]$$

$$= (۲ ا ب + ۲ ح د + ا^{۲} + ب^{۲} - ح^{۲} - د^{۲})(۲ ا ب + ۲ ح د - ا^{۲} - ب^{۲} + ح^{۲} + د^{۲})$$

$$= \left[(ا + ب)^{۲} - (ح - د)^{۲}\right]\left[(ح + د)^{۲} - (ا - ب)^{۲}\right] =$$

$$(ا + ب + ح - د)(ا + ب - ح + د)(ا - ب + ح + د)(ب + ح + د - ا)$$

(۹۵) فرض کرو کہ $(لا^{۲} - ۵ لا ی + ۶ ی^{۲})(لا - ۴ ی)$ کو $لا^{۲} - ۷ لا ی + ۱۲ ی^{۲}$ پر تقسیم کرنا ہی تو ظاہر معلوم ہوتا ہی کہ تقسیم اسطرح سی ہو سکتی ہی کہ $(لا^{۲} - ۵ لا ی + ۶ ی^{۲})$ کو لا - ۴ ی مین ضرب دین اور حاصلضرب کو $لا^{۲} - ۷ لا ی + ۱۲ ی^{۲}$ پر تقسیم کرین لیکن یہہ دیکھنا ہی کہ $لا^{۲} - ۷ لا ی + ۱۲ ی^{۲}$ مین جز ضربی لا - ۴ ی ہے یا نہین غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ $لا^{۲} - ۷ لا ی + ۱۲ ی^{۲} = (لا - ۳ ی)(لا - ۴ ی)$ تو

$$\frac{(لا^{۲} - ۵ لا ی + ۶ ی^{۲})(لا - ۴ ی)}{(لا - ۳ ی)(لا - ۴ ی)} = \frac{لا^{۲} - ۵ لا ی + ۶ ی^{۲}}{لا - ۳ ی}$$

اور تقسیم سے ہمکو یہہ معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{لا^{۲} - ۵ لا ی + ۶ ی^{۲}}{لا - ۳ ی} = لا - ۲ ی$

(۹۶) طالب علم تہوڑی سی مشق کرنے سے خاص ثلاثی جملون کی ایسی اجزاء ضربی مین جنمین سے ہر ایک جملہ ثنائی ہو تجزی کر لیگا اسواسطے کہ عموماً

(لا + ا) (لا + ب) = لا^2 + (ا + ب) لا + اب

فرض کرو کہ ہم بشرط امکان یہہ چاہتے ہین کہ لا^2 + ۷ لا + ۱۲ کو دو اجزاء ضربی مین تقسیم کرین اب ہم یہان بشرط امکان ایسی دو عدد دریافت کرین کہ مجموعہ اونکا ۷ اور حاصلضرب ۱۲ ہو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ ایسی دو عدد ۴ و ۳ ہین تو معلوم ہوا کہ لا^2 + ۷ لا + ۱۲ = (لا + ۳) (لا + ۴) اور ایسی ہی اس شکل جبریہ کے موافق کہ (لا - ا) (لا - ب) = لا^2 - (ا + ب) لا + اب ہم لا^2 - ۷ لا + ۱۲ کی دو اجزاء ضربی (لا - ۳) اور (لا - ۴) مین تجزی کر سکتے ہین اور باستعانت اس شکل جبریہ کہ (لا + ا) (لا - ب) = لا^2 + (ا - ب) لا - اب ہم لا^2 + لا - ۱۲ کی تجزی اجزاء ضربی (لا + ۴) اور (لا - ۳) کر سکتے ہین اب ہم مشق کے واسطے امثلہ مختلف قسمون کے خلط ملط کرکے لکھتے ہین

امثلہ نمبر ۱۱

جملہای مفصلہ ذیل کو جمع کرو

(۱) ا (ا + ب - ح) اور ب (ب + ح - ا) اور ح (ا + ح - ب)

(۲) ا (ا - ب + ح) اور ب (ب - ح + ا) اور ح (ح - ا + ب)

(۳) ا (ا - ب + ح + د) اور ب (ا + ب - ح + د) اور ح (ا + ب + ح - د)
اور د (- ا + ب + ح + د)

(۴) ۳ ا - (۴ ب - ۷ ح) اور ۳ ب - (۴ ح - ۷ ا) اور ۳ ح - (۴ ا - ۷ ب)

(۵) ۹ ا - (۵ ب + ۲ ح) اور ۹ ب - (۵ ح + ۲ ا) اور ۹ ح - (۵ ا + ۲ ب)

(۶) (ا + ب) لا + (ا + ح) ی اور (ب - ح) لا + (ب - ح) ی اور
(ح - ا) لا + (ب - ا) ی

(۷) (ی - لا) (ا + ب) + (ی - ی) (ا - ب) اور (لا + ی) ا + (لا + ی) ب
اور (ی - ی) ا + (لا - ی) ب

(۸) (ا - ب) لا + (ب - ح) ی + (ح - ا) ی اور
ا (ی + ی) + ب (ی + لا) + ح (لا + ی) اور ی لا + ب ی + ح ی

(۹) ۲ (ا + ب - ح) لا + (ا + ب) ی + ۲ ا ی اور ۲ (ا + ح - ب) لا +
(ا + ح) ی + ۲ ب ی اور ۲ (ب + ح - ا) لا + (ب + ح) ی + ۲ ح ی

(۱۰) ا² - (ا - ب + ح) (ا + ب - ح) اور ب² - (ب - ا + ح) (ب + ا - ح)
و ح² - (ح - ا + ب) ح + (ا - ب)

مختصر کرو جملہ ہائے مفصلہ ذیل کو

(۱۱) ا - ۲ (ب + ۳ا) - ۳ [ب + ۲ (ا - ب)]

(۱۲) (ا + ب) (ب + ح) - (ح + د) (د + ا) - (ا + ح) (ب - د)

(۱۳) ۴ا - [۲ا - [۲ب (لا + ی) - ۲ب (لا - ی)]]

(۱۴) (لا + ب) (لا + ح) - (ا + ب + ح) (لا + ب) + ا² + اب + ب² + ۳ا لا

(۱۵) ا - [۵ب - {ا - ۳ (ح - ب) + ۲ح - (ا - ۲ب - ح)}]

(۱۶) ۵ا - ۷ (ب - ح) - {۱۶ا - (۳ب + ۲ح) + ۴ح - [۲ا - (ب + ح - ا)]}

(۱۷) (لا + ۳)³ - ۳ (لا + ۲)³ + ۳ (لا + ۱)³ - لا³

(۱۸) (لا + ی)³ + (لا + ی)² ی + (لا + ی) ی² - (۳لا²ی + ۵ی²لا + ۲ی³)

(۱۹) (۱ + لا)³ + (۱ + لا)² ی + (۱ + لا) ی² + ی³
- {۳لا (لا + ۱) + ی (ی + ۱) + ۲لا ی + ۱}

(۲۰) ا (ب + ح)² + ب (ا + ح)² + ح (ا + ب)² + (ا - ب) (ا + ح) (ب - ح)
- (ا + ب) (ا - ح) (ب - ح) - (ا - ب) (ا - ح) (ب + ح)

(۲۱) [(ا + ب) (ا + ح) - (ب + د) (د + ح)] ÷ (ا - د)

(۲۲) (ا² - ۳اب + ۲ب²) ÷ (ا - ۲ب) - (ا² - ۷اب + ۱۲ب²) ÷ (ا - ۳ب)

(۲۳) $\frac{\text{۳ا}^{۳} - \text{۷ا}^{۲}\text{ب} - \text{۱۵اب}^{۲} + \text{۵ب}^{۳}}{\text{ا + ب}} + \frac{\text{۶ا}^{۳} - \text{۳۶ا}^{۲}\text{ب} + \text{۴۰اب}^{۲} - \text{۲۰ب}^{۳}}{\text{ا − ب}}$

(۲۴) $\frac{\text{۱۸(ب ح}^{۲}\text{ + ح ا}^{۲}\text{ + ا ب}^{۲}\text{) − ۱۲(ب}^{۲}\text{ح + ح}^{۲}\text{ا + ا}^{۲}\text{ب) − ۱۹ا ب ح}}{\text{۲ا − ۳ب}}$

(۲۵) تقسیم کرو لا^{۶} + ی^{۶} − ۲لا^{۳}ی^{۳} کو (لا − ی)^{۲} پر

(۲۶) لا^{۶} + ی^{۶} + ۲لا^{۳}ی^{۳} کو (لا + ی)^{۲} پر

(۲۷) (ا^{۴} − ۳ا^{۳}ب + ۵اب^{۳} − ۳ب^{۴}) (ا − ۲ب) کو ا^{۲} − ۳اب + ۲ب^{۲} پر

(۲۸) (لا^{۴} − ۹لا^{۳}ی + ۲۳لا^{۲}ی^{۲} − ۱۵لای^{۳}) (لا − ۷ی) کو لا^{۲} − ۸لای + ۷ی^{۲} پر

(۲۹) ا^{۸} + ا^{۴}ب^{۴} + ب^{۸} کو (ا^{۲} − اب + ب^{۲}) (ا^{۲} + اب + ب^{۲}) پر

(۳۰) ا^{۸} − ب^{۸} + ا^{۲}ب^{۲} (ا^{۴} − ب^{۴}) کو (ا^{۲} − اب + ب^{۲}) (ا^{۲} + اب + ب^{۲}) پر

(۳۱) ۴ا^{۲}ب^{۲} + ۲(۳ا^{۴} − ۲ب^{۴}) − اب(۵ا^{۲} − ۱۱ب^{۲}) کو (۳ا − ب) (ا + ب) پر

(۳۲) (لا^{۲} − ۳لا + ۲) (لا − ۳) کو لا^{۲} − ۵لا + ۶ پر

(۳۳) (لا^{۲} − ۳لا + ۲) (لا + ۴) کو لا^{۲} + لا − ۲

(۳۴) (ا^{۲} + ا لا + لا^{۲}) (ا^{۳} + لا^{۳}) کو ا^{۴} + ا^{۲}لا^{۲} + لا^{۴} پر

(۳۵) (ا^{۴} + ا^{۲}ب^{۲} + ب^{۴}) (ا + ب) کو ا^{۲} + اب + ب^{۲} پر

(۳۶) ب (لا^{۳} + ا^{۳}) + ا لا (لا^{۲} − ا^{۲}) + ا^{۳} (لا + ا) کو (ا + ب) (لا + ا)

جملہای مفصلہ ذیل کی تجزی اجزاء ضربی مین کرو

(۳۷) لا^{۲} + ۹لا + ۲۰ (۳۸) لا^{۲} + ۱۱لا + ۳۰

(۳۹) لا^{۲} − ۱۵لا + ۵۰ (۴۰) لا^{۲} − ۲۰لا + ۱۰۰

(۴۱) لا^{۲} + لا − ۱۳۲ (۴۲) لا^{۲} − ۷لا − ۴۴

(۴۳) لا^{۴} − ۸۱ (۴۴) لا^{۳} + ۱۲۵

(۴۵) لا^{۸} − ۲۵۶ (۴۶) لا^{۳} − ۶۴

(۴۷) ا^{۲} + ۹ اب + ۲۰ ب^{۲} (۴۸) لا^{۲} − ۱۳ لای + ۴۲ ی^{۲}

(۴۹) (ا + ب)^{۲} − ۱۱ ح (ا + ب) + ۳۰ ح^{۲} (۵۰) ۲ (لا + ی)^{۲} − ۷ (لا + ی) (ا + ب) + ۳ (ا + ب)^{۲}

(۵۱) ثابت کرو کہ یہہ نتائج درست ہین کہ (ا + ۲ ب) ا^{۲} − (ب + ۲ ا) ب^{۲} = (ا − ب) (ا + ب)^{۲}

(۵۲) ا (ا − ۲ ب)^{۲} − ب (ب − ۲ ا)^{۲} = (ا − ب) (ا + ب)^{۲}

بارہوان باب مقسوم علیہ اعظم کے بیان مین

(۹۷) حساب مین جب ایک عدد دوسرے عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہی تو اوسکو وفق یا عاد یا مقسوم علیہ کامل اوس عدد کا کہتے ہین اور جب دو یا زیادہ اعداد کو ایک عدد پورا پورا تقسیم کرتا ہو تو اوسکو وفق مشترک کہتے ہین جبر مقابلہ مین جب ایک جملہ دوسرے جملہ کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے تو اول جملہ کو وفق دوسرے جملہ کا کہتے ہین اور جب ایک جملہ دو یا زیادہ جملون کو پورا پورا تقسیم کری تو اوسکو وفق مشترک اون جملون کا کہتے ہین

(۹۸) حساب مین مقسوم علیہ اعظم یا عاد اعظم یا وفق اعظم دو یا زیادہ اعداد کا وہ بڑے سے بڑا صحیح عدد ہوتا ہے جو اون اعداد کو پورا پورا تقسیم کردے گو لفظ تو یہی جبر مقابلہ مین بھی استعمال مین آیا ہی مگر اوسپر معنی اعظم کے بالکل صادق نہین آتے اسواسطے کہ جملہا رجبریہ کے لئے قیمت عددی جبتک نہ مقرر کیجاے الفاظ اعظم و اصغر کا استعمال اوسپر درست نہین اسلیئے اوسکی یہہ تعریف کیجاے تو مناسب ہے کہ وہ وفق مشترک جملون کا جسمین بڑی سی بڑی قوت ہو وفق اعظم اون جملون کا ہوتا ہے لیکن اب اصطلاح جو پڑ گئی سو پڑ گئی اوسکی بدلنے سے کچھہ فائدہ نہین ہم الفاظ مقسوم علیہ اعظم کام مین لاوینگے اور اختصار کے لئے ان الفاظ کی جگہہ حروف معا استعمال کرینگے اور اوسے مقسوم علیہ اعظم سمجھینگے اوسکے معنی جبر مقابلہ مین بیان کرتے ہین

(۹۹) اکثر یون بیان کیا جاتا ہے کہ دو یا زیادہ مفرد جملون کا مقسوم علیہ اعظم وہ بڑے سی بڑا جملہ ہے جو اون سبکو پورا پورا تقسیم کردے مگر یہہ تعریف مقسوم علیہ کی سمجھہ مین طالب علم کے جبتک بخوبی نہین آئیگی جب تک ہم جملہا رمفردہ کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ

مع مثالون کے نہ لکھینگے اسلیے اول جملہاے مفردہ کی مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ لکھتے ہین
کہ اول موافق قاعدہ حساب کے اعداد کا مقسوم علیہ اعظم جو جملون کی امثال ہون دریافت کرکے
لکھو اور پہر اونکے سب حروف جو جملون مین مشترک ہون لکھو اور پہر ان حرفون پر وہ قوت نما
ان حرفون کی جو جملون کے اندر نہایت کم ہون لکھدو پس اسطرح سے جو جملہ حاصل ہوگا وہ مقسوم علیہ اعظم ہوگا

(۱۰۰) مثلاً معا ۱۶ اۂ باح اور ۲۰ آ ب۳ د کا دریافت کرو اب یہان امثال عددی ۱۶ اور ۲۰
ہین جنکا معا ۴ ہے اور حروف جو دونو جملون مین مشترک ہین وہ ا اور ب ہین اور کم سے
کم قوت نما ا کا ۳ اور ب کا ۲ ہے تو ۴ آ ب۲ معا مطلوبہ ہے

مقسوم علیہ اعظم ۸ اۂ ب۳ ح لاۂ ی۳ و ۱۲ اۂ ب ح لا۳ ز و ۱۶ آ ح۳ لا۲ اب یہان امثال
عددی ۸ و ۱۲ و ۱۶ ہین جنکا معا ۴ ہے اور سب جملون مین حروف مشترک ا و ح و لا ہین
اور اونکی قوت نما کم از کم ۲ اور ۱ اور ۲ اور ۱ ہین پس معا مطلوب ۴ آ ح لا ہے

(۱۰۱) مقسوم علیہ اعظم کے معنی جبر مقابلہ مین یہہ ہین کہ وہ دو یا زیادہ جملون کا وفق مشترک
ایسا ہو کہ اوس سے اون جملون کو تقسیم کرین تو خارج قسمت ایسی نکلین کہ اونکا کوئی وفق مشترک نہو
مثلاً جیسے دفعہ ۱۰۰ مین مذکور ہے کہ اگر اون جملون کو معا پر تقسیم کرین تو خارج قسمت
۴ اح و ۵ ب د ہونگے جو وفق مشترک نہین رکھتے

اب دوسری مثال دفعہ ۱۰۰ کی لو اور جملون کو معا پر اونکی تقسیم کرو تو خارج قسمت
۲ ب۲ ح لا۲ ی۳ و ۳ اۂ ب ز و ۴ اح۲ ز۳ ہوئے اور انکا کوئی وفق مشترک نہین ہے
پس اب اعظم کے معنی سمجھہ مین آگئے کہ اگر وہ وفق مشترک اعظم نہوتا تو خارج قسمت
ایسے پیدا نہین ہوتے

(۱۰۲) تینون دفعہ بالا کو خیال مین رکھین اور باب اجزا ضربی سے استمداد لین تو بہت
صورتونمین مرکب جملون کا بہی معا دریافت کرنا طالب علم کو آسان ہوگا مثلاً معا
۴ آ (ا + ب)۲ و ۶ ا ب (آ - ب۲) کا دریافت کرنا ہو یہان ۲ و ۱ معا ۴ آ و ۶ ا ب کا ہے

اور ا + ب ایک جز ضربی دونوں مین مشترک ہی اور فقط یہی جز ضربی مشترک ہی اسلیے حاصل
ضرب ۲ا (ا + ب) معا مطلوب ہوا اگر یہہ قاعدہ پیچیدہ مثالونمین نہین مستعمل کر سکتے اسلیے
کہ جملون کی عموماً تجزیہ اجزاء ضربی مین کر لینی بالفعل طالب علم کی استعداد سے بڑے ہے
اسلیئے ہم ایک اور قاعدہ اور تعریف مقسوم علیہ اعظم کی لکھتے ہین

(۱۰۳) تعریف جملہاء مرکب کی مقسوم علیہ اعظم کی یون بیان ہوتی ہی کہ فرض کرو کہ دو یا زیادہ
جملون مین قوتین کسی حرف مشترک کی واقع ہون تو وہ جز ضربی جو ان جملون کو پورا تقسیم کردے
اور اوسمین اوس حرف کے بڑے سے بڑے درجہ کی قوت واقع ہو تو اوسی مقسوم علیہ اعظم
اون جملون کا کہینگے

(۱۰۴) دو مرکب جملون کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ فرض کرو کہ ط اور ص
جملے مین اونکو حرف مشترک کی قوا کی ترتیب سے اسطرح لکھو کہ قوتین بتدریج کم ہوتی جاوین
اور یہہ بھی فرض کرو کہ جملہ ط مین حرف مشترک کا قوت نما اعظم چھوٹا نہین ہے جملہ ص
کی قوت نما اعظم کے حرف مشترک سی تو ط کو ص پر تقسیم کرو اور جو کچھہ باقی رہے اوسکو
مقسوم علیہ بناکر اور پہلی مقسوم علیہ کو مقسوم بناکر تقسیم کرو اور اب پھر اسطرح سی باقی
کو مقسوم علیہ بناؤ اور مقسوم علیہ آخر کو مقسوم اور تقسیم کرو اور یہی عمل کیے جاؤ جب تک آخر
مین کچھہ باقی نہ رہے تو آخر مقسوم علیہ مقسوم علیہ اعظم مطلوب ہوگا

(۱۰۵) مثلاً مقسوم علیہ اعظم لا^۲ − ۴لا + ۳ اور ۴لا^۳ − ۹لا^۲ − ۱۵لا + ۱۸ کا دریافت کرنا ہی تو

لا^۲ − ۴لا + ۳) ۴لا^۳ − ۹لا^۲ − ۱۵لا + ۱۸ (۴لا + ۷
۴لا^۳ − ۱۶لا^۲ + ۱۲لا
۷لا^۲ − ۲۷لا + ۱۸
۷لا^۲ − ۲۸لا + ۲۱
لا − ۳

لا − ۳) لا^۲ − ۴لا + ۳ (لا − ۱
لا^۲ − ۳لا
− لا + ۳
− لا + ۳

پس لا-۳ مقسوم علیہ اعظم ہے

(۱۰۶) دفعہ ۱۰۴ مین قاعدہ بیان کیا گیا ہے وہ موقوف ان دو باتون پر ہے اول اگر ع تقسیم ا کو پورا کرے تو م ا کو بہی ضرور پورا تقسیم کریگا اسواسطے کہ فرض کرو ا کو ع پر تقسیم کرنے سے ط خارج قسمت ہی تو ا = ط ع اسواسطے م ا = م ط ع اسواسطے ع پورا تقسیم م ا کو کرتا ہے

دوم اگر ع پورا پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہے تو وہ ا م ط ± ن ص کو پورا تقسیم کریگا اسواسطے کہ اگر ع پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہی تو ہم فرض کرتے ہین کہ ط = رع اور ص = دع اسواسطے (م ط ± ن ص) = (م ر ± ن د) ع اسواسطے ع پورا تقسیم م ط ± ن ص کو کرتا ہے

(۱۰۷) اب مقسوم علیہ اعظم کا قاعدہ جو دفعہ ۱۰۴ مین مرقوم ہے ثابت کرتے ہین فرض کرو کہ ا و ب دو جملون کو تعبیر کرتے ہین ا کو ب پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ع خارج قسمت نکلتا ہے اور س ب) ا (ع باقی رہتا ہے اور ب کو س پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ع ب / س) ب (ق ق خارج قسمت نکلتا ہی اور د باقی رہتا ہی اور پہر س کو ق س / د) س (ر د پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ر خارج قسمت نکلتا ہے اور کچہہ رد باقی نہین رہتا تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

ا = ع ب + س اور ب = ق س + د اور س = ر د

اب ہم اول یہہ ثابت کرتے ہین کہ د ذو فق مشترک ا اور ب کا ہے اسلیے کہ س = ر د اسواسطے د پورا تقسیم س کو کرتا ہے تو بموجب دفعہ ۱۰۶ کے د پورا تقسیم ق س کو کریگا اور ق س + د کو بہی یعنی د پورا ب کو تقسیم کرتا ہی اور چونکہ د پورا ب کو تقسیم کرتا ہے اور س کو بہی تو وہ ضرور پورا ع ب + س کو تقسیم کریگا یعنی

د پورا تقسیم ا کو کرتا ہے پس د کا وفق مشترک ا اور ب کا ہونا تو ثابت ہوا
اب یہہ ثابت کرتے ہین کہ وہ اونکا مقسوم علیہ اعظم ہے بموجب دفعہ ۱۰۶ کے وفق
مشترک ا اور ب کا وفق ا – ع ب یعنی س کا ہوگا پس وفق مشترک ا اور
ب کا وفق مشترک ب اور س کا ہے اور اسیطرح وفق مشترک ب اور س کا
وفق مشترک س اور د کا ہے پس اسلئے ہر وفق مشترک ا اور ب کا وفق د کا ہے
لیکن کوئی جملہ بڑے درجہ کا بہ نسبت د کے درجہ کے د کو پورا تقسیم نہیں کر سکتا
اسواسطے د وفق اعظم یعنی مقسوم علیہ اعظم ا اور ب کا ہوا

(۱۰۸) یہہ بات ظاہر ہی کہ کسی دو یا زیادہ جملون کے وفق مشترک کا وفق اون جملون کا ضرور وفق ہوگا

(۱۰۹) دفعہ ۱۰۷ مین ثابت ہوا کہ وفق مشترک ا اور ب کا وفق د کا ہی یعنی ہر وفق
مشترک دو جملون کا اونکے مقسوم علیہ اعظم کا وفق ہے

(۱۱۰) اب ہم ایک قاعدہ بیان کرتے ہین جسپر عمل کرنے سی خارج قسمتون مین کسر نہین
واقع ہوگی اور اس قاعدہ سے عمل مین آسانی ہوگی اور اس قاعدہ کا ثبوت بڑی جبر مقابلہ مین لکھا گیا ہے
پہلے اسے کہ ہم کوئی نئی رقم تجویز کرکے خارج قسمت مین لکھین ہم مقسوم علیہ کو ہر جملہ پر تقسیم
کر سکتے ہین بشرطیکہ اوسمین کوئی جزضربی ایسا نہو کہ وہ مشترک اون جملون مین ہو جنکا
مقسوم علیہ اعظم نکال رہے ہین اور مقسوم کو ہم ہر جملہ مین ضرب دے سکتے ہین بشرطیکہ اوسمین
جز ضربی ایسا نہو جو مقسوم علیہ مین واقع ہو

(۱۱۱) مثلاً مقسوم علیہ اعظم ۲ لا^{2} – ۷ لا + ۵ و ۳ لا^{2} – ۷ لا + ۴ کا دریافت کرنا ہی یہان
۲ لا^{2} – ۷ لا + ۵ کو مقسوم علیہ بناؤ ابظاہر ہے کہ اگر ۳ لا^{2} کو ۲ لا^{2} پر تقسیم کرین تو خارج قسمت
کسر ہوگا اس کسر کے جھیلے سے بچنے کی لئے مقسوم کو ۲ مین ضرب دیکر اسطرح سی تقسیم کرو

۲ لا^{2} – ۷ لا + ۵) ۶ لا^{2} – ۱۴ لا + ۸ (۳
۶ لا^{2} – ۲۱ لا + ۱۵
―――――
۷ لا – ۷

اب اگر ۷ لا - ۷ کو مقسوم علیہ اور ۲ $لا^{۲}$ - ۷ لا + ۵ کو مقسوم بناوین تو اول رقم خارج قسمت کی کسر ہوگی اسلئے جز ضربی ۷ کو جو مقسوم علیہ جدید کے ہر جز مین ہے ساقط کرکے تقسیم کرو

لا - ۱) ۲ $لا^{۲}$ - ۷ لا + ۵ (۲ لا - ۵

۲ $لا^{۲}$ - ۲ لا

- ۵ لا + ۵

- ۵ لا + ۵

پس لا - ۱ مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہوا

یہان اول مرتبہ ابتدا عمل مین دفعہ ۱۰ کے قاعدہ کے دوسرے جز کو کام مین لائے ہین اور دوسرے مرتبہ قاعدہ کے اول جز کو جہان ممکن ہو قاعدہ کے جز اول کو کام مین لاؤ اور اگر نہو تو قاعدہ کے دوسرے جز کو عمل مین لاؤ قاعدہ کے بیان مین تو ہم نے لفظ جملہ کا لکہدیا ہے لیکن مثالون کے حل کرنے مین طالب علم دیکھینگے کہ اجزا ضربی داخل خارج کرنے پڑینگے وہ اکثر عددی اجزا ضربی ہونگے جیسے کہ مثال گذشتہ مین

اب ایک اور مثال لکھتے ہین کہ دریافت کرو معا ۲ $لا^{۴}$ - ۷ $لا^{۳}$ - ۴ $لا^{۲}$ + لا - ۴ اور ۳ $لا^{۴}$ - ۱۱ $لا^{۳}$ - ۲ $لا^{۲}$ - ۴ لا - ۱۶

دوسرے جملہ کو ۲ مین ضرب دو اور مقسوم بناؤ

۲ $لا^{۴}$ - ۷ $لا^{۳}$ - ۴ $لا^{۲}$ + لا - ۴) ۶ $لا^{۴}$ - ۲۲ $لا^{۳}$ - ۴ $لا^{۲}$ - ۸ لا - ۳۲ (۳

۶ $لا^{۴}$ - ۲۱ $لا^{۳}$ - ۱۲ $لا^{۲}$ + ۳ لا - ۱۲

- $لا^{۳}$ + ۸ $لا^{۲}$ - ۱۱ لا - ۲۰

اب اس باقی کو مقسوم علیہ بنانے سے پہلے - ۱ مین ضرب دین یعنی علامتین بدلدین تو

$لا^{۳}$ - ۸ $لا^{۲}$ + ۱۱ لا + ۲۰) ۲ $لا^{۴}$ - ۷ $لا^{۳}$ - ۴ $لا^{۲}$ + لا - ۴ (۲ لا + ۹

۲ $لا^{۴}$ - ۱۶ $لا^{۳}$ + ۲۲ $لا^{۲}$ + ۴۰ لا

+ ۹ $لا^{۳}$ - ۲۶ $لا^{۲}$ - ۳۹ لا - ۴

۹ $لا^{۳}$ - ۷۲ $لا^{۲}$ + ۹۹ لا + ۱۸۰

۴۶ $لا^{۲}$ - ۱۳۸ لا - ۱۸۴

یہان ۴۶ باقی کی ہر رقم کا جز ضربی ہے اوسے خارج کرکے باقی کو مقسوم علیہ بناؤ تو

لا³ - ٣ لا - ٤) لا³ - ٨ لا² + ١١ لا + ٢٠ (لا - ٥
لا³ - ٣ لا² - ٤ لا
―――――――――
- ٥ لا² + ١٥ لا + ٢٠
- ٥ لا² + ١٥ لا + ٢٠
―――――――――
×

لا² - ٣ لا - ٤ معا مطلوبہ ہے

(۱۱۲) فرض کرو کہ فقط دیکھنے ہی سے یہہ معلوم ہو جاوے کہ اصل جملون مین جز ضربی مشترک ف ہے، اور فرض کرو کہ ا = ط ف اور ب = ص ف اور بموجب دفعہ ۱۰۹ کے ف جز ضربی معا کا ہوگا تو ط اور ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اوسکو ف مین ضرب دے لو تو حاصل ضرب معا ا اور ب کا ہوگا

(۱۱۳) دو سے زیادہ جملون کے مقسوم علیہ اعظم نکالنے کا قاعدہ بیان ہوتا ہے، فرض کرو دو سے زیادہ مثلاً تین جملون ط و ص و س کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنا ہے اُنمین سے کسی دو مثلاً ط و ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اوسکو د سے تعبیر کرو تو مقسوم علیہ اعظم د اور س کا مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہوگا اسواسطے کہ بموجب دفعہ (۱۰۸) کے وفق مشترک د و س کا وفق مشترک ط و ص و س کا ہے اور بموجب دفعہ ۱۰۹ کے ہر وفق مشترک ط و ص و س کا وفق مشترک د اور س کا ہے اسواسطے مقسوم علیہ اعظم د اور س کا مقسوم علیہ اعظم ط و ص و س کا ہوا

(۱۱۴) اور اسیطرح سے چار جملون کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کر سکتے ہین اور یہہ ایک اور طرح سے بھی دریافت ہو جایگا کہ اول مقسوم علیہ اعظم دو جملون کا دریافت کرین اور پھر باقی دو جملون کا اور اسیطرح جو دو مقسوم علیہ اعظم دریافت ہون اونکا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرین تو یہہ مقسوم علیہ اعظم اون چارون جملون کا مقسوم علیہ اعظم ہوگا

امثلہ نمبری ۱۲

امثلہ مفصلہ ذیل کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) ۱۵ لا^{۳} و ۱۸ لا^{۲} (۲) ۱۴ ا^{۲} ب^{۳} و ۲۰ ا^{۳} ب

(۳) ۳۶ لا^{۳} ر^{۵} ی^{۴} و ۴۸ لا^{۶} ر^{۵} ی^{۳} (۴) ۳۵ ا^{۲} ب^{۳} لا^{۲} ر^{۳} و ۴۹ ا^{۲} ب^{۴} لا^{۲} ر^{۳}

(۵) ۴ (لا + ۱)^{۲} و ۶ (لا^{۲} − ۱) (۶) ۶ (لا + ۱)^{۳} و ۹ (لا^{۲} − ۱)

(۷) ۱۲ (ا^{۲} + ب^{۲})^{۲} و ۸ (ا^{۴} − ب^{۴}) (۸) لا^{۶} − ر^{۶} و لا^{۴} − ر^{۴}

(۹) لا^{۲} + ۸ لا + ۱۵ و لا^{۲} + ۹ لا + ۲۰

(۱۰) لا^{۲} − ۹ لا + ۱۴ و لا^{۲} − ۱۱ لا + ۲۸

(۱۱) لا^{۲} + ۲ لا − ۱۲۰ و لا^{۲} − ۲ لا − ۸۰

(۱۲) لا^{۲} − ۱۵ لا + ۳۶ و لا^{۲} − ۹ لا − ۳۶

(۱۳) لا^{۳} + ۶ لا^{۲} + ۱۳ لا + ۱۲ و لا^{۳} + ۷ لا^{۲} + ۱۶ لا + ۱۶

(۱۴) لا^{۳} − ۹ لا^{۲} + ۲۳ لا − ۱۲ و لا^{۳} − ۱۰ لا^{۲} + ۲۸ لا − ۱۵

(۱۵) لا^{۳} − ۲۶ لا + ۴۲ و لا^{۳} + لا^{۲} − ۳۵ لا + ۴۹

(۱۶) لا^{۳} − ۴۱ لا − ۳۰ و لا^{۳} − ۱۱ لا^{۲} + ۲۵ لا + ۲۵

(۱۷) لا^{۳} + ۷ لا^{۲} + ۱۷ لا + ۱۵ و لا^{۳} + ۸ لا^{۲} + ۱۹ لا + ۱۲

(۱۸) لا^{۳} − ۱۰ لا^{۲} + ۲۶ لا − ۸ و لا^{۳} − ۹ لا^{۲} + ۲۳ لا − ۱۲

(۱۹) ۴ (لا^{۲} − لا + ۱) و ۳ (لا^{۴} + لا^{۲} + ۱)

(۲۰) ۵ (لا^{۲} − لا + ۱) و ۴ (لا^{۳} − ۱)

(۲۱) ۶ لا^{۲} + لا − ۲ و ۹ لا^{۳} + ۴۸ لا^{۲} + ۵۲ لا + ۱۶

(۲۲) لا^{۳} − ۴ لا^{۲} + ۲ لا + ۳ و ۲ لا^{۳} − ۹ لا^{۲} + ۱۲ لا − ۷

(۲۳) لا^{۴} + لا^{۲} − ۶ و لا^{۴} − ۳ لا^{۲} + ۲

(۲۴) لا^{۴} − ۲ لا^{۳} + ۳ لا − ۶ و لا^{۴} − لا^{۳} − لا^{۲} − ۲ لا

(۲۵) لا^{۴} − ۱ و ۳ لا^{۴} + ۲ لا^{۳} + ۴ لا^{۲} + ۲ لا^{۲} + لا

(۲۶) لا^۴ - ۹ لا^۲ - ۳۰ لا - ۲۵ و لا^۵ + لا^۳ - ۷ لا^۲ + ۵ لا

(۲۷) ۳۵ لا^۳ + ۴۷ لا^۲ + ۱۳ لا + ۱ و ۴۲ لا^۴ + ۴۱ لا^۳ - ۹ لا^۲ - ۹ لا - ۱

(۲۸) لا^۶ - ۳ لا^۵ + ۶ لا^۴ - ۷ لا^۳ + ۶ لا^۲ - ۳ لا + ۱ و لا^۶ - لا^۵ + ۲ لا^۴ - لا^۳ + ۲ لا^۲ - لا + ۱

(۲۹) ۲ لا^۴ - ۶ لا^۳ + لا^۲ - ۳ لا + ۱ و لا^۶ - ۳ لا^۴ + لا^۵ - ۴ لا^۲ + ۱۲ لا - ۴

(۳۰) لا^۸ - ۱ و لا^۹ + لا^۸ + ۲ لا^۶ + ۲ لا^۴ + ۲ لا^۳ + لا^۲ + لا + ۱

(۳۱) لا^۲ - ۳ لا - ۷۰ و لا^۳ - ۳۹ لا + ۷۰ و لا^۳ - ۴۸ لا + ۷

(۳۲) لا^۲ - لا ر - ۱۲ ر^۲ و لا^۲ + ۵ لا ر + ۶ ر^۲

(۳۳) ۲ لا^۲ + ۳ لا د + د^۲ و ۳ لا^۲ + ۲ لا د - د^۲

(۳۴) لا^۳ - ۳ د^۲ لا - ۲ د^۳ و لا^۳ - لا^۲ د - ۴ د^۳

(۳۵) ۳ لا^۳ - ۳ لا^۲ ر + لا ر^۲ - ر^۳ و ۴ لا^۲ ر - ۵ لا ر^۲ + ر^۳

تیرہوان باب ذو اضعاف اقل کی بیان مین

(۱۱۵) حساب مین جب ایک صحیح عدد دوسرے صحیح عدد پر پورا تقسیم ہوتا ہی تو پہلے عدد کو ذو اضعاف دوسرے عدد کا کہتی ہین اور جب ایک عدد صحیح دو یا زیادہ اعداد صحیح پر تقسیم ہوجاتا ہے تو اوسکو ذو اضعاف مشترک اون اعداد کا کہتے ہین

(۱۱۶) علم حساب مین اقل ذو اضعاف مشترک دو یا زیادہ اعداد کا وہ عدد ہے جو سب سے چھوٹا کہلاتا ہے جو اون سب عددون پر پورا پورا تقسیم ہوتا ہے اس اصطلاح اقل ذو اضعاف مشترک کا جبر مقابلہ مین بہی استعمال ہوتا ہی مگر لفظ اقل جبر مقابلہ مین غیر مناسب معلوم ہوتا ہے وجہ اسکی یہی ہے جو دفعہ ۶۶ مین مذکور ہوئی الفاظ اقل ذو اضعاف مشترک کی جگہہ فقط ذو اضعاف اقل اور اوسکی جگہہ حروف ضیق اختصاراً لکہا کرینگے اب یہہ بیان کرتے ہین کہ اس اصطلاح کے معنی جبر مقابلہ مین کیا ہین

(۱۱۷) اکثر اصطلاح سے بیان کیا کرتے ہین کہ ذو اضعاف اقل دو یا زیادہ مقدارون کا وہ کم سے کم

جملہ ہے جو اون پر پورا پورا تقسیم ہو جائے مگر یہہ معنی طالب علم کے سمجھہ مین تمام وکمال نہین
آئینگے جب تک ہم قاعدہ اور مثال ذو اضعاف اقل مفرد جملونکی نہ لکھین

قاعدہ مفرد جملون کی ذو اضعاف اقل نکالنے کا یہہ ہے کہ جو مثال عددی جملون مین موجود ہون اونکا
کوئی عاد ذو اضعاف اقل موافق قاعدہ حساب کے نکال کر لکھو اور اوس عدد کے آگے
جسقدر حروف جملون مین ہون اونکو لکھو اور ہر حرف پر قوت نما جو جملون مین بڑی سی بڑا ہو
لکھدو تو ذو اضعاف اقل حاصل ہو جائیگا

(۱۱۸) مثلاً ذو اضعاف اقل ۱۶ ا^{4} ب ج و ۲۰ ا^{2} ب^{3} د کا دریافت کرنا ہے اب یہان امثال
عددی ۱۶ و ۲۰ ہین جنکا ذو اضعاف اقل ۸۰ ہے اور حروف جو جملون مین آتی ہین وہ ا
اور ب اور ج اور د ہین اور اونکے بڑے سے بڑی قوت نما بالترتیب ۴ و ۳ و ۱ و ۱ ہین
پس اسطرح سے ۸۰ ا^{4} ب^{3} ج د ذو اضعاف اقل حاصل ہوا

دریافت کرو ضیق ۸ ا^{2} ب^{3} ج^{2} ل^{5} ر ی^{3} اور ۱۲ ا^{4} ب ج ل^{3} ر^{2} و ۱۶ ا^{3} ج^{3} ل ر^{4} اب یہان ضیق
امثال عددی کا ۴۸ ہے اور حروف جو جملونمین آتے ہین وہ ا اور ب اور ج اور ل اور ر
اور ی ہین اور بالترتیب ہر کے سے بڑی قوت نما ۴ و ۳ و ۳ و ۵ و ۴ و ۳ ہین
پس ضیق مطلوبہ ۴۸ ا^{4} ب^{3} ج^{3} ل^{5} ر^{4} ی^{3} ہوا

(۱۱۹) ذو اضعاف اقل سے جبر مقابلہ مین یہہ مراد ہوتی ہے کہ وہ ایسا جملہ ہو کہ جسکو سب جملے
جنکا وہ ذو اضعاف اقل ہے پورا پورا تقسیم کردین اور خارج قسمت ایسے حاصل ہون کہ اونکا
کوئی وفق مشترک نہو مثلاً دفعہ ۱۱۸ کے پہلی مثال مین ذو اضعاف اقل کو جملون پر تقسیم کرو تو
خارج قسمت ۵ ب^{2} د اور ۴ ا^{2} ج ہونگے جو کوئی وفق مشترک نہین رکھتے اور ایسے ہی دوسری
مین ضیق کو جملون پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۶ ا^{2} ج ر^{3} و ۴ ب^{2} ج^{2} ل^{2} ر^{2} ی^{3} و ۳ ا ب^{3} ل^{4} ی^{3}
اور ان سب خارج قسمتون کا کوئی وفق مشترک نہین ہے پس یہہ بات جب ہی ہوگی کہ
ذو اضعاف مشترک اقل ہو پس یہان تشریح اقل کے معنی ہوگئے

(۱۲۰) مضمون دفعہ بالا کو دل مین رکھین اور قوانین اجزاء ضربی کی استعانت لین تو اکثر صورتون مین طالب علم مرکب جملون کا بھی ذو اضعاف اقل نکال لیگا مثلاً ضیق ۲۴ ا^۲ (ا + ب)^۲ و ۱۶ ا ب (ا^۲ − ب^۲) کا دریافت کرنا ہی اب ذو اضعاف اقل ۲۴ ا^۲ و ۱۶ ا ب کا ۱۲ ا^۲ ب ہے اور (ا + ب)^۲ و (ا^۲ − ب^۲) مین جز ضربی ا + ب مشترک ہے تو (ا + ب) (ا + ب) (ا − ب) ذو اضعاف (ا + ب)^۲ و (ا^۲ − ب^۲) کا ہوا اور جب اسکو (ا + ب)^۲ و ا^۲ − ب^۲ پر تقسیم کرتے ہین تو خارج قسمت ا − ب اور ا + ب حاصل ہوتے ہین جنمین کا کوئی وفق مشترک نہین ہے تو ۱۲ ا^۲ ب (ا + ب)^۲ (ا − ب) ضیق مطلوبہ ہے

(۱۲۱) دو یا زیادہ مرکب جملون کے ذو اضعاف اقل کی تعریف یہہ ہی کہ اونمین فرض کرو ایک حرف کی قوتین مشترک ہین تو وہ جملہ جسمین اس حرف کی قوت کم از کم درجہ کی ہو اور اون سب جملون پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو ذو اضعاف اقل اون جملون کا کہلاتا ہے

(۱۲۲) اب مرکب جملون کے ذو اضعاف اقل نکالنے کی ترکیب بیان کرتے ہین قاعدہ کا ثبوت بخوبی سمجھنا بالفعل طالب علم کی استعداد سے پرے ہی فرضکرو کہ ا اور ب دو جملے ہین اور د اونکا مقسوم علیہ اعظم ہے اور فرض کرو ا = ط د اور ب = ص د تو بموجب خاصیت مقسوم علیہ اعظم کے ط و ص کا کوئی وفق مشترک نہین ہے اسواسطے اونکا ذو اضعاف اقل ط ص ہوگا اور اسواسطے ادنی درجہ کا جملہ جو ط د و ص د پر تقسیم ہووے ط ص د ہے اور ط ص د = ا ص = ب ط = اب/د پس اسسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ جملون کی حاصلضرب کو اونکے مقسوم علیہ اعظم پر تقسیم کرو تو ذو اضعاف اقل حاصل ہوگا یا اسطرح بیان کرو کہ جملون کے مقسوم علیہ اعظم پر ایک جملہ کو تقسیم کرو اور جو خارج قسمت نکلی اوسکو دوسرے جملہ مین ضرب دو حاصلضرب ذو اضعاف اقل ہوگا

(۱۲۳) مثلاً لا^۲ − ۴ لا + ۳ و ۴ لا^۳ − ۹ لا^۲ − ۱۵ لا + ۱۸ کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو معا اونکا لا − ۳ ہے بموجب دفعہ ۱۰۵ اسکے تقسیم کرو لا^۲ − ۴ لا + ۳ کو لا − ۳ پر تو خارج قسمت

لا-۱ ہوا اسواسطے ذو اضعاف اقل (لا-۱) (۴ لا۲ - ۹ لا - ۱۵ الا + ۱۸) ہوا اور جب انکو ضرب دین تو حاصل ضرب ۴ لا۴ - ۱۳ الا۳ - ۶ لا۲ + ۳۳ لا - ۱۸ ہوا
اسمین اکثر آسانی ہوتی ہے کہ ذو اضعاف اقل کو اجزاء ضربی مین لکھتے ہین ضرب کا عمل کرکے نہین لکھتے مثلاً لا-۳ مقسوم علیہ اعظم ہی تو ضرور وہ جملہ ۴ لا۳ - ۹ لا۲ - ۱۵ الا + ۱۸ اکو تقسیم کریگا اور تقسیم سے جو خارج قسمت حاصل ہوگا اوسکو اسطرح سے لکھو کہ
(لا-۳) (لا-۱) (۴ لا۲ - ۳ لا - ۶) یہہ ذو اضعاف اقل ہے

دوسری مثال فرض کرو کہ ذو اضعاف اقل ہمکو ۲ لا۲ - ۷ لا + ۵ اور ۳ لا۲ - ۷ لا + ۴ کا دریافت کرنا ہے بموجب دفعہ ۱۱۱ کے معا لا - ۱ ہے اور

(۲ لا۲ - ۷ لا + ۵) ÷ (لا - ۱) = ۲ لا - ۵

اور (۳ لا۲ - ۷ لا + ۴) ÷ (لا - ۱) = ۳ لا - ۴

پس ذو اضعاف اقل (لا - ۱) (۲ لا - ۵) (۳ لا - ۴) ہوا

اب ضیق ۲ لا۴ - ۷ لا۳ - ۴ لا۲ + لا - ۴ اور ۳ لا۴ - ۱۱ لا۳ - ۲ لا۲ - ۴ لا - ۱۶ کا دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۱۱ کے معا لا۲ - ۳ لا - ۴ ہے اور نیز

(۲ لا۴ - ۷ لا۳ - ۴ لا۲ + لا - ۴) ÷ (لا۲ - ۳ لا - ۴) = ۲ لا۲ - لا + ۱ اور

(۳ لا۴ - ۱۱ لا۳ - ۲ لا۲ - ۴ لا - ۱۶) ÷ (لا۲ - ۳ لا - ۴) = ۳ لا۲ - ۲ لا + ۴

پس ذو اضعاف اقل (لا۲ - ۳ لا - ۴) (۲ لا۲ - لا + ۱) (۳ لا۲ - ۲ لا + ۴)

(۱۲۴) ظاہر ہے کہ دو یا زیادہ جملون کے ذو اضعاف مشترک کا ذو اضعاف اون جملون کا ذو اضعاف مشترک ہوگا

(۱۲۵) دو یا زیادہ جملون کا ذو اضعاف مشترک اونکی ذو اضعاف اقل کا ذو اضعاف ہوتا ہے
مثلاً فرض کرو کہ ا اور ب دو جملہ ہین اور م اونکا ذو اضعاف اقل ہی اور ن کوئی اور ذو اضعاف مشترک ہے اگر ممکن ہو تو ن کو م سے تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ر باقی رہتی ہی اور ق خارج قسمت

نکلتا ہی تو ر = ن - ق م اور ب اور ن کو ا اور ب پورا تقسیم کرتے ہین تو بموجب
دفعہ ۱۰۶ کے وہ ر کو بہی پورا تقسیم کرتے ہین لیکن بموجب خاصیت تقسیم باقی رکم
درجون کا جملہ بہ نسبت م کے ہونا چاہئے تو اسئے ثابت ہوا کہ ذو اضعاف مشترک
ا و ب کا بہ نسبت ذو اضعاف اقل کے کم درجہ کا ہے اور ذو اضعاف اقل سے کم درجہ کا
ذو ضعاف مشترک ہونا ناممکن ہی اسسے معلوم ہوا کہ باقی ر کا رہنا ناممکن ہے یعنی
ن ذو اضعاف م کا ہے

(۱۲۶) فرض کرو کہ ذو اضعاف اقل تین جملون ا اور ب اور س کا دریافت کرنا ہی تو ذو اضعاف
اقل اونمین سے کسی دو مثلاً ا و ب کا دریافت کرو اور فرض کرو کہ وہ م سے تعبیر ہوتا ہے، تو م
اور س کا ذو اضعاف اقل ا و ب و س کا ذو اضعاف اقل مطلوبہ ہوگا اسواسطے کہ ذو اضعاف
مشترک م و س بموجب دفعہ ۱۲۴ کے ذو اضعاف مشترک ا اور ب اور س کا ہے
اور ہر ایک ذو اضعاف مشترک ا اور ب کا بموجب دفعہ ۱۲۵ کے ذو اضعاف م کا ہے
پس ہر ایک ذو اضعاف مشترک م و س کا ذو اضعاف مشترک ا اور ب اور س کا ہوا
اسواسطے ذو اضعاف اقل م و س کا ذو اضعاف اقل ا اور ب اور س کا ہے

(۱۲۷) اسیطرح سے چار جملون کا ذو اضعاف اقل دریافت ہو سکتا ہے

(۱۲۸) مقسوم علیہ اعظم اور ذو اضعاف اقل کے قاعدے جو ثابت کیے ہوئے ہین اگر مبتدی
اونکو نہ سمجہ سکے تو بالفعل چہوڑ دے جب مساوات پر نوبت پہنچے جب سمجہے بالفعل اونکی کچہہ
ضرورت بہی نہین پڑیگی مگر مثالین جو ان بابون مین لکہی ہین وہ ضرور حل کرلے بغیر اونکے
جبر مقابلہ کا آگے چلنا مشکل ہے وہ اعمال مین بہت جگہہ کام آتے ہین

امثلہ نمبری ۱۳

جملہا ء مفصلہ ذیل کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو

(۱) $۲۴ a^2 b$ و $۶۴ a b^2$ (۲) $۱۲ a^3 b^2 c$ و $۱۸ a b c^3$

(۳) ۸ ا^۳ لا^۲ ی^۳ و ۱۲ ب^۲ لا^۲ ی^۲ (۴) (ا - ب)^۲ اور ا^۲ - ب^۲

(۵) ۲۴ ا (ا + ب) اور ۶ ب (ا^۲ + ب^۳) (۶) ا^۲ - ب^۲ و ا^۳ - ب^۳

(۷) لا^۲ - ۳ لا - ۴ و لا^۲ - لا - ۱۲ (۸) لا^۳ + ۵ لا^۲ + ۷ لا + ۲ و لا^۲ + ۶ لا + ۸

(۹) ۱۲ لا^۲ + ۵ لا - ۳ و ۶ لا^۳ + لا^۲ - لا (۱۰) لا^۳ - ۶ لا^۲ + ۱۱ لا - ۶ و لا^۳ - ۹ لا^۲ + ۲۶ لا - ۲۴

(۱۱) لا^۳ - ۷ لا - ۶ و لا^۳ + ۸ لا^۲ + ۱۷ لا + ۱۰ (۱۲) لا^۴ + لا^۳ + ۲ لا^۲ + لا + ۱ و لا^۳ - ۱

(۱۳) لا^۴ - ۲ لا^۳ - ۳ لا^۲ + ۸ لا - ۴ و لا^۴ - ۵ لا^۳ + ۲۰ لا - ۱۶

(۱۴) لا^۴ + ا^۲ لا^۲ + ا^۴ و لا^۴ - ا لا^۳ - ا^۳ لا + ا^۴ (۱۵) ۴ ا^۳ ب^۲ ح و ۱۶ ا ب^۲ ح^۲ و ۱۸ ا^۲ ب ح^۳

(۱۶) ۸ (ا^۲ - ب^۲) و ۱۲ (ا + ب)^۲ و ۲۰ (ا - ب)^۲

(۱۷) ۴ (ا + ب) و ۶ (ا^۲ - ب^۲) و ۱۰ (ا^۳ + ب^۳)

(۱۸) ۱۵ (ا^۲ ب - ا ب^۲) و ۲۱ (ا^۳ - ا ب^۲) و ۳۵ (ا ب^۲ + ب^۳)

(۱۹) لا^۲ - ۱ و لا^۳ + ۱ و لا^۳ - ۱

(۲۰) لا^۲ - ۱ و لا^۲ + ۱ و لا^۴ - ۱

(۲۱) لا^۲ - ۱ و لا^۳ + ۱ و لا^۳ - ۱ و لا^۶ + ۱

(۲۲) لا^۲ + ۳ لا + ۲ و لا^۲ + ۴ لا + ۳ و لا^۲ + ۵ لا + ۶

(۲۳) لا^۲ + ۲ لا - ۳ و لا^۳ + ۳ لا^۲ - لا - ۳ و لا^۳ + ۴ لا^۲ + لا - ۶

(۲۴) لا^۲ + ۵ لا + ۱۰ و لا^۳ - ۱۹ لا - ۳۰ و لا^۳ - ۱۵ لا - ۵۰

چودہوان باب کسور کی بیان مین

(۱۲۹) اس باب مین اور آگے کے چار بابون مین کسور ہی کا ذکر ہوگا اونکو پڑہ کر طالب علم کو دریافت ہوجائیگا کہ کسور کے لئے جبر مقابلہ مین بہی وہی قاعدے اور ثبوت قاعدون کے ہین جو علم حساب مین کسور کے اوسنے سمجہے تہے

(۱۳۰) جملہ ⅘ یہہ بتلاتا ہے کہ واحد پانچ برابر حصون مین تقسیم کیا گیا ہے اور اون حصون مین سے

ا حصہ لئے گئے ہین اسی لئے $\frac{ا}{ب}$ کو کسر کہتے ہین اور ا کو شمار کنندہ اور ب کو نسب نما پس
نسب نما سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ واحد کتنے برابر حصون مین تقسیم کیا گیا ہی اور شمار کنندہ
سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ اونمین سے کتنے حصے لئے گئے ہین

ہر صحیح اور صحیح جملہ ایک کسر سے جسکا نسب نما واحد ہو تعبیر ہو سکتا ہے مثلاً

$$ا = \frac{ا}{۱} \quad و \quad ب + ح = \frac{ب + ح}{۱}$$

(۱۳۱) حساب کی طرح جبر مقابلہ مین بھی کسر کو مقدار مختلط کی صورت مین لکھا کرتے ہین اور
اوسکا قاعدہ یہہ ہے کہ شمار کنندہ کو نسب نما پر حتی الامکان تقسیم کرو اور خارج قسمت کے
ساتھہ ایک کسر جسکا شمار کنندہ باقی ہو اور نسب نما مقسوم علیہ ہو شامل کرو مثالین

$$\frac{۲۷}{۲} = ۱۳ + \frac{۱}{۲} \quad , \quad \frac{ا^۲ + ۳ا ب}{ا + ب} = ا + \frac{۲ا ب}{ا + ب}$$

$$اور \quad \frac{لا^۳ - ۶لا + ۱۴}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = لا + ۳ + \frac{-لا + ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} \quad یعنی \quad لا + ۳ - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$$

طالب علم کو آخر مثال کے ہر جزو پر توجہ خاص چاہئے وہ ایک مثال خطوط وحدانی کی ہے
یعنی

$$+(-لا + ۲) = -(لا - ۲)$$

(۱۳۲) کسر کو ایک صحیح مین ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ صحیح کو یا تو شمار کنندہ مین ضرب دے لو
یا نسب نما پر تقسیم کرو مثلاً فرض کرو کہ $\frac{ا}{ب}$ ایک کسر کو تعبیر کرتا ہو اور ح ایک صحیح ہو
تو $\frac{ا}{ب} \times ح = \frac{اح}{ب}$ اسواسطے دونوں کسروں $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{اح}{ب}$ مین واحد ب برابر حصون مین
تقسیم ہوا ہے اور $\frac{اح}{ب}$ مین بہ نسبت $\frac{ا}{ب}$ کے ح گنے حصہ لئے گئے ہین
اسلئے $\frac{اح}{ب}$ کا ح گنا ہونا $\frac{ا}{ب}$ سے ثابت ہوا

پس قاعدہ کی صورت اول ثابت ہوئی فرض کرو $\frac{ا}{ب ح}$ ایک کسر کو تعبیر کرتی ہے اور ح
ایک صحیح ہے تو $\frac{ا}{ب ح} \times ح = \frac{ا}{ب}$ اسواسطے کہ ہر کسر $\frac{ا}{ب ح}$ و $\frac{ا}{ب}$ مین تعداد حصونکی
جو لئے گئے ہین ایک ہی ہے اور ہر ایک حصہ $\frac{ا}{ب}$ مین ح گنا ہر ایک حصہ $\frac{ا}{ب ح}$ سے ہے
اسلئے کہ واحد $\frac{ا}{ب ح}$ مین بہ نسبت $\frac{ا}{ب}$ کے ح گنے حصون مین زیادہ تقسیم ہوا ہے پس اسے

ثابت ہوا کہ $\frac{ا}{ب ح}$ کا ح گنا $\frac{ا}{ب}$ ہے

اسسے دوسری صورت قاعدہ کی ثابت ہولی

(۱۳۳) کسر کو صحیح پر تقسیم کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ کیا تو نسب نما کو اوس صحیح مین ضرب دے لو یا شمار کنندہ کو اوسپر تقسیم کر لو فرض کرو $\frac{ا}{ب}$ کسر کو تعبیر کرتا ہے اور ح کوئی صحیح عدد ہے تو $\frac{ا}{ب} \div ح = \frac{ا}{ب ح}$ اسواسطی کہ $\frac{ا}{ب}$ بموجب دفعہ ۱۳۲ کے ح گنا $\frac{ا}{ح ب}$ سے ہے اور اسواسطے $\frac{ا}{ب}$ کا $\frac{۱}{ح}$ وان حصہ $\frac{ا}{ب ح}$ ہے

پس صورت اول قاعدہ کی ثابت ہوئی

فرض کرو کہ $\frac{اح}{ب}$ ایک کسر کو تعبیر کرتا ہے اور ح کسی صحیح کو تو $\frac{اح}{ب} \div ح = \frac{ا}{ب}$ اسواسطی کہ $\frac{اح}{ب}$ بموجب دفعہ ۱۳۲ کے ح گنا $\frac{ا}{ب}$ سے ہے اور اس وجہ سے $\frac{ا}{ب}$ یعنی $\frac{۱}{ح}$ وان حصہ $\frac{اح}{ب}$ کا ہے

اسی قاعدہ کی دوسری صورت ثابت ہوئی

(۱۳۴) اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد مین ضرب دین تو کسر کی قدر نہین بدلیگی سواسطی کہ جب کسی کسر کے شمار کنندہ کو کسی صحیح مین ضرب دیجئے تو کسر کی ضرب صحیح مین ہوگی اور جب نسب نما کو صحیح مین ضرب دیجئے تو تقسیم اوس صحیح پر ہوگی پس کسر کی شمار کنندہ اور نسب نما کو صحیح عدد مین ضرب دینے کے معنی یہہ ہوئے کہ ایک عدد کو ایک عدد مین ضرب دو اور اوسی عدد پر تقسیم کرو تو بدیہی بات ہے کہ ایسی صورت مین کچھہ تبدیلی عدد مین نہین ہوتی اسلئے کسر مین بھی نہین تبدیلی ہوتی اور اس نتیجہ کو اسطرح سے بھی بیان کر سکتے ہین کہ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی صحیح عدد پر تقسیم کرین تو کسر کی قدر نہین بدلنے کی یہہ دونو باتین جو اوپر عبارت مین بیان ہوئی ہین اونکا خلاصہ جبر مقابلہ مین اسطرح سے ہے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{اح}{ب ح}$

یہہ ایک نتیجہ عظیم ہے کسور کے عمل اوسپر موقوف ہین آگے کے بابون مین دیکھوگے

(۱۳۵) جب ہر حرف ایک مثبت صحیح عدد کو تعبیر کرتا ہو تو اُس صورت مین جو ثبوت اسباب مین لکھے گئے ہین وہ یقینی ہین مگر جب ہر حرف ایک مثبت صحیح عدد تعبیر نکرتا ہو تو ثبوت فرضی ہین اور ان اثبات فرضی کی کیفیت بڑے جبر و مقابلہ مین لکھی ہوی ہے۔

نتیجۂ عظیم جو دفعہ ۱۳۴ مین مذکور ہوا ہے اُسکو طالبعلم مان لین کہ وہ جبر مقابلہ مین ہر طرح سے درست اور صحیح ہے یعنی $\frac{ا}{ب} = \frac{ا ح}{ب ح}$ خواہ ا و ب و ح کچھہ ہی ہون مثلاً اگر ہم ح کی جگہہ -۱ لکھین تو $\frac{ا}{ب} = \frac{-ا}{-ب}$ اور ایسے ہی

$\frac{-ا}{ب} = \frac{ا}{-ب}$ اور $\frac{+ا}{-ب} = \frac{-ا}{ب} = -\frac{ا}{ب}$ اور $-\frac{-ا}{ب} = -\frac{ا}{-ب} = \frac{ا}{ب}$

اور اسیطرح فرض کرنے سے کہ $\frac{ا}{ب} \times ح$ ہمیشہ مساوی $\frac{ا ح}{ب}$ کے ہے نتائج ذیل نکلتے ہین کہ

$\frac{ا}{ب} \times -۱ = \frac{-ا}{ب} = -\frac{ا}{ب}$ و $\frac{ا}{ب} \times -۲ = \frac{-۲ا}{ب} = -\frac{۲ا}{ب}$

امثلۂ نمبری ۱۴

کسور مفصلۂ ذیل کو مقادیر مختلفہ مین تعبیر کرو ٭

(۱) $\frac{۲۵لا}{۷}$ (۲) $\frac{۳۶ا ح + ۴ح}{۹}$ (۳) $\frac{۸ا^۲ + ۳ب}{۴ا}$ (۴) $\frac{۱۲لا^۲ - ۵ا}{۶لا}$

(۵) $\frac{لا^۲ + ۳لا + ۲}{لا + ۲}$ (۶) $\frac{۲لا^۲ - ۶لا - ۱}{لا - ۳}$ (۷) $\frac{لا^۳ + الا^۲ - ۳ا^۲لا - ۳ا^۳}{لا^۲ - ۲ا^۲}$

(۸) $\frac{لا^۳ - ۲لا^۲}{لا^۲ - لا + ۱}$ (۹) $\frac{لا^۲ + ۱}{لا - ۱}$ (۱۰) $\frac{لا^۳ - ۱}{لا + ۱}$

(۱۱) ضرب دو $\frac{۴ا^۲}{۹ب^۲}$ کو ۳ ب مین (۱۲) $\frac{۸(ا^۲ + ب^۲)}{۹(ا^۲ - ب^۲)}$ کو ۳(ا - ب) مین

(۱۳) $\frac{۳(ا - ب)}{۸(ا^۳ + ب^۳)}$ کو ۴(ا^۲ - اب + ب^۲) (۱۴) $\frac{لا^۲}{(لا - ۱)^۲}$ کو لا + ۱ مین

تقسیم کرو ٭

(۱۵) $\frac{۸لا}{۳ا}$ کو ۲لا پر (۱۶) $\frac{۹ا^۲ - ۴ب^۲}{ا + ب}$ کو ۳ا - ۲ب پر

(۱۷) $\frac{۱۰(ا^۳ - ب^۳)}{۳(ا + ب)}$ کو ۵(ا^۲ + اب + ب^۲) پر

(۱۸) $\frac{لا^۳ - ۱}{لا^۲ + ۱}$ کو لا^۲ - لا + ۱ پر

پندرہوان باب تحویل کسورمین

(۱۳۶) کسر کی ایک تحویل تو یہ ہے کہ اُسکی رقمین ادنیٰ درجہ کی یعنی اقل لفظوا ہو جائین۔ دوئم یہ ہے کہ کسور کو ایسی کسرونکی طرف تحویل کرین کہ اُن سب کا نسب نما متحد یعنی یکسان ہو جائے ان دونون باتونکے لیئے دفعہ (۱۳۴) کا نتیجہ بڑے کام آتا ہے ؛

(۱۳۷) کسر کی ادنیٰ درجہ کی رقمونکی طرف تحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما کو اُنکے مقسوم علیہ اعظم پر تقسیم کرو مثلاً تحویل کرو $\frac{16 ا^3 ب^2 ج}{20 ا^2 ب^3 د}$ کو ادنیٰ درجہ کی طرف مقسوم علیہ اعظم نسب نما اور شمار کنندہ کا $4 ا^2 ب^2$ ہے اسپر اُن دونونکو تقسیم کرو تو $\frac{4 ا ج}{5 ب د}$ حاصل ہوئے پس $\frac{4 ا ج}{5 ب د}$ برابر ہے $\frac{16 ا^3 ب^2 ج}{20 ا^2 ب^3 د}$ کے یہ اُسکی صورت نہایت مختصر ہے اور اسیکو کہتے ہین کہ کسر کی تحویل ادنیٰ درجہ کی طرف کی گئی ہے اور اس سے زیادہ ادنیٰ درجہ کی رقمون کی طرف تحویل نہین ہو سکتی ہے اسلیئے کہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے نسب نما اور شمار کنندہ زیادہ ادنیٰ درجہ کا نہین ہو سکتا اور $\frac{لا^2 - 4 لا + 3}{4 لا^3 - 9 لا^2 - 15 لا + 18}$ کو ایسی کسر کی طرف تحویل کرو کہ اُسکی رقمین ادنیٰ درجہ کی ہون شمار کنندہ اور نسب نما کا مقسوم علیہ اعظم لا − ۳ ہے پس شمار کنندہ و نسب نما دونون کو لا − ۳ پر تقسیم کرو تو نتیجہ مطلوبہ یہ حاصل ہوگا کہ $\frac{لا - 1}{4 لا^2 + 3 لا - 6}$

بعض مثالونمین بغیر مقسوم علیہ اعظم نکالنے کے معلوم ہو جایا کرتا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما مین جزو ضربی مشترک ہے مثلاً $\frac{(ا - ب)^2 - ج^2}{ا^2 - (ب + ج)^2} = \frac{(ا - ب + ج)(ا - ب - ج)}{(ا + ب + ج)(ا - ب - ج)} =$ $\frac{ا - ب + ج}{ا + ب + ج}$ پس مشترک جز ضربی کے ساقط کرنیسے مطلب حاصل ہو جاتا ہے ؛

(۱۳۸) کسور کو یکسان نسب نما کی کسرونکی طرف تحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ ہر شمار کنندہ کو سوا اپنے نسب نما کے سب نسب نمایون مین ضرب دیکر شمار کنندے بناؤ اور سب نسب نمایون کو باہم ضرب دیکر اُن شمار کنندونکا نسب نما مثلاً $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{ج}{د}$ و $\frac{ر}{س}$ کا نسب نما متحد کرو تو $\frac{ا}{ب} = \frac{ا د س}{ب د س}$ اور $\frac{ج}{د} = \frac{ج ب س}{ب د س}$ و $\frac{ر}{س} = \frac{ر ب د}{ب د س}$ پس کسور $\frac{ا د س}{ب د س}$ اور

$\frac{ح ب س}{ب د س}$ ، $\frac{د ب}{د س}$ ایسے کسور ہین جنکا نسب نما متحد ہے اور قیمتین اونکی برابر ہین $\frac{ا}{ب}$ $\frac{ج}{د}$ و $\frac{س}{س}$
کے قاعدہ جو اوپر مذکور ہوا اوسی کسور کا نسب نما متحد ہوجاویگا لیکن نسب نما متحد اقل القواء نہین
ہوگا اسلئے اکثر تسہیل کے لئے ایک قاعدہ لکھا جاتا ہے کہ جسسے کسور کی تحویل ایسی کسور کیطرف
ہوجاتی ہے کہ اوسکا متحد نسب نما اقل القواء ہوجاتا ہے

(۱۳۹) وہ قاعدہ یہہ ہے کہ ذو اضعاف اقل سب نسب نماؤن کا دریافت کرو اور اسکو متحد نسب نما بناؤ اور
کسر کے شمار کنندہ کو اوس خارج قسمت مین کہ اوسکے نسب نما پر ذو اضعاف اقل کو تقسیم کرنیسے پیدا ہو ضرب دو
اور حاصل ضرب کو شمار کنندہ بناؤ اور اوسکے نیچے ذو اضعاف اقل لکھدو پس اسطرح سب
کسرون کا نسب نما متحد اور اقل القواء ہوجاتا ہے مثلاً $\frac{ا}{ری}$ و $\frac{ب}{می لا}$ و $\frac{ح}{لار}$ کا اقل القواء
نسب نما متحد بناؤ ذو اضعاف اقل نسب نماؤن کا لاری ہے

پس $\frac{ا}{ری} = \frac{ا لا}{لاری}$ و $\frac{ب}{می لا} = \frac{ب ا}{لاری}$ و $\frac{ح}{لار} = \frac{ح ی}{لاری}$

امثلہ نمبری ۱۵

کسور مفصلہ ذیل کو ایسے کسور کی طرف تحویل کرو کہ اونکی قیمتین اقل القواء ہوجائین

(۱) $\frac{۱۲ ا^۲ ب^۲ لا}{۱۸ ا^۳ ب^۲ ی}$ (۲) $\frac{ا^۲ + ا ب}{۲ ا ب}$ (۳) $\frac{ا^۲ + ا ب}{ا^۲ - ا ب}$

(۴) $\frac{۱۰ ا^۲ لا}{۵ ا^۲ لا - ۱۵ ا ی^۲}$ (۵) $\frac{۴ (ا + ب)^۲}{۵ (ا^۲ - ب^۲)}$ (۶) $\frac{ا^۳ + ب^۳}{ا^۲ - ب^۲}$

(۷) $\frac{لا^۲ + ۳ لا + ۲}{لا^۲ + ۶ لا + ۵}$ (۸) $\frac{لا^۲ + ۱۰ لا + ۲۱}{لا^۲ - ۲ لا - ۱۵}$ (۹) $\frac{۲ لا^۲ + لا - ۱۵}{۲ لا^۲ - ۱۹ لا + ۳۵}$

(۱۰) $\frac{لا^۲ + (ا + ب) لا + ا ب}{لا^۲ + (ا + ح) لا + ا ح}$ (۱۱) $\frac{لا^۲ - (ا + ب) لا + ا ب}{لا^۲ + (ح - ا) لا - ا ح}$ (۱۲) $\frac{۳ لا^۲ + ۲۳ لا - ۳۶}{۴ لا^۲ + ۳۳ لا - ۲۷}$

(۱۳) $\frac{(لا + ا)^۲ - (ب + ح)^۲}{(لا + ب)^۲ - (ا + ح)^۲}$ (۱۴) $\frac{لا^۲ + ۵ لا + ۶}{لا^۲ + لا + ۱۰}$ (۱۵) $\frac{لا^۲ - ۱۰ لا + ۲۱}{لا^۲ - ۴۶ لا - ۲۱}$

(۱۶) $\frac{لا^۲ + ۹ لا + ۲۰}{لا^۳ + ۷ لا^۲ + ۱۴ لا + ۸}$ (۱۷) $\frac{لا^۲ + لا - ۴۲}{لا^۳ - ۱۰ لا^۲ + ۲۱ لا + ۱۸}$ (۱۸) $\frac{۶ لا^۲ - ۱۱ لا + ۵}{۳ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۱}$

(۱۹) $\frac{۲۰ لا^۲ + لا - ۱۲}{۱۲ لا^۳ - ۵ لا^۲ + ۵ لا - ۶}$ (۲۰) $\frac{لا^۲ - ۲ ا لا + ا^۲}{لا^۳ - ۲ ا لا^۲ + ۲ ا^۲ لا - ا^۳}$ (۲۱) $\frac{۲ لا^۳ - ۵ لا^۲ - ۸ لا - ۱۶}{۲ لا^۳ + ۱۱ لا^۲ + ۱۶ لا + ۱۶}$

(۲۲) $\frac{\text{لا}^3 - 3\text{ا}^2\text{لا} + 2\text{ا}^3}{2\text{لا}^3 + \text{ا}\,\text{لا}^2 + \text{ا}^2\text{لا} - 4\text{ا}^3}$ (۲۳) $\frac{\text{لا}^3 - 8\text{لا} - 3}{\text{لا}^2 - 7\text{لا} + 1}$ (۲۴) $\frac{\text{لا} + \text{ا}^3}{\text{لا}^3 + \text{ا}^2\text{لا}^2 + \text{ا}^4}$

(۲۵) $\frac{\text{لا}^3 - \text{لا}^2 - 7\text{لا} + 3}{\text{لا}^4 + 2\text{لا}^2 + 2\text{لا} - 1}$ (۲۶) $\frac{3\text{لا}^3 - 14\text{لا}^2 - 9\text{لا} + 2}{2\text{لا}^3 - 9\text{لا}^2 - 14\text{لا} + 3}$ (۲۷) $\frac{3\text{لا}^5 - 75\text{ا}^4\text{لا}}{2\text{لا}^4 + 13\text{ا}^2\text{لا}^2 + 15\text{ا}^4}$

(۲۸) $\frac{\text{لا}^4 - 1}{\text{لا}^2 - 1}$ (۲۹) $\frac{\text{لا}^3 + \text{لا}^2 + \text{لا} + 1}{\text{لا}^4 - 1}$ (۳۰) $\frac{\text{لا}^6 + \text{ی}^2\text{لا}^3\text{ی}}{\text{لا}^9 - \text{ی}^4\text{ی}^2}$

(۳۱) $\frac{\text{لا}^4 + \text{ا}^2\text{لا}^2 + \text{ا}^4}{\text{لا}^6 - \text{ا}^6}$ (۳۲) $\frac{\text{لا}^{\text{م}} - 1}{\text{لا}^{\text{م}}} \frac{\text{ی}^2\text{ن}}{\text{ی}^{\text{ن}} + 1}$

کسور مفصلہ ذیل کا لسب نما اقل القواء بناؤ

(۳۳) $\frac{3}{4\text{لا}}$ و $\frac{4}{6\text{لا}^2}$ و $\frac{5}{12\text{لا}^3}$ (۳۴) $\frac{1}{\text{لا}+1}$ و $\frac{3}{4\text{لا}+4}$ و $\frac{\text{لا}}{\text{لا}^2-1}$

(۳۵) $\frac{\text{ا}}{\text{لا}-\text{ا}}$ و $\frac{\text{لا}}{\text{ا}-\text{لا}}$ و $\frac{\text{ا}^2}{\text{لا}^2-\text{ا}^2}$ و $\frac{\text{ا}\,\text{لا}}{\text{ا}^2-\text{لا}^2}$ (۳۶) $\frac{\text{ا}}{\text{ا}-\text{ب}}$ و $\frac{\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}$ و $\frac{\text{ا}\,\text{ب}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ و $\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2+\text{ب}^2}$

(۳۷) $\frac{1}{\text{لا}-1}$ و $\frac{\text{لا}}{(\text{لا}-1)^2}$ و $\frac{3}{\text{لا}+1}$ و $\frac{4}{(\text{لا}+1)^2}$ و $\frac{5}{\text{لا}^2-1}$

(۳۸) $\frac{\text{ا}}{\text{لا}-\text{ا}}$ و $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{\text{لا}^2+\text{ا}\,\text{لا}+\text{ا}^2}$ و $\frac{\text{ا}\,\text{لا}}{\text{لا}^3-\text{ا}^3}$

(۳۹) $\frac{1}{\text{لا}^2-\text{ا}\,\text{لا}+\text{ا}^2}$ و $\frac{1}{\text{لا}^2+\text{ا}\,\text{لا}+\text{ا}^2}$ و $\frac{\text{ا}^2}{\text{لا}^4+\text{ا}^2\text{لا}^2+\text{ا}^4}$

(۴۰) $\frac{1}{\text{لا}^2-(\text{ا}+\text{ب})\text{لا}+\text{ا}\,\text{ب}}$ و $\frac{1}{\text{لا}^2-(\text{ا}+\text{ح})\text{لا}+\text{ا}\,\text{ح}}$ و $\frac{1}{\text{لا}^2-(\text{ب}+\text{ح})\text{لا}+\text{ب}\,\text{ح}}$

سولہوان باب کسور کی جمع وتفریق میز

(۱۴۰) قاعدہ کسور کے جمع یا تفریق کا یہہ ہی کہ کسور کا پہلے لسب نما متحد بناؤ اور شمار کنندون کو جمع یا تفریق کرکے حاصل کو شمار کنندہ بناؤ اور متحد لسب نما اوسکے نیچے لکھدو پس ماحصل حاصل جمع یا حاصل تفریق ہوگا مثالین جمع کرو $\frac{\text{ا}+\text{ح}}{\text{ب}}$ کو $\frac{\text{ا}-\text{ح}}{\text{ب}}$ کے ساتھہ چونکہ یہان کسرین لسب نما متحد رکھتے ہین اسلئے تحویل کی ضرورت نہین

$$\frac{\text{ا}+\text{ح}}{\text{ب}} + \frac{\text{ا}-\text{ح}}{\text{ب}} = \frac{\text{ا}+\text{ح}+\text{ا}-\text{ح}}{\text{ب}} = \frac{2\text{ا}}{\text{ب}}$$

تفریق کرو $\frac{4\text{ا}-3\text{ب}}{\text{ح}}$ مین سے $\frac{3\text{ا}-4\text{ب}}{\text{ح}}$ کو

تو $\frac{4\text{ا}-3\text{ب}}{\text{ح}} - \frac{3\text{ا}-4\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{4\text{ا}-3\text{ب}-(3\text{ا}-4\text{ب})}{\text{ح}} =$

$$\frac{\text{۴ا} - \text{۳ب} - \text{۳ا} + \text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ح}}$$

طالبعلم کو چاہئے کہ وہ عمل پورا اسیطرح جسطرح اوپر کی مثال مین لکھاہے کیا کرین تاکہ غلطی کا احتمال نرہے

جمع کرو $\frac{\text{ح}}{\text{ا} + \text{ب}}$ کو $\frac{\text{ح}}{\text{ا} - \text{ب}}$ کے ساتھ

یہان نسب نما متحد حاصل ضرب ا + ب و ا − ب یعنے $\text{ا}^2 - \text{ب}^2$ ہوگا

$$\frac{\text{ح}}{\text{ا} + \text{ب}} = \frac{\text{ح}(\text{ا} - \text{ب})}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ح}}{\text{ا} - \text{ب}} = \frac{\text{ح}(\text{ا} + \text{ب})}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

اسواسطے $\frac{\text{ح}}{\text{ا} + \text{ب}} + \frac{\text{ح}}{\text{ا} - \text{ب}} = \frac{\text{ح}(\text{ا} - \text{ب}) + \text{ح}(\text{ا} + \text{ب})}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} =$

$$\frac{\text{ح ا} - \text{ح ب} + \text{ح ا} + \text{ح ب}}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} = \frac{\text{۲ ح ا}}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

تفریق کرو $\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ا} - \text{ب}}$ مین سے $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}}$ کو نسب نما متحد $\text{ا}^2 - \text{ب}^2$ ہی تو $\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ا} - \text{ب}} = \frac{(\text{ا} + \text{ب})^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$ و $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}} = \frac{(\text{ا} - \text{ب})^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$ اسواسطے $\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ا} - \text{ب}} - \frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}} =$

$$\frac{(\text{ا} + \text{ب})^2 - (\text{ا} - \text{ب})^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} = \frac{\text{ا}^2 + \text{۲ا ب} + \text{ب}^2 - (\text{ا}^2 - \text{۲ا ب} + \text{ب}^2)}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} = \frac{\text{۴ا ب}}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$$

تفریق کرو $\frac{\text{لا} + ۱}{\text{لا}^2 - \text{۴لا} +}$ مین سے $\frac{\text{۴لا}^2 - \text{۳لا} + ۲}{\text{۴لا}^3 - \text{۹لا}^2 - \text{۱۵لا} + ۱۸}$

بموجب دفعہ ۱۳۳ کے ذو اضعاف اقل نسبنما یونکا

$(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)$ ہے

تو $\frac{\text{لا} + ۱}{\text{لا}^2 - \text{۴لا} + ۳} = \frac{(\text{لا} + ۱)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)}{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)}$ و

$$\frac{\text{۴لا}^2 - \text{۳لا} + ۲}{\text{۴لا}^3 - \text{۹لا}^2 - \text{۱۵لا} + ۱۸} = \frac{(\text{۴لا}^2 - \text{۳لا} + ۲)(\text{لا} - ۱)}{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)}$$

اسواسطے $\frac{\text{لا} + ۱}{\text{لا}^2 - \text{۴لا} + ۳} - \frac{\text{۴لا}^2 - \text{۳لا} + ۲}{\text{۴لا}^3 - \text{۹لا}^2 - \text{۱۵لا} + ۱۸}$

$$= \frac{(\text{لا} + ۱)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶) - (\text{۴لا}^2 - \text{۳لا} + ۲)(\text{لا} - ۱)}{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)}$$

$$\frac{\text{۴لا}^3 + \text{۷لا}^2 - \text{۳لا} - ۶ - (\text{۴لا}^3 - \text{۷لا}^2 + \text{۵لا} - ۲)}{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)} = \frac{\text{۱۴لا}^2 - \text{۸لا} - ۴}{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۳)(\text{۴لا}^2 + \text{۳لا} - ۶)}$$

(۱۴۱) جب کسی ایک مقدار مخلوط کی تحویل ایک کسر کی طرف کرنی ہو تو ایک آسان صورت جمع یا تفریق کی خیال کرکے عمل کرلو ؛

مثالیں $ا + \frac{ب}{ح} = \frac{ا}{۱} + \frac{ب}{ح} = \frac{اح}{ح} + \frac{ب}{ح} = \frac{اح + ب}{ح}$ و

$$ا + \frac{۲اب}{ا + ب} = \frac{ا}{۱} + \frac{۲اب}{ا + ب} = \frac{ا(ا + ب)}{ا + ب} + \frac{۲اب}{ا + ب} = \frac{ا^۲ + ۳اب}{ا + ب}$$

$$و\ لا + ۳ - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{لا + ۳}{۱} - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{(لا + ۳)(لا^۲ - ۳لا + ۴)}{لا^۲ - ۳لا + ۴} - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$$

$$= \frac{لا^۳ - ۵لا + ۱۲ - (لا - ۲)}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{لا^۳ - ۵لا + ۱۲ - لا + ۲}{لا^۳ - ۳لا + ۴} = \frac{لا^۳ - ۶لا + ۱۴}{لا^۲ - ۲لا + ۴}$$

(۱۴۲) جملے اکثر ایسے بھی آ جاتے ہیں کہ جنمیں جمع اور تفریق دونوں شامل ہوتے ہیں مثلاً

مختصر کرو $\frac{ا}{ا + ب} + \frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} - \frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲}$

ذو اضعاف اقل نسب نما یونکا $(ا^۲ - ب^۲)(ا^۲ + ب^۲)$ یعنے $ا^۴ - ب^۴$ ہے

تو $\frac{ا}{ا + ب} = \frac{ا(ا - ب)(ا^۲ + ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳}{ا^۴ - ب^۴}$

و $\frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} = \frac{اب(ا^۲ + ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۳ب + اب^۳}{ا^۴ - ب^۴}$ و $\frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲} = \frac{ا^۲(ا^۲ - ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۴ - ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴}$

اسواسطے $\frac{ا}{ا + ب} + \frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} - \frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲} = \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳ + ا^۳ب + اب^۳ - (ا^۴ - ا^۲ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴}$

$$= \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳ + ا^۳ب + اب^۳ - ا^۴ + ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{۲ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴}$$

مختصر کرو $\frac{ا}{(ا - ب)(ا - ح)} + \frac{ب}{(ب - ح)(ب - ا)} + \frac{ح}{(ح - ا)(ح - ب)}$

مبتدی کو چاہیے کہ اس خاص مثال پر بہت توجہ کرے غالباً وہ سب نسب نما یونکا حاصل ضرب متحد نسب نما بنائیگا اور اسطرح سے اس مثال کا حل کرنا ایک محنت کا کام ہو جائیگا دوسری کسر کے نسب نما میں ایک جز ضربی ب ـ ا ہے اور یہہ جز ضربی پہلی کسر کے نسب نما کے جز ضربی (ا ـ ب) سے فقط علامت کا فرق رکھتا ہے اور بموجب دفعہ ۲ کے $\frac{ب}{(ب - ح)(ب - ا)} = - \frac{ب}{(ب - ح)(ا - ب)}$ اور تیسری کسر کا نسب نما ہے

$$\text{(ح-ا)(ح-ب)} = \text{(ا-ح)(ب-ح)}$$

پس جملہ مذکورہ اسطرح سے لکھا جا سکتا ہے کہ

$$\frac{\text{ا}}{\text{(ا-ح)(ا-ح)}} - \frac{\text{ب}}{\text{(ا-ح)(ب-ح)}} + \frac{\text{ح}}{\text{(ا-ح)(ب-ح)}}$$

اب یہان صاف عیان ہے کہ ذو اضعاف اقل نسب نما یون کا (ا-ب) (ا-ح) (ب-ح) ہے تو کسور کی تحویل اونکے نسب نماء متحد کی طرف کرنے سے یہہ حاصل ہوگا

$$\frac{\text{ا(ب-ح) - ب(ا-ح) + ح(ا-ب)}}{\text{(ا-ب)(ا-ح)(ب-ح)}}$$

یعنی $\frac{\text{اب - اح - اب + بح + ح ا - ح ب}}{\text{(ا-ب)(ا-ح)(ب-ح)}}$ یعنی صفر

(۱۴۳) اس فصل مین ہمنے دو یا زیادہ کسرون کو مرکب کرکے ایک مختصر صورت مین ایک کسر بنانے کا تذکرہ کیا ہے لیکن ایک کسر کو دو یا زیادہ کسرون مین حصے کرکے لکھنے کا بیان نہین کیا $\frac{\text{۳بح - ۴اح + ۵اب}}{\text{ابح}} = \frac{\text{۳بح}}{\text{ابح}} - \frac{\text{۴اح}}{\text{ابح}} + \frac{\text{۵اب}}{\text{ابح}} = \frac{\text{۳}}{\text{ا}} - \frac{\text{۴}}{\text{ب}} + \frac{\text{۵}}{\text{ح}}$ پس اسطرحسے اگر ہم چاہین تو ایک کسر کی کئی کسرین بنا سکتے ہین

امثلہ نمبری ۱۶

دریافت کرو قیمت

(۱) $\frac{\text{۳ا - ۵ب}}{\text{۴}} + \frac{\text{۲ا - ب - ح}}{\text{۳}} + \frac{\text{ا + ب + ح}}{\text{۱۲}}$ (۲) $\frac{\text{۱}}{\text{ا - ب}} + \frac{\text{۱}}{\text{ا + ب}}$

(۳) $\frac{\text{ا}}{\text{ا - ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا + ب}}$ (۴) $\frac{\text{ح}}{\text{ا - ب}} - \frac{\text{ح}}{\text{ا + ب}}$ (۵) $\frac{\text{۱}}{\text{بح}} + \frac{\text{۱}}{\text{اح}} + \frac{\text{۱}}{\text{اب}}$

(۶) $\frac{\text{۱}}{\text{لا + د}} + \frac{\text{۲د}}{\text{لا}^2 - \text{د}^2}$ (۷) $\frac{\text{۳لا + ۱}}{\text{۳لا - ۱}} - \frac{\text{۳لا - ۱}}{\text{۳لا + ۱}}$ (۸) $\frac{\text{ا}}{\text{لا(ا - لا)}} - \frac{\text{لا}}{\text{ا(ا - لا)}}$

(۹) $\frac{\text{ا}}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} - \frac{\text{ب}}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$ (۱۰) $\frac{\text{ا}}{\text{ا - لا}} + \frac{\text{۳ا}}{\text{ا + لا}} - \frac{\text{۲ا لا}}{\text{ا}^2 - \text{لا}^2}$

(۱۱) $\frac{\text{ا - ۲ب}}{\text{۳ح}} - \frac{\text{ب - ۳ح}}{\text{۲ا}} + \frac{\text{۴اب + ۳بح}}{\text{۶اح}}$

(۱۲) $\frac{\text{ا - ب}}{\text{ب}} + \frac{\text{۲ا}}{\text{ا - ب}} - \frac{\text{ا}^2 + \text{اب}}{\text{اب - ب}^2}$ (۱۳) $\frac{\text{۲ب - ا}}{\text{لا - ب}} + \frac{\text{ب - ۲ا}}{\text{لا + ب}} + \frac{\text{۳لا(ا - ب)}}{\text{لا}^2 - \text{ب}^2}$

(۱۳) $\frac{۲\text{ب}-\text{ا}}{\text{لا ب}}+\frac{\text{ب}-۲\text{ا}}{\text{لا}+\text{ب}}+\frac{۳\text{لا}(\text{ا}-\text{ب})}{\text{لا}^{۲}-\text{ب}^{۲}}$

(۱۴) $\frac{۳}{\text{لا}}-\frac{۵}{۱-۲\text{لا}}-\frac{۲\text{لا}-۷}{۱-۴\text{لا}^{۲}}$ (۱۵) $\frac{۱}{\text{لا}-۲}-\frac{۳}{\text{لا}+۲}+\frac{۲\text{لا}}{(\text{لا}+۲)^{۲}}$

(۱۶) $\frac{۱}{\text{ا}-\text{ب}}+\frac{۱}{\text{ا}+\text{ب}}-\frac{۲\text{ا}}{\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲}}$ (۱۷) $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{\text{ا}-\text{لا}}+\frac{\text{ا}-\text{لا}}{\text{ا}+\text{لا}}-\frac{\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲}}{\text{ا}^{۲}+\text{لا}^{۲}}$

(۱۸) $\frac{۱}{\text{لا}+۱}-\frac{۲}{\text{لا}+۲}+\frac{۱}{\text{لا}+۳}$ (۱۹) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}-۱}-\frac{۲\text{لا}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}-۲}$

(۲۰) $\frac{۴\text{لا}}{\text{د}}-\frac{\text{لا}-\text{د}}{\text{لا}+\text{د}}+\frac{\text{لا}+\text{د}}{\text{لا}-\text{د}}$ (۲۱) $\text{لا}-\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا}-۱}-\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}$

(۲۲) $\text{لا}-\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}-۱}$ (۲۳) $\frac{۱}{\text{لا}-\text{ا}}+\frac{۱}{\text{لا}+\text{ا}}-\frac{۲\text{ا}}{\text{لا}}$

(۲۴) $\frac{\text{ا}}{\text{ا}-\text{ب}}+\frac{۳\text{ا}}{\text{ا}+\text{ب}}+\frac{۴\text{ا}\text{ب}^{۲}}{\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲}}$ (۲۵) $\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا}^{۲}-۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}-۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}$

(۲۶) $\frac{\text{ا}}{\text{ا}-\text{لا}}+\frac{۳\text{ا}}{\text{ا}+\text{لا}}-\frac{۲\text{ا}\text{لا}}{\text{ا}^{۲}+\text{لا}^{۲}}$ (۲۷) $\frac{۳}{۲\text{لا}-۴}-\frac{۱}{\text{لا}+۲}-\frac{\text{لا}+۱۰}{۲\text{لا}^{۲}+۸}$

(۲۸) $\frac{۲}{\text{لا}+۴}-\frac{\text{لا}-۳}{\text{لا}^{۲}-۴\text{لا}+۱۶}+\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا}^{۳}+۶۴}$ (۲۹) $\frac{۱}{\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲}}+\frac{۱}{۲(\text{ا}+\text{لا})}-\frac{۱}{۲(\text{ا}-\text{لا})}$

(۳۰) $\frac{\text{لا}^{۲}+\text{ا}\text{لا}+\text{ا}^{۲}}{\text{لا}^{۳}-\text{ا}^{۳}}-\frac{\text{لا}^{۲}-\text{ا}\text{لا}+\text{ا}^{۲}}{\text{لا}^{۳}+\text{ا}^{۳}}$ (۳۱) $\frac{\text{لا}^{۲}+\text{د}^{۲}}{\text{لا}\text{د}}-\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا}\text{د}+\text{د}^{۲}}-\frac{\text{د}^{۲}}{\text{لا}^{۲}+\text{لا}\text{د}}$

(۳۲) $\frac{\text{لا}^{۲}-۲\text{لا}+۳}{\text{لا}^{۳}+۱}+\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}^{۲}-\text{لا}+۱}-\frac{۱}{\text{لا}+۱}$

(۳۳) $\frac{۱}{(\text{لا}-۳)(\text{لا}-۴)}-\frac{۲\text{لا}-۳}{(\text{لا}-۲)(\text{لا}-۴)}+\frac{۱}{(\text{لا}-۲)(\text{لا}-۳)}$

(۳۴) $\frac{۱}{\text{لا}(\text{لا}+۱)}-\frac{۲\text{لا}-۳}{\text{لا}(\text{لا}+۱)(\text{لا}+۲)}+\frac{۱}{\text{لا}(\text{لا}+۲)}$

(۳۵) $\frac{۲\text{لا}-۱}{۲(\text{لا}^{۲}-\text{لا}+۱)}+\frac{\text{لا}+۱}{۲(\text{لا}^{۲}+۱)}+\frac{۱}{۶(\text{لا}+۱)}$

(۳۶) $\frac{\text{لا}-\text{د}}{\text{لا}^{۲}-\text{لا}\text{د}+\text{د}^{۲}}+\frac{۱}{\text{لا}+\text{د}}+\frac{\text{لا}\text{د}}{\text{لا}^{۳}+\text{د}^{۳}}$

(۳۷) $\frac{۱}{\text{لا}-\text{د}}+\frac{\text{لا}-\text{د}}{\text{لا}^{۲}+\text{لا}\text{د}+\text{د}^{۲}}+\frac{\text{لا}\text{د}-۲\text{لا}^{۲}}{\text{لا}^{۳}-\text{د}^{۳}}$

(۳۸) $\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}^{۲}+\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}^{۲}-\text{لا}+۱}+\frac{۲}{\text{لا}^{۴}+\text{لا}^{۲}+۱}$

(۳۹) $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}\text{لا}+\text{ب}\text{د}}+\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}\text{لا}-\text{ب}\text{د}}+\frac{۲(\text{ا}^{۲}\text{لا}+\text{ب}^{۲}\text{د})}{\text{ا}^{۲}\text{لا}^{۲}+\text{ب}^{۲}\text{د}^{۲}}$

(۴۰) $\frac{۲\text{لا}}{\text{لا}^{۴}-\text{لا}^{۲}+۱}-\frac{۱}{\text{لا}^{۲}-\text{لا}+۱}+\frac{۱}{\text{لا}^{۲}+\text{لا}+۱}$

(۴۱) $\frac{۱}{\text{لا}^{۲}-۷\text{لا}+۱۲}+\frac{۲}{\text{لا}^{۲}-۴\text{لا}+۳}-\frac{۳}{\text{لا}^{۲}-۵\text{لا}+۴}$

(۴۲) $\frac{۱}{\text{لا}+\text{ا}}-\frac{۱}{\text{لا}-\text{ا}}+\frac{۴\text{ا}}{\text{لا}^{۲}-\text{ا}^{۲}}-\frac{۲\text{ا}}{\text{لا}^{۲}+\text{ا}^{۲}}$

(۴۳) $\frac{1}{ا-ب} - \frac{1}{ا+ب} - \frac{2ب}{ا^2+ب^2} - \frac{4ب^3}{ا^4+ب^4}$

(۴۴) $\frac{1}{لا-3ا} - \frac{1}{لا+3ا} + \frac{3}{لا+ا} - \frac{3}{لا-ا}$

(۴۵) $\frac{1}{ا-2ب} - \frac{4}{ا-ب} + \frac{6}{ا} - \frac{4}{ا+ب} + \frac{1}{ا+2ب}$

(۴۶) $\frac{ح}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ح}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(۴۷) $\frac{ا}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ب}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(۴۸) $\frac{ا^2}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ب^2}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(۴۹) $\frac{1}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{(ب-ا)(ب-ح)}$

(۵۰) $\frac{ب}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{ا}{(ب-ا)(ب-ح)}$

(۵۱) $\frac{1}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{(ب-ا)(ب-ح)} + \frac{1}{(ح-ا)(ح-ب)}$

(۵۲) $\frac{1}{ا(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{ب(ب-ا)(ب-ح)} - \frac{1}{ابح}$

(۵۳) $\frac{ا^2}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{ب^2}{(ب-ا)(ب-ح)} + \frac{ح^2}{(ح-ا)(ح-ب)}$

(۵۴) $\frac{1}{لا^2-(ا+ب)لا+اب} + \frac{1}{لا^2-(ا+ح)لا+اح} + \frac{1}{لا^2-(ب+ح)لا+حب}$

(۵۵) $\frac{لا+ح}{لا^2-(ا+ب)لا+اب} + \frac{لا+ب}{لا^2-(ا+ح)لا+اح} + \frac{لا+ا}{لا^2-(ب+ح)لا+بح}$

(۵۶) $\frac{ا}{(ا-ب)(ا-ح)(لا-ا)} + \frac{ب}{(ب-ا)(ب-ح)(لا-ب)} + \frac{ح}{(ح-ا)(ح-ب)(لا-ح)}$

سترہوان باب ضرب کسور مین

(۱۴۴) ضرب کسور کا قاعدہ یہہ ہی کہ سب شمار کنندون کو ضرب دیکر نیا شمار کنندہ بناؤ اور سب نسب نماؤن کو ضرب دیکر نیا نسب نما بناؤ تو یہہ نئی کسر حاصل ضرب ہوگی

(۱۴۵) اکثر اس ضرب کی قاعدہ کو اسطرح سے ثابت کیا کرتے ہین کہ فرض کرو $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{ح}{د}$ دو کسرین ہین جنکو ضرب دینا ہی $\frac{ا}{ب}$ = لا اور $\frac{ح}{د}$ = ی کے فرض کرو

$\text{ا} = \text{ب لا}$ اور $\text{ح} = \text{د ی}$

اسواسطی $\text{اح} = \text{ب د لا ی}$

ب د پر تقسیم کرو تو $\frac{\text{اح}}{\text{ب د}} = \text{لا ی}$

لیکن $\text{لا ی} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{د}}$

اسواسطی $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{د}} = \frac{\text{اح}}{\text{ب د}}$

اور اح حاصلضرب شمارکنندون کا ہے اور ب د حاصلضرب نسب نمایونکا پس اسّی قاعدہ ثابت ہوا اور اسیطرح سے اگر کسرین زیادہ ہوون تو بھی قاعدہ ثابت ہوسکتا ہے

(۱۴۶) ہم بعض مثالین لکھتے ہین نئے شمارکنندہ اور نئے نسب نما کے اجزا ضربی کو پہلی ضرب دینے سی پہہ دیکھہ لینا چاہیئے کہ کوئی جز ضربی ایسا تو نہین ہے کہ دونو شمارکنندہ اور نسب نما مین مشترک ہو اگر ایسا ہو تو اوسکو موجب دفعہ ۱۳۷ ساقط کرو اس طرح ماحصل کا اختصار بھی ہوجائیگا ا کو $\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ مین ضرب دو

$\text{ا} = \frac{\text{ا}}{۱}$ و $\frac{\text{ا}}{۱} \times \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{اب}}{\text{ح}}$

پس اسّی معلوم ہوا کہ $\text{ا}\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ و $\frac{\text{اب}}{\text{ح}}$ مساوی ہین ایسی ہی $۴\frac{\text{لا}}{۵} = \frac{۴\text{لا}}{۵}$ و $\frac{۱}{۴}(۲\text{لا} - ۳) = \frac{۲\text{لا} - ۳}{۴}$

ضرب دو $\frac{\text{لا}}{\text{ی}}$ کو $\frac{\text{لا}}{\text{ی}}$ مین

$\frac{\text{لا}}{\text{ی}} \times \frac{\text{لا}}{\text{ی}} = \frac{\text{لا} \times \text{لا}}{\text{ی} \times \text{ی}} = \frac{\text{لا}^۲}{\text{ی}^۲}$

پس $\left(\frac{\text{لا}}{\text{ی}}\right)^۲ = \frac{\text{لا}^۲}{\text{ی}^۲}$

ضرب دو $\frac{۳\text{ا}}{۴\text{ب}}$ کو $\frac{۸\text{ح}}{۹\text{ا}}$ مین

$\frac{۳\text{ا}}{۴\text{ب}} \times \frac{۸\text{ح}}{۹\text{ا}} = \frac{۳\text{ا} \times ۸\text{ح}}{۴\text{ب} \times ۹\text{ا}} = \frac{۲\text{ح} \times ۱۲\text{ا}}{۳\text{ب} \times ۱۲\text{ا}} = \frac{۲\text{ح}}{۳\text{ب}}$ اور $\frac{۳\text{ا}^۲}{(\text{ا}+\text{ب})^۲}$ کو $\frac{۴(\text{ا}^۲-\text{ب}^۲)}{۳\text{ا ب}}$ مین ضرب دو

$\frac{۳\text{ا}^۲}{(\text{ا}+\text{ب})^۲} \times \frac{۴(\text{ا}^۲-\text{ب}^۲)}{۳\text{ا ب}} = \frac{۴\text{ا}(\text{ا}-\text{ب}) \times ۳\text{ا}(\text{ا}+\text{ب})}{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب}) \times ۳\text{ا}(\text{ا}+\text{ب})} = \frac{۴\text{ا}(\text{ا}-\text{ب})}{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب})}$

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} + ۱$ کو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} - ۱$ ضرب دو

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} + ۱ = \frac{\text{ا}^۲}{\text{ا ب}} + \frac{\text{ب}^۲}{\text{ا ب}} + \frac{\text{ا ب}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ا}^۲ + \text{ب}^۲ + \text{ا ب}}{\text{ا ب}}$

و $\frac{ا}{ب}+\frac{ب}{ا}-۱=\frac{ا^۲}{اب}+\frac{ب^۲}{اب}-\frac{اب}{اب}=\frac{ا^۲+ب^۲-اب}{اب}$

تو $\frac{ا^۲+ب^۲+اب}{اب}\times\frac{ا^۲+ب^۲-اب}{اب}=\frac{(ا^۲+ب^۲+اب)(ا^۲+ب^۲-اب)}{ا^۲ب^۲}$

$=\frac{(ا^۲+ب^۲)^۲-ا^۲ب^۲}{ا^۲ب^۲}=\frac{ا^۴+ب^۴+ا^۲ب^۲}{ا^۲ب^۲}$ یا اسکو اسطرح حل کرو

$(\frac{ا}{ب}+\frac{ب}{ا})^۲=(\frac{ا}{ب})^۲+۲\frac{ا}{ب}\cdot\frac{ب}{ا}+(\frac{ب}{ا})^۲=\frac{ا^۲}{ب^۲}+۲+\frac{ب^۲}{ا^۲}$ اسواسطی

$(\frac{ا}{ب}+\frac{ب}{ا}+۱)(\frac{ا}{ب}+\frac{ب}{ا}-۱)=\frac{ا^۲}{ب^۲}+۲+\frac{ب^۲}{ا^۲}-۱=\frac{ا^۲}{ب^۲}+\frac{ب^۲}{ا^۲}+۱$

دونو طرح عمل کرنیسے ماحصل ایک ہی ہوا اسلئے کہ $\frac{ا^۲}{ب^۲}+\frac{ب^۲}{ا^۲}+۱=\frac{ا^۴+ب^۴+ا^۲ب^۲}{ا^۲ب^۲}$

$\frac{۱-ا^۲}{ب+ب^۲}$ اور $\frac{۱-ب^۲}{ا+ا^۲}$ و $ب+\frac{اب}{۱-ا}$ کو آپسمین ضرب دو

اب دو طرح ضرب دی سکتے ہین اول دو اجزاؤن ضربی کو باہم ضرب دیں اور حاصل ضرب کو ب مین ضرب دین اور پہر $\frac{اب}{۱-ا}$ مین اور حاصل ضربونکو جوڑلین لیکن یہہ ترکیب نہایت آسان ہے کہ مقدار مرکب $ب+\frac{اب}{۱-ا}$ کو کسر مفرد بنالین اسطرحسے کہ

$ب+\frac{اب}{۱-ا}=\frac{ب(۱-ا)+اب}{۱-ا}=\frac{ب}{۱-ا}$ تو $\frac{۱-ا^۲}{ب+ب^۲}\times\frac{۱-ب^۲}{ا+ا^۲}\times\frac{ب}{۱-ا}=\frac{(۱-ا^۲)(۱-ب^۲)ب}{ب(۱+ب)ا(۱+ا)(۱-ا)}=\frac{۱-ب}{ا}$

(۱۴۷) جسطرح باب گذشتہ مین ہمنی لکہا ہی اسیطرح یہان بہی چند مثالین لکہتے ہین جنکو طالب علم بطور قاعدہ بالا مثالون کے حل کرنیمین کام مین لاوین اونکا ثبوت بڑے جبر مقابلون مین ہوتا ہے بالفعل طالب علم اوسکو صحیح فرض کرلے ضرب دو $\frac{ا}{ب}$ کو $-\frac{ج}{د}$ مین

$\frac{ا}{ب}\times-\frac{ج}{د}=\frac{ا}{ب}\times\frac{-ج}{د}=\frac{-اج}{بد}=-\frac{اج}{بد}$

ضرب دو $-\frac{ا}{ب}$ کو $\frac{ج}{د}$ مین

تو $-\frac{ا}{ب}\times\frac{ج}{د}=\frac{-ا}{ب}\times\frac{ج}{د}=\frac{-اج}{بد}=-\frac{اج}{بد}$

ضرب دو $-\frac{ا}{ب}$ کو $-\frac{ج}{د}$ مین

$-\frac{ا}{ب}\times-\frac{ج}{د}=\frac{-ا}{ب}\times\frac{-ج}{د}=\frac{اج}{بد}$

امثلہ نمبری ۱۷

ذیل کے جملون کی قیمت دریافت کرو

(۱) $\frac{۲ا}{۳ب} \times \frac{۶بح}{۵ا^۲}$　　(۲) $\frac{ا^۲}{بح} \times \frac{ب^۲}{اح} \times \frac{ح^۲}{اب}$

(۳) $\frac{ا^۲ب}{لا^۲د} \times \frac{ب^۲ح}{د^۲ی} \times \frac{ح^۲ا}{ی^۲لا}$　　(۴) $\frac{لا+۱}{لا-۱} \times \frac{لا+۲}{لا-۱} \times \frac{لا-۱}{(لا+۲)^۲}$

(۵) $\frac{لاا}{ا+لا} \times \left(\frac{لا}{ا} - \frac{ا}{لا}\right)$　　(۶) $\left(ب + \frac{ا^۲}{ب}\right)\left(ا - \frac{ب^۲}{ا}\right)$

(۷) $\left(ا + \frac{اب}{ا-ب}\right)\left(ب - \frac{اب}{ا+ب}\right)$　　(۸) $\frac{لا(ا-لا)}{ا^۲+۲الا+لا^۲} \times \frac{ا(ا+لا)}{ا^۲-۲الا+لا^۲}$

(۹) $\frac{لا^۶ - د^۶}{لا^۴+۲لا^۲د^۲+د^۴} \times \frac{لا^۲+د^۲}{لا^۲-لاد+د^۲} \times \frac{لا+د}{لا^۲-د^۲}$

(۱۰) $\frac{لا^۲-(ا+ب)لا+اب}{لا^۲-(ا+ح)لا+اح} \times \frac{لا^۲-ح^۲}{لا^۲-ب^۲}$　　(۱۱) $\frac{لا^۲+لاد}{لا^۲+د^۲} \times \left(\frac{لا}{لا-د} - \frac{د}{لا+د}\right)$

(۱۲) $\left(\frac{ا}{بح} - \frac{ب}{اح} - \frac{ح}{اب} - \frac{۲}{ا}\right)\left(۱ - \frac{۲ح}{ا+ب+ح}\right)$

(۱۳) $\left(\frac{لا^۲}{ا^۲} + \frac{ا^۲}{لا^۲} - \frac{لا}{ا} - \frac{ا}{لا} + ۱\right) \times \left(\frac{لا}{ا} - \frac{ا}{لا}\right)$

(۱۴) $\left(\frac{لا}{ا} - \frac{ا}{لا} + \frac{د}{ب} - \frac{ب}{د}\right) \times \left(\frac{لا}{ا} - \frac{ا}{لا} - \frac{د}{ب} + \frac{ب}{د}\right)$

(۱۵) $\frac{لا^۲-۲لا+۱}{لا^۲-۵لا+۶} \times \frac{لا^۲-۴لا+۴}{لا^۲-۴لا+۳} \times \frac{لا^۲-۶لا+۹}{لا^۲-۳لا+۲}$

اٹھارھوان باب تقسیم کسور مین

(۱۴۸) ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ مقسوم علیہ کو اولٹا یعنے شمار کنندہ کو نسب نما اور نسب نما کو شمار کنندہ بنا کر عمل ضرب کا کرو تو تقسیم ہو جاویگی

(۱۴۹) اکثر تقسیم کے قاعدہ کو ثابت اسطرح سے کیا کرتے ہین کہ فرض کرو $\frac{ا}{ب}$ کو $\frac{ح}{د}$ پر تقسیم کرنا ہے تو $\frac{ا}{ب} = لا$ اور $\frac{ح}{د} = ی$ کے فرض کرو تو

$$ا = ب لا \text{ اور } ح = د ی$$

اسواسطے $اد = ب د لا$ اور $ب ح = ب د ی$

اسواسطے $\frac{ا د}{ب ح} = \frac{ب د لا}{ب د ی} = \frac{لا}{ی}$

لیکن $\frac{لا}{ی} = لا \div ی = \frac{ا}{ب} \div \frac{ح}{د}$

اسیواسطی $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \div \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{اد}}{\text{بج}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{ج}}$

(١٥٠) مثالین تقسیم کرو ا کو $\frac{\text{ب}}{\text{ج}}$ پر تو $\text{ا} = \frac{\text{ا}}{1}$ و $\frac{\text{ا}}{1} \div \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{ا}}{1} \times \frac{\text{ج}}{\text{ب}} = \frac{\text{اج}}{\text{ب}}$

تقسیم کرو $\frac{3\text{ا}}{4\text{ب}}$ کو $\frac{9\text{ا}}{8\text{ج}}$ پر

$\frac{3\text{ا}}{4\text{ب}} \div \frac{9\text{ا}}{8\text{ج}} = \frac{3\text{ا}}{4\text{ب}} \times \frac{8\text{ج}}{9\text{ا}} = \frac{2\text{ج} \times 12\text{ا}}{3\text{ب} \times 12\text{ا}} = \frac{2\text{ج}}{3\text{ب}}$ تقسیم کرو $\frac{\text{اب}-\text{ب}^2}{(\text{ا}+\text{ب})^2}$ کو $\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ پر

$\frac{\text{اب}-\text{ب}^2}{(\text{ا}+\text{ب})^2} \div \frac{\text{ب}^2}{(\text{ا}-\text{ب})} = \frac{\text{اب}-\text{ب}^2}{(\text{ا}+\text{ب})^2} \times \frac{\text{ا}^2-\text{ب}^2}{\text{ب}^2}$

$= \frac{\text{ب}(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}-\text{ب})}{\text{ب}^2(\text{ا}+\text{ب})^2} = \frac{(\text{ا}-\text{ب})^2}{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب})}$

(١٥١) بعض یا کل قاعدون کی استعانت سی جو اوپر مذکور ہوئی مین پیچیدہ جملے کسرونکی مختصر و سادے بن سکتے ہین اونکی مثالین ذیل مین درج ہین

$\left\{\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} + \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}\right\} \div \left\{\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} - \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}\right\}$ کو مختصر اور سادہ بناؤ

$\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} + \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{(\text{ا}+\text{ب})^2+(\text{ا}-\text{ب})^2}{(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}+\text{ب})} = \frac{2\text{ا}^2+2\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$

$\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} - \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{(\text{ا}+\text{ب})^2-(\text{ا}-\text{ب})^2}{(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}+\text{ب})} = \frac{4\text{اب}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$

$\frac{2\text{ا}^2+2\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} \div \frac{4\text{اب}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} = \frac{2\text{ا}^2+2\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} \times \frac{\text{ا}^2-\text{ب}^2}{4\text{اب}} = \frac{\text{ا}^2+\text{ب}^2}{2\text{اب}}$

اس مثال مین اجزاء ضربی ا−ب و ا+ب کو ضرب دی لیا ہی اور بجای (ا+ب)(ا−ب) $\text{ا}^2-\text{ب}^2$ لکھا ہی مگر طالب علم کو چاہیی کہ اجزاء ضربی کو باہم اثناء عمل مین ضرب نہ دے اسلئے کہ کوئی جزء ضربی مشترک نسب نما و شمار کنندہ مین نکل آئے اور اوسی عمل مین آسانی ہوجائے

مختصر اور سادہ بناؤ $\cfrac{1}{\text{ا}+\cfrac{1}{1+\cfrac{\text{ا}+1}{3-\text{ا}}}}$

اب $1+\frac{\text{ا}+1}{3-\text{ا}} = \frac{3-\text{ا}}{3-\text{ا}}+\frac{\text{ا}+1}{3-\text{ا}} = \frac{3-\text{ا}+\text{ا}+1}{3-\text{ا}} = \frac{4}{3-\text{ا}}$

اور $1 \div \frac{4}{3-\text{ا}} = \frac{1}{1} \times \frac{3-\text{ا}}{4} = \frac{3-\text{ا}}{4}$

اور $\text{ا}+\frac{3-\text{ا}}{4} = \frac{4\text{ا}}{4}+\frac{3-\text{ا}}{4} = \frac{3\text{ا}+3}{4}$ اور $1 \div \frac{3\text{ا}+3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3\text{ا}+3} = \frac{4}{3\text{ا}+3}$

دریافت کرو قیمت $\left(\frac{\text{لا}-\text{ا}}{\text{لا}-\text{ب}}\right)^2 - \frac{\text{لا}-\text{ا}}{\text{لا}-\text{ب}}$ کی جب $\text{لا} = \frac{\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}}$

اب $۲\,\text{لا} - \text{ا} = \frac{۲\,\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} - \frac{\text{ا}}{۱} = \frac{۲\,\text{اب} - \text{ا}(\text{ا}+\text{ب})}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{اب} - \text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}}$

$۲\,\text{لا} - \text{ب} = \frac{۲\,\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} - \frac{\text{ب}}{۱} = \frac{۲\,\text{اب} - \text{ب}(\text{ا}+\text{ب})}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{اب} - \text{ب}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}}$

اسواسطے $\frac{۲\,\text{لا} - \text{ا}}{۲\,\text{لا} - \text{ب}} = \frac{\text{اب} - \text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} \div \frac{\text{اب} - \text{ب}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{اب} - \text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} \times \frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{اب} - \text{ب}^{۲}}$

$= \frac{\text{اب} - \text{ا}^{۲}}{\text{اب} - \text{ب}^{۲}} = \frac{\text{ا}(\text{ب} - \text{ا})}{\text{ب}(\text{ا} - \text{ب})} = -\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

اسواسطے $\left(\frac{۲\,\text{لا} - \text{ا}}{۲\,\text{لا} - \text{ب}}\right)^{۲} = \left(-\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\right)^{۲} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ب}^{۲}}$

اور $\text{ا} - \text{لا} = \frac{\text{ا}}{۱} - \frac{\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ا}(\text{ا}+\text{ب}) - \text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}}$

$\text{ب} - \text{لا} = \frac{\text{ب}}{۱} - \frac{\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب}) - \text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ب}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}}$ اسواسطے

$\frac{\text{ا} - \text{لا}}{\text{ب} - \text{لا}} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} \div \frac{\text{ب}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ا}+\text{ب}} \times \frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}^{۲}} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ب}^{۲}}$

اسواسطے $\left(\frac{۲\,\text{لا} - \text{ا}}{۲\,\text{لا} - \text{ب}}\right)^{۲} - \frac{\text{ا} - \text{لا}}{\text{ب} - \text{لا}} = \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ب}^{۲}} - \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ب}^{۲}} = ۰$

(۱۵۲) نتائج جو دفعہ ۴۷ مین لکھے ہین اونہین یہان تقسیم کسور سے متعلق کرکے پہر لکھتے ہین چونکہ

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times -\frac{\text{ج}}{\text{د}} = -\frac{\text{اج}}{\text{بد}}$ اور $-\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = -\frac{\text{اج}}{\text{بد}}$ تو $-\frac{\text{اج}}{\text{بد}} \div -\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

اور $-\frac{\text{اج}}{\text{بد}} \div \frac{\text{ج}}{\text{د}} = -\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اور

چونکہ $-\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times -\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{اج}}{\text{بد}}$ تو $\frac{\text{اج}}{\text{بد}} \div -\frac{\text{ج}}{\text{د}} = -\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

مثالین نمبری ۱۸

تقسیم کرو

(۱) $\frac{۴\,\text{ا}^{۲}\text{ب}}{۵\,\text{لا}^{۲}\text{د}}$ کو $\frac{۲\,\text{اب}^{۲}}{۱۵\,\text{لا}\,\text{د}^{۲}}$ پر

(۲) $\frac{۳\,\text{ا}^{۲}\text{ب}^{۳}\text{ج}^{۴}}{۴\,\text{لا}^{۲}\text{د}^{۲}\text{ی}^{۴}}$ کو $\frac{۴\,\text{ا}^{۲}\text{ب}^{۳}\text{ج}^{۲}}{۳\,\text{لا}^{۴}\text{د}^{۲}\text{ی}^{۲}}$ پر

(۳) $\frac{۱}{\text{لا}^{۲} - \text{د}^{۲}}$ کو $\frac{۱}{\text{لا} - \text{د}}$ پر

(۴) $\frac{۲(\text{اب} - \text{ب}^{۲})}{\text{د}^{۲}(\text{ا}+\text{ب})^{۲}}$ کو $\frac{۲\,\text{ب}^{۲}}{\text{د}(\text{ا}^{۲} - \text{ب}^{۲})}$ پر

(۵) $\frac{\text{ا}^{۲} - ۴\,\text{لا}^{۲}}{\text{ا}^{۲} + ۴\,\text{الا}}$ کو $\frac{\text{ا}^{۲} - ۲\,\text{الا}}{\text{الا} + ۴\,\text{لا}^{۲}}$ پر

(۶) $\frac{۸\,\text{لا}^{۳}}{\text{لا}^{۳} - \text{د}^{۳}}$ کو $\frac{۴\,\text{لا}^{۲}}{\text{لا}^{۲} + \text{لا}\,\text{د} + \text{د}^{۲}}$ پر

(۷) $\frac{\text{ا}^{۳} + ۳\,\text{ا}^{۲}\text{لا} + ۳\,\text{ا}\,\text{لا}^{۲} + \text{لا}^{۳}}{\text{لا}^{۳} + \text{د}^{۳}}$ کو $\frac{(\text{ا} + \text{لا})^{۲}}{\text{لا}^{۲} - \text{لا}\,\text{د} + \text{د}^{۲}}$

(۸) $\frac{\text{لا}^{۲} + (\text{ا} + \text{ج})\,\text{لا} + \text{اج}}{\text{لا}^{۲} + (\text{ب} + \text{ج})\,\text{لا} + \text{بج}}$ کو $\frac{\text{لا}^{۲} - \text{ا}^{۲}}{\text{لا}^{۲} - \text{ب}^{۲}}$ پر

(۹) $\frac{\text{ا}^{۲} + \text{ب}^{۲} + ۲\,\text{اب} - \text{ج}^{۲}}{\text{ج}^{۲} - \text{ا}^{۲} - \text{ب}^{۲} + ۲\,\text{اب}}$ کو $\frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{\text{ب} + \text{ج} - \text{ا}}$ پر

(۱۰) $\frac{لا^2+لاد+د^2}{لا^3+د^3}$ کو $\frac{لا^2-د^2}{لا^2-لاد+د^2}$ پر (۱۱) $\frac{لا^2-3لا+2}{لا^2-6لا+9}$ کو $\frac{لا^2-5لا+6}{لا^2-2لا+1}$ پر

(۱۲) $(1+\frac{لا}{د})(1-\frac{لا}{د})$ کو $\frac{د}{لا^2+د^2}$ پر (۱۳) $5لا-\frac{1}{5}$ کو $لا+\frac{1}{5}$ پر

(۱۴) $ا^2-\frac{1}{ا^2}$ کو $ا-\frac{1}{ا}$ پر (۱۵) $\frac{لا^2}{ا^2}-\frac{ا^2}{لا^2}$ کو $\frac{لا}{ا}-\frac{ا}{لا}$ پر

(۱۶) $\frac{لا^2}{ا}-8ا+\frac{12ا^3}{لا^2}$ کو $لا-\frac{2ا^2}{لا}$ پر (۱۷) $\frac{لا^2}{ی^2}-\frac{1}{لا}$ کو $\frac{لا}{ی^2}+\frac{1}{ی}+\frac{1}{لا}$ پر

(۱۸) $\frac{لا^2}{ا^2}+1+\frac{ا^2}{لا^2}$ کو $\frac{لا}{ا}-1+\frac{ا}{لا}$ پر (۱۹) $1+\left(\frac{ا-لا}{لا+ا}\right)^2$ کو $1-\left(\frac{لا-ا}{لا+ا}\right)^2$ پر

(۲۰) $\frac{لا^3}{ا^3}+\frac{ا^3}{لا^3}-3\left(\frac{لا^2}{ا^2}-\frac{ا^2}{لا^2}\right)+\frac{لا}{ا}+\frac{ا}{لا}$ کو $\frac{لا}{ا}+\frac{ا}{لا}$ پر

جملہائے مفصلۂ ذیل کو مختصر اور سادہ بناؤ

(۲۱) $\frac{\frac{3لا}{2}+\frac{لا-1}{3}}{\frac{13}{6}(لا+1)-\frac{لا}{3}-2-\frac{1}{2}}$ (۲۲) $\frac{لا-1+\frac{6}{لا-6}}{لا-2+\frac{3}{لا-6}}$

(۲۳) $\frac{3}{لا+1}-\frac{2لا-1}{لا^2+\frac{لا}{2}-\frac{1}{2}}$ (۲۴) $\frac{لا-ا}{لا-\frac{(لا-ب)(لا-ج)}{لا+ا}}$

(۲۵) $1-\frac{1}{1+\frac{1}{لا}}$ (۲۶) $1+\frac{لا}{1+لا+\frac{2لا^2}{1-لا}}$ (۲۷) $\frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{لا}}}$ (۲۸) $\frac{1}{1+\frac{لا}{1+لا+\frac{2لا^2}{1-لا}}}$

(۲۹) $\left(\frac{لا}{لا-د}-\frac{د}{لا-د}-\frac{2د^2}{لا^2-د^2}\right)\div\left(\frac{لا^2}{لا^2+د^2}+\frac{د^2}{لا^2-د^2}\right)$

(۳۰) $\left(\frac{2لا}{لا+د}+\frac{د}{لا-د}-\frac{2د^2}{لا^2-د^2}\right)\div\left(\frac{1}{لا+د}+\frac{لا}{لا^2-د^2}\right)$

(۳۱) $\frac{لا+\frac{1}{ی}}{لا+\frac{1}{ی+\frac{1}{ی}}}-\frac{1}{ی(لای+لا+ی)}$

(۳۲) $\left(\frac{ا-ب}{ا+ب}+\frac{ا+ب}{ا-ب}\right)\div\left(\frac{ا^2-ب^2}{ا^2+ب^2}+\frac{ا^2+ب^2}{ا^2-ب^2}\right)$

دریافت کرو قیمت جملہائے مفصلۂ ذیل کی

(۳۳) $\frac{ا-لا}{ب-لا}$ جبکہ $لا=\frac{اب}{ا+ب}$ (۳۴) $\frac{لا-ا}{ب}-\frac{لا-ب}{ا}$ جبکہ $لا=\frac{ا^2}{ا-ب}$

(۳۵) $\frac{لا}{ا}+\frac{لا}{ب-ا}-\frac{ا}{ا+ب}$ کی جب $لا=\frac{ا^2(ب-ا)}{ب(ب+ا)}$

(۳۶) $\frac{ا^2لا+ب^2د}{لا+د}$ جب $ا=\frac{2}{3}$ و $ب=\frac{3}{2}$

(۳۷) $\frac{لا}{لا+د}+\frac{د}{لا-د}-\frac{2د^2}{لا^2-د^2}$ کی جب $د=\frac{3لا}{4}$

(۳۸) (لا + ۲ا)/(۲ب − لا) + (لا − ۲ا)/(۲ب + لا) − ۴اب/(۴ب۲ − لا۲) جب لا = اب/(ا + ب)

(۳۹) ((لا − ا)/(لا − ب))۲ − (لا − ۲ا + ب)/(لا + ا − ۲ب) جب لا = (ا + ب)/۲

(۴۰) (لا + د − ۱)/(لا − د + ۱) جب لا = (ا − ۱)/(اب + ۱) و د = (اب + ا)/(اب + ۱)

اونیسوان باب مساوات درجہ اول

(۱۵۳) جب دو جملے جبریہ کو علامت مساوات وصل کرتی ہو تو کل کو ایک مساوات یا معادلہ کہینگے اور جو جملے اسطرح وصل ہوتے ہین اونکو طرفین مساوات یا ارکان مساوات اور جو جملہ داہنی طرف ہوتا ہے اوسکو طرف اول اور جو بائین طرف ہوتا ہے اوسکو طرف ثانی کہتے ہین

(۱۵۴) مساوات مترادفہ یا معادلہ متشابہ یا متطابقہ اوس مساوات کو کہتے ہین جسکی طرفین ایسی ہون کہ جنکے حروف خواہ کچھہ ہی اعداد کو تعبیر کرین بسبب وضع صور تو مین قسمین برابر رہین مثلاً یہہ مساوات متطابقہ یا مرادفہ ہین (لا + ا) (لا − ا) = لا۲ − ا۲

(لا + ا)۲ = لا۲ + ۲ لا ا + ا۲

(لا + ا) (لا۲ − ا لا + ا۲) = لا۳ − ا۳

یہہ بیانات جبریہ خواہ لا اور ا کوئی سے عدد ہون درست اور صحیح ہین یہہ بات طالبعلم تو آپ سمجھہ گیا ہوگا کہ ابتک جو کچھہ بیان ہوا وہین نتائج سی متعلق تھا جنکو مساوات مترادفہ یا متطابقہ کہتے ہین۔ مساوات مترادفہ کو اختصاراً فقط مترادف اکثر لکھتے ہین

(۱۵۵) ایک مساوات شرطیہ ہوتی ہی اوسمین یہہ نہین ہوتا کہ حروف خواہ کیسے ہی اعداد کو تعبیر کرین تو وہ مساوات درست رہی بلکہ اوسمین حروف خاص عدد یا اعداد کو تعبیر کرتے ہین جنسے مساوات ٹھیک رہتی ہے مثلاً لا + ۱ = ۷ کبھی نہین ہوسکتا اگر لا = ۶ کے نہو اس مساوات کو مساوات شرطیہ کہتے ہین اور فقط مساوات اختصاراً کہتے ہین

(۱۵۶) ایک حرف جسکی ایک خاص قیمت یا کئی خاص قیمتین مقرر کرنے سی بیان مساوات درست ہوتا ہے اوسکو مقدار مجہول کہتے ہین اور اس مقدار مجہول کی قیمت یا کئی قیمتین جو ہوتی ہین

اُنہین کو مساوات کی قیمت یا قیمتین کہتے ہین اور جس ترکیب سے قیمت اس مجہول کی دریافت
کرتے ہین اُسکو حل مساوات کہتے ہین ✤

(۱۵۷) مساوات مین حرف مجہول کی بڑی سے بڑی قوت کا جو قوت نما ہو اوسیکے موافق
اُس درجہ کی مساوات وہ کہلاتی ہے مثلاً لا اگر مقدار مجہول کو تعبیر کرے اور اُسکی ایک ہی
قوت مساوات مین واقع ہو تو اوس مساوات کو مساوات درجۂ اول کی کہینگے اور اگر
لا۲ واقع ہو اور کوئی اوس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اُسکو مساوات درجۂ دوم یا مقترنات اور
اگر لا۳ واقع ہو اور کوئی اوس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اوسکو مساوات درجۂ سوم یا مکعبی مساوات
کہینگے اور علیٰ ہذا القیاس - اور یہہ بہی معلوم رہے کہ ان حدود مین فرض کیا گیا
ہے کہ طرفین مساوات باعتبار لا کے ناطق اور صحیح جملے ہین ✤

(۱۵۸) اس فصل مین مساوات درجۂ اول کے حل کرنے کے طریقے بتلائینگے لیکن پہلے اُس سے
ہم چند عمل ایسے لکہتے ہین جو مساوات پر ہونے سے مساوات کی معاولت کو نہین کہوتے ✤

(۱۵۹) اگر طرفین مساوات کی ہر رقم کو ایک ہی عدد مین ضرب دین تو مساوات کی معادلت
مین کچہہ فرق نہوگا - اس بیان کی صداقت اس علم متعارفہ پر موقوف ہے کہ مقادیر متساویہ کو
ایک عدد مین ضرب دین تو ماحصل مین بہی مساوات ہوگی اور یہ ایک بدیہی بات ہے اور
فائدہ اس اصول کا آگے دیکہوگے اور اسیطرح سے اگر طرفین مساوات کی ہر ایک
رقم کو ایک ہی عدد پر تقسیم کرلین تو مساوات مین کچہہ فرق نہ آئے گا ✤

(۱۶۰) دفعہ ۱۵۵ کا بڑا فائدہ مساوات کی کسر کا دور ہونا ہے اور دور کرنے کی ترکیب
یہہ ہے کہ کسور کے سب نمایون کی حاصل ضرب کو یا اگر دل چاہے تو سب نمایون کے
ذو اضعاف اقل کو مساوات کی ہر رقم مین ضرب دو مثلاً فرض کرو کہ

$\frac{لا}{۳} + \frac{لا}{۴} + \frac{لا}{۶} = ۹$ اب ہر رقم کو ۳ × ۴ × ۶ مین ضرب دین تو

$۴ \times ۶ \times لا + ۳ \times ۶ \times لا + ۳ \times ۴ \times لا = ۳ \times ۴ \times ۶ \times ۹$

یعنی ۲۴ لا + ۱۸ لا + ۱۲ لا = ۶۴۸ ہر رقم کو ۶ پر تقسیم کرو تو

۴ لا + ۳ لا + ۲ لا = ۱۰۸ بجائے ضرب دینے کے ہر رقم کو ۳ × ۴ × ۶ مین ہم

۱۲ مین جو ذو اضعاف اقل ۳ و ۴ و ۶ کا ہے ضرب دین تو ہم کو ایک ہی دفعہ مین یہ حاصل

ہوگا کہ　　۴ لا + ۳ لا + ۲ لا = ۱۰۸

یعنی ۹ لا = ۱۰۸

طرفین مساوات کو ۹ پر تقسیم کرو تو لا = $\frac{۱۰۸}{۹}$ = ۱۲

پس ۱۲ قیمت مساوات کی ہے اور اگر ۱۲ کو بجائے لا کے مساوات مین رکھین تو صداقت مساوات

کی ثابت ہوجاوے گی اور اول طرف　یہ ہوگی کہ $\frac{۱۲}{۳}$ + $\frac{۱۲}{۴}$ + $\frac{۱۲}{۶}$

یعنی ۴ + ۳ + ۲ یعنی ۹ جو مطابق دوسری طرف کے ہے ؛

(۱۶۱) اگر مساوات مین ایک طرف سے دوسری طرف کسی رقم کو علامت بدلکر لیجائین

تو مساوات مین کچھہ فرق نہین آتا مثلاً فرض کرو کہ لا - ا = ب - د

طرفین مساوات پر ا زیادہ کرو

تو لا - ا + ا = ب - د + ا

یعنی لا = ب - د + ا

اب طرفین مساوات سے ب کو تفریق کرو تو

لا - ب = ب + ا - د - ب = ا - د

اب دیکھہ لو کہ اول طرف سے - ا منتقل ہوکر دوسری طرف + ا ہوگیا اور ب دوسری

طرف سے منتقل ہوکر اول طرف - ب اس عمل کو عمل انتقال یا تقلیب یا

جبر و مقابلہ کہتے ہین ؛

(۱۶۲) اگر مساوات کی ہر رقم کی علامت تبدیل کیجاوے تو مساوات مین کچھہ فرق نہین عائد ہوگا۔ یہہ

بموجب دفعہ ۱۶۱ کے تقلیب مساوات سے ظاہر ہے مثلاً لا - ا = ب - د موافق عمل انتقال کے

د - ب = ا - لا

یعنی ا - لا = د - ب اور یہہ وہ نتیجہ ہے جو اصل مساوات کی ہر رقم کی علامت بدلنے سے حاصل ہوتا ہے اس عمل کا نام تبدیل علامات ہے

(۱۶۳) اب ہم یہہ لکھتے ہین کہ مساوات درجہ اول ایک مقدار مجہول کی کسطرح حل ہوتی ہے، قاعدہ اوسکا یہہ ہی کہ مساوات مین سے کسور کو دور کرو اور اگر ضرورت ہو تو تبدیل علامات کرکے مقادیر مجہول کو ایک طرف لاؤ اور مقادیر معلوم کو دوسرے طرف لیجاؤ اور مقدار مجہول کی امثال کو جمع کرکے حاصل جمع پر طرفین مساوات کو تقسیم کرو تو قیمت مطلوبہ ہمکو حاصل ہوجائیگی

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین لکھتے ہین مساوات ۷ لا + ۲۵ = ۳۵ + ۵ لا کو حل کرو
یہان کسر نہین ہی موافق عمل انتقال کے ۷ لا - ۵ لا = ۳۵ - ۲۵

یعنی ۲ لا = ۱۰

۲ پر تقسیم کرو لا = ۱۰/۲ = ۵

اب ہم اس قیمت کا صحیح ہونا اسطرح سے ثابت کرسکتے ہین کہ بجای لا کے ۵ اصل مساوات مین رکہین تو ہر یک طرف مساوات کے برابر ۶۰ کے ہوگی

(۱۶۵) حل کرو ۴ (۳ لا - ۲) - ۲ (۴ لا - ۳) - ۳ (۴ - لا) = ۰

ضربین لگا کر اسطرح سے مساوات کو لکہو کہ

۱۲ لا - ۸ - (۸ لا - ۶) - (۱۲ - ۳ لا) = ۰

اب خطوط وحدانی ساقط کرو تو

۱۲ لا - ۸ - ۸ لا + ۶ - ۱۲ + ۳ لا = ۰ اب رقموں کو جمع کرو تو

۷ لا - ۱۴ = ۰ انتقال سے

۷ لا = ۱۴ تقسیم کرو ۷ پر تو

لا = ۱۴/۷ = ۲

طالبعلمون کے لئے یہہ عمدہ مشق ہے کہ وہ صحت حل کا امتحان کرلیا کرین مثلاً مثال گذشتہ مین ٢ بجائے لا کے اصل مساوات مین رکھین تو یہہ حاصل ہوگا کہ ١٦-١٠-٦ یعنی صفر ہونا چاہیے

(١٦٦) حل کرو لا - ٢ - (٢لا - ٣) = (٣لا + ١)/٢ اب خلوط وحدانی دور کرو تو

لا - ٢ - ٢لا + ٣ = (٣لا + ١)/٢

یعنی ١ - لا = (٣لا + ١)/٢

ضرب دو ٢ مین تو ٢ - ٢لا = ٣لا + ١

انتقال سے ٢ - ١ = ٣لا + ٢لا

١ = ٥لا

اسواسطے لا = ١/٥

(١٦٧) حل کرو مساوات (٥لا + ٤)/٢ - (٧لا + ٥)/١٠ = ٥ ٣/٥ - (لا - ١)/٢ اکو ٥ ٣/٥ = ٢٨/٥ ذواضعاف اقل کل نسب نما یو لکا ١٠ ہے پس ١٠ مین ضرب دو تو ٥(٥لا + ٤) - (٧لا + ٥) = ٢٨ × ٢ - ٥(لا - ١) یعنی

٢٥لا + ٢٠ - ٧لا - ٥ = ٥٦ - ٥لا + ٥

تقلیب سے ٢٥لا - ٧لا + ٥لا = ٥٦ + ٥ - ٢٠ + ٥

یعنی ٢٣لا = ٤٦

اسواسطے لا = ٤٦/٢٣ = ٢

مبتدی کو چاہیئے کہ وہ کامل عمل کیا کرے جسطرح سے اوپر کی مثال مین ہمنے کیا ہے تاکہ غلطی کا احتمال نہ رہے علامات مین غلطیان اکثر مساوات کی کسر دور کرنے مین ہوجاتی ہین اوپر کی مساوات مین کسر - (٧لا + ٥)/١٠ کو ١٠ مین ضرب دیکر مناسب ہے کہ ماحصل کو اول اس صورت مین لکھین - (٧لا + ٥) اور بعد ازان اس صورت مین - ٧لا - ٥ یہہ بہتر ہے کہ پہلی ضرب کی طرف خیال رکھین پہر دوسری دفعہ فقط علامات کی طرف اسطرح ایک ایک بات کو جدا جدا خیال کرنیمین غلطی کے واقع ہونیکا احتمال نہین ہے

(۱۶۸) حل کرو ۱/۳ (۵لا + ۳) − ۱/۷ (۱۶ − ۱۵لا) = ۳۷ − ۴لا بموجب دفعہ ۱۴۶ کے

مساوات کو اس صورت سے لکھا (۵لا + ۳)/۳ − (۱۶ − ۱۵لا)/۷ = ۳۷ − ۴لا ۲۱ مین ضرب دو تو

۷(۵لا + ۳) − ۳(۱۶ − ۱۵لا) = ۲۱(۳۷ − ۴لا) یعنی

۳۵لا + ۲۱ − ۴۸ + ۱۵لا = ۷۷۷ − ۸۴لا تقلیب سے

۳۵لا + ۱۵لا + ۸۴لا = ۷۷۷ + ۴۸ − ۲۱ یعنی

۱۳۴لا = ۸۰۴

اسواسطے لا = ۸۰۴/۱۳۴ = ۶

(۱۶۹) حل کرو (۶لا + ۱۵)/۱۱ − (۸لا − ۱۰)/۷ = (۴لا − ۷)/۵ ضرب دو ۱۱ و ۷ و ۵ کے حاصلضرب مین

تو ۳۵(۶لا + ۱۵) − ۵۵(۸لا − ۱۰) = ۷۷(۴لا − ۷) یعنی

۲۱۰لا + ۵۲۵ − ۴۴۰لا + ۵۵۰ = ۳۰۸لا − ۵۳۹

تقلیب سے ۲۱۰لا − ۴۴۰لا − ۳۰۸لا = −۵۳۹ − ۵۲۵ − ۵۵۰ علامتین بدل ڈالو

تو ۴۴۰لا + ۳۰۸لا − ۲۱۰لا = ۵۳۹ + ۵۲۵ + ۵۵۰

یعنے ۵۳۸لا = ۱۶۱۴

اسوسطے لا = ۱۶۱۴/۵۳۸ = ۳

امثلہ نمبری ۱۹

(۱) ۵لا + ۵۰ = ۴لا + ۵۶ (۲) ۱۶لا − ۱۱ = ۷لا + ۷۰

(۳) ۲۴ − ۹لا = ۱۹لا − ۱۴ (۴) ۳لا + ۲۳ = ۷۸ − ۲لا

(۵) ۷(لا − ۱۸) = ۳(لا − ۱۴) (۶) ۱۶لا = ۳۸ − ۳(۴ − لا)

(۷) ۷(لا − ۳) = ۹(لا + ۱) − ۳۸ (۸) ۵(لا − ۷) + ۶۳ = ۹لا

(۹) ۵۹(لا − ۷) = ۶۱(لا − ۹) − ۲ (۱۰) ۷۲(لا − ۵) = ۶۳(۵ − لا)

(۱۱) ۲۸(لا + ۹) = ۲۷(لا − ۴) (۱۲) لا + لا/۲ + لا/۳ = ۱۱

(۱۳) لا/۲ − لا/۴ + ۱/۶ = لا/۸ + ۱/۱۲ (۱۴) ۴لا/۳ + ۱۴ = ۲لا + ۶

(۱۵) لا/۵ + لا/۳ = لا − ۷ (۱۶) ۳۶ − ۴لا/۹ = ۸

(۱۷) ۲لا/۳ + ۴ = ۷لا/۱۲ + ۹ (۱۸) ۳لا/۴ + ۵ = ۵لا/۶ + ۲

(۱۹) ۵۶ − ۳لا/۴ = ۴۸ − ۵لا/۸

(۲۰) لا/۹ − ۴ = ۲۴ − لا/۸

(۲۱) ۲لا/۳ + ۱۲ = ۴لا/۵ + ۶

(۲۲) ۲لا/۳ = (۱۷۶ − ۴لا)/۵

(۲۳) ۷لا/۸ − ۵ = ۹لا/۱۰ − ۸

(۲۴) ۵لا/۹ − ۰٫ − ۴۷ ۷لا/۱۲

(۲۵) ۳لا/۴ + (۱۸۰ − ۵لا)/۹ = ۲۹

(۲۶) لا/۲ + (لا + ۱)/۷ = لا − ۲

(۲۷) ۴(لا − ۳) − ۷(لا − ۴) = ۶ − لا

(۲۸) لا/۳ − ۱/۳ − لا/۴ + ۱/۴ = لا/۵ − ۱/۵ − لا/۶ + ۱/۶

(۲۹) ۱ + لا/۲ − ۲لا/۳ = ۳لا/۴ ۴ ۱/۲

(۳۰) ۲لا − (۱۹ − ۲لا)/۲ = (۲لا − ۱۱)/۲

(۳۱) (لا + ۱)/۳ − (۳لا − ۱)/۵ = لا − ۲

(۳۲) لا + (۳لا − ۹)/۵ = ۴ − (۵لا − ۱۲)/۳

(۳۳) (۱۰لا + ۳)/۳ − (۶لا − ۷)/۲ = ۱۰لا − ۱۰

(۳۴) (۵لا − ۷)/۲ − (۲لا + ۷)/۳ = ۳لا − ۱۴

(۳۵) لا − ۱ − (لا − ۲)/۲ + (لا − ۳)/۳ = ۰

(۳۶) (لا + ۳)/۲ + (لا + ۴)/۳ + (لا + ۵)/۴ = ۱۶

(۳۷) (۷لا + ۹)/۴ = ۷ + لا − (۲لا − ۱۰)/۹

(۳۸) (۳لا − ۴)/۲ − (۶لا − ۵)/۸ = (۳لا − ۱)/۱۲

(۳۹) (۲لا − ۵)/۳ − (۵لا − ۳)/۴ + ۲ ۲/۳ = ۰

(۴۰) (لا − ۳)/۴ = (لا − ۵)/۶ + (لا − ۱)/۹

(۴۱) (لا − ۱)/۲ − (لا − ۳)/۴ + (لا − ۵)/۶ = ۴

(۴۲) لا/۳ − لا/۴ + (لا − ۲)/۵ = ۳

(۴۳) (۷لا + ۵)/۶ − (۵لا + ۶)/۴ = (۸ − ۵لا)/۱۲

(۴۴) (لا + ۴)/۳ − (لا − ۴)/۵ = ۲ + (۳لا − ۱)/۱۵

(۴۵) (لا − ۱)/۲ + (۲لا + ۷)/۳ − (لا + ۲)/۹ = ۹

(۴۶) (لا − ۱)/۲ − (لا − ۲)/۳ + (لا − ۳)/۴ = ۲/۳

(۴۷) (۲لا − ۵)/۹ + (۶لا + ۳)/۴ = ۵لا − ۱۷ ۱/۲

(۴۸) لا/۴ − (۵لا + ۸)/۶ = (۲لا − ۹)/۳

(۴۹) (۳لا + ۵)/۷ − (۲لا + ۷)/۳ + ۱۰ − ۳لا/۵ =

(۵۰) ۱/۷(۳لا − ۴) + ۱/۳(۵لا + ۳) = ۴۳۰ − ۵لا

(۵۱) لا/۲ + لا/۳ − لا/۴ + لا/۵ = ۷ ۵/۶

(۵۲) لا/۲ − (لا − ۲)/۳ = (لا + ۳)/۴ − ۲/۳

(۵۳) (۵ − ۳لا)/۴ + ۵لا/۳ = ۳/۴ − (۳ − ۵لا)/۳

(۵۴) $\frac{1}{2}(27 - 2\text{لا}) = \frac{9}{4} - \frac{1}{10}(7\text{لا} - 54)$

(۵۵) $5\text{لا} - \left\{8\text{لا} - 3\left(16 - 6\text{لا} - (4 - 5\text{لا})\right)\right\} = 6$

(۵۶) $\frac{1 - 2\text{لا}}{3} - \frac{4 - 5\text{لا}}{6} + \frac{13}{42} = 0$

(۵۷) $\frac{\text{لا} + 1}{3} - \frac{\text{لا} - 1}{4} + 4\text{لا} = 12 + \frac{2\text{لا} - 1}{6}$

(۵۸) $\frac{4\text{لا} - 7}{8} + 2\frac{2}{3} + \frac{7 - 4\text{لا}}{4} = \text{لا} + \frac{13}{24}$

(۵۹) $\frac{5\text{لا} - 1}{7} + \frac{9\text{لا} - 5}{11} = \frac{9\text{لا} - 7}{5}$

(۶۰) $\frac{\text{لا} + 3}{2} - \frac{\text{لا} - 2}{3} = \frac{3\text{لا} - 5}{12} + \frac{1}{4}$

(۶۱) $\frac{1}{4}(8 - \text{لا}) + \text{لا} - 1\frac{2}{3} = \frac{1}{2}(\text{لا} + 6) - \frac{\text{لا}}{3}$

(۶۲) $\frac{3\text{لا} - 1}{5} - \frac{13 - \text{لا}}{2} = \frac{7\text{لا}}{3} - \frac{11}{6}(\text{لا} + 3)$

(۶۳) $\frac{2\text{لا} - 1}{5} + \frac{6\text{لا} - 4}{7} = \frac{7\text{لا} + 12}{11}$

(۶۴) $\frac{7\text{لا} - 4}{8} + 2\frac{2}{3} + \frac{4 - 7\text{لا}}{4} = \text{لا} - \frac{7}{12}$

(۶۵) $\frac{2 - \text{لا}}{3} + \frac{3 - \text{لا}}{4} + \frac{4 - \text{لا}}{5} + \frac{5 - \text{لا}}{6} + \frac{3}{4} = 0$

(۶۶) $\frac{5\text{لا} - 3}{7} - \frac{9 - \text{لا}}{3} = \frac{5\text{لا}}{2} + \frac{19}{6}(\text{لا} - 4)$

بیسواں باب مساوات درجۂ اول کا بیان

(۷۰) پہلے باب سے ذرا مشکل مثالین اب ہم لکھینگے طالب علم کو یہہ بات معلوم ہوجائیگی کہ بعض اوقات مساوات کے حل کرنے مین آسانی اسطرح ہوجاتی ہے کہ کل کسرون کو ایک ہی دفعہ دور نہ کرین بلکہ ایک دفعہ کچھہ کسرین دور کرکے اختصار کرین اور بعد اختصار کے پھر باقی کسرین دور کرین مثالون سے یہہ بات خوب عیان ہوگی

(۷۱) مساوات $\frac{\text{لا} + 6}{11} - \frac{2\text{لا} - 18}{3} + \frac{2\text{لا} + 3}{4} = 5\frac{1}{4} + \frac{3\text{لا} + 4}{12}$ کو حل کرو

آسانی کے لئے ۱۲ مین ضرب دو

تو ۱۲(لا + ۶)/۱۱ − ۴(۲لا − ۱۸) + ۳(۲لا + ۳) = ۱۶/۳ × ۱۲ + ۳لا + ۴

یعنی ۱۲(لا + ۶)/۱۱ − ۸لا + ۷۲ + ۶لا + ۹ = ۶۴ + ۳لا + ۴

تقلیب اور اختصار مساوات سے حاصل ہوگا کہ

۱۲(لا + ۶)/۱۱ = ۵لا − ۱۳

ضرب ۱۱ مین دو تو ۱۲(لا + ۶) = ۱۱(۵لا − ۱۳)

یعنی ۱۲لا + ۷۲ = ۵۵لا − ۱۴۳

تقلیب سے ۷۲ + ۱۴۳ = ۵۵لا − ۱۲لا

یعنی ۴۳لا = ۲۱۵

اسواسطے لا = ۲۱۵/۴۳ = ۵ .

(۱۷۲) حل کرو (۶لا − ۱۳ ۱/۳)/(۱۵ − ۲لا) + ۲لا + (۱۶لا − ۱۵)/۲۴ = ۶ ۵/۱۲ − (۲۰ ۵/۸ − ۸لا)/۳

اب یہان آسانی کے لئے ۲۴ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۲۴(۶لا − ۴۰/۳)/(۱۵ − ۲لا) + ۴۸لا + ۱۶لا − ۱۵ = ۲۴ × ۷۷/۱۲ − ۸(۱۶۵/۸ − ۸لا)

یعنی (۱۴۴لا − ۳۲۰)/(۱۵ − ۲لا) + ۴۸لا + ۱۶لا − ۱۵ = ۱۵۴ − ۱۶۵ + ۶۴لا

اور تقلیب و اختصار سے (۱۴۴لا − ۳۲۰)/(۱۵ − ۲لا) = ۴

ضرب دو ۱۵ − ۲لا مین تو ۱۴۴لا − ۳۲۰ = ۶۰ − ۸لا

اسواسطے ۱۴۴لا + ۸لا = ۶۰ + ۳۲۰

یعنی ۱۵۲لا = ۳۸۰

اسواسطے لا = ۳۸۰/۱۵۲ = ۲ ۷۶/۱۵۲ = ۲ ۱/۲

(۱۷۳) حل کرو (لا − ۵)/(لا − ۷) = (لا + ۳)/(لا + ۹)

(لا − ۷)(لا + ۹) مین ضرب دو

تو (لا + ۹) (لا − ۵) = (لا + ۳) (لا − ۷)

یعنی لا² + ۴ لا − ۴۵ = لا² − ۴ لا − ۲۱

لا² کو دونو طرف مساوات سے تفریق کرو

تو ۴ لا − ۴۵ = − ۴ لا − ۲۱

تقلیب مساوات سے ۴ لا + ۴ لا = ۴۵ − ۲۱

یعنی ۸ لا = ۲۴

اسواسطے لا = ۲۴/۸ = ۳

اِس مساوات مین کسور دور کرنیسے دونو طرف مساوات مین لا² آیا اسلئے اوسکو طرفین سے ساقط کردیا

تو مساوات درجۂ اول نکلی

(۱۷۴) (۲ لا + ۳)/(لا + ۱) = (۴ لا + ۵)/(۴ لا + ۴) + (۳ لا + ۳)/(۳ لا + ۱)

اب یہان آسانی کے لئے مساوات کو ۴ لا + ۴ یعنی ۴ (لا + ۱) مین ضرب دو

تو ۴ (۲ لا + ۳) = ۴ لا + ۵ + ۴ (لا + ۱) (۳ لا + ۳)/(۳ لا + ۱)

اسواسطے ۸ لا + ۱۲ − ۴ لا − ۵ = ۱۲ (لا + ۱)²/(۳ لا + ۱)

یعنی ۴ لا + ۷ = ۱۲ (لا + ۱)²/(۳ لا + ۱)

ضرب دو ۳ لا + ۱ مین

تو (۴ لا + ۷) (۳ لا + ۱) = ۱۲ (لا + ۱)²

یعنی ۱۲ لا² + ۲۵ لا + ۷ = ۱۲ لا² + ۲۴ لا + ۱۲

طرفین سے ۱۲ لا² کو ساقط کرو

تو ۲۵ لا − ۲۴ لا = ۱۲ − ۷ یعنی لا = ۵

(۱۷۵) حل کرو (لا − ۱)/(لا − ۲) − (لا − ۲)/(لا − ۳) = (لا − ۴)/(لا − ۵) − (لا − ۵)/(لا − ۶) اب ظاہر ہے کہ

(لا − ۱)/(لا − ۲) − (لا − ۲)/(لا − ۳) = [(لا − ۱) (لا − ۳) − (لا − ۲)²]/[(لا − ۲) (لا − ۳)] = [لا² − ۴ لا + ۳ − (لا² − ۴ لا + ۴)]/[(لا − ۲) (لا − ۳)]

= − ۱/[(لا − ۲) (لا − ۳)]

اور (لا − ۴)/(لا − ۵) − (لا − ۵)/(لا − ۶) = [(لا − ۴) (لا − ۶) − (لا − ۵)²]/[(لا − ۵) (لا − ۶)] = [لا² − ۱۰ لا + ۲۴ − (لا² − ۱۰ لا + ۲۵)]/[(لا − ۵) (لا − ۶)]

= − ۱/[(لا − ۵) (لا − ۶)]

پس مساوات مفروضہ یہہ ہوگی

− ۱/(لا − ۲)(لا − ۳) = − ۱/(لا − ۵)(لا − ۶)

تبدیل علامات سے ۱/(لا − ۲)(لا − ۳) = ۱/(لا − ۵)(لا − ۶)

کسور کو دور کرنیسے (لا − ۵)(لا − ۶) = (لا − ۲)(لا − ۳)

یعنی لا۲ − ۱۱ لا + ۳۰ = لا۲ − ۵ لا + ۶

اسواسطے − ۱۱ لا + ۵ لا = ۶ − ۳۰

پس − ۶ لا = − ۲۴

اسواسطے ۶ لا = ۲۴ اور لا = ۴

(۱۷۶) حل کرو ٫۵ لا + (٫۴۵ لا − ٫۷۵)/٫۶ = ۱٫۲/٫۲ − (٫۳ لا − ٫۶)/٫۹

یہان اعداد کے اوپر نقطہ علامت عشاریہ سے صحت کے لئے کسور عشاریہ کو کسور عامہ مین تحویل کرکے لکہو تو یہہ صورت حاصل ہوگی کہ

۵ لا/۱۰ + ۱۰/۶ (۴۵ لا/۱۰۰ − ۷۵/۱۰۰) = ۱۲/۱۰ × ۱۰/۲ − ۱۰/۹ (۳ لا/۱۰ − ۶/۱۰)

مختصر کرو تو لا/۲ + ۵/۳ (۹ لا/۲۰ − ۳/۴) = ۶ − (لا/۳ − ۲/۳)

یعنی لا/۲ + ۳ لا/۴ − ۵/۴ = ۶ − لا/۳ + ۲/۳

۱۲ مین ضرب دینیسے ۶ لا + ۹ لا − ۱۵ = ۷۲ − ۴ لا + ۸

تقلیب سے ۱۹ لا = ۷۲ + ۸ + ۱۵ = ۹۵

اسواسطے لا = ۹۵/۱۹ = ۵

(۱۷۷) ایسی مساواتین بہی ہوتی ہین کہ اونمین مقادیر معلومہ کو حروف سے تعبیر کرتے ہین اور مقدار مجہول اونمین بہی لا سے تعبیر ہوتی ہے اور مقادیر معلومہ اور حروف سے تعبیر ہوتی ہین اب ہم تین مساواتین اس قسم کی حل کرتے ہین

(۱۷۸) حل کرو لا/ا + لا/ب = ح

اب مین ضرب دو تو ب لا + ا لا = ا ب ح

یعنی (ا + ب) لا = ا ب ح

تقسیم ا + ب پر کرو تو لا = ا ب ح/(ا + ب)

(۱۷۹) حل کرو (ا + لا) (ب + لا) − ا (ب + ج) + ا²ج/ب + لا²

یہان اب + الا + ب لا + لا² = اب + اج + ا²ج/ب + لا²

اسواسطے الا + ب لا = اج + ا²ج/ب

یعنی (ا + ب) لا = اج (۱ + ا/ب) = اج (ا + ب)/ب

تقسیم کرو ا + ب پر تو لا = اج/ب

(۱۸۰) حل کرو (لا − ا)/(لا − ب) = (۲لا − ا)²/(۲لا − ب)² کسور کو دور کرو تو

(لا − ا) (۲لا − ب)² = (لا − ب) (۲لا − ا)²

یعنی (لا − ا) (۴لا² − ۴ب لا + ب²) = (لا − ب) (۴لا² − ۴ا لا + ا²) ضرب دینی سے یہہ نتیجہ حاصل ہوا کہ

۴لا³ − ۴لا² (ا + ب) + لا (۴اب + ب²) − اب² = ۴لا³ − ۴لا² (ا + ب) + لا (۴اب + ا²) − ا²ب

اسواسطے لا (ا² − ب²) = ا²ب − اب² = اب (ا − ب)

اسواسطے لا = اب (ا − ب)/(ا² − ب²) = اب/(ا + ب)

(۱۸۱) مساوات ذیل گو صحیح صحیح اس باب سی تعلق نہین رکھتی مگر اوسکو یہان اس سبب سے لکھتے ہین کہ اوسکی حل ہونیمین کوئی دقت نہین ہی اور وہ ایک نمونہ اس قسم کی مساواتونکی حل کرنیکی لئے ہے اوسپر قیاس کرکی اور اسیطرحکی مساواتین حل کرسکتی ہین فقط اوسکو مساوات درجۂ اول سی اسبات مین بہت مشابہت ہی کہ قیمت مقدار مجہول کی ایک ہی ہوتی ہے

حل کرو √لا + √(لا − ۱۶) = ۸

انتقال سے √(لا − ۱۶) = ۸ − √لا

طرفین مساوات کے مجذور کرنیسے لا − ۱۶ = ۶۴ − ۱۶√لا + لا

اسواسطے − ۱۶ = ۶۴ − ۱۶√لا

انتقال سے ۱۶√لا = ۶۴ + ۱۶ = ۸۰

اسواسطے √لا = ۵

اسواسطے لا = ۲۵

امثلہ نمبری ۲۰

(۱) $\frac{3}{\text{لا}} + \frac{1}{12\text{لا}} = \frac{29}{24}$ (۲) $\frac{42}{\text{لا}-2} = \frac{35}{\text{لا}-3}$

(۳) $\frac{128}{3\text{لا}-4} = \frac{216}{5\text{لا}-6}$ (۴) $\frac{45}{2\text{لا}+3} = \frac{57}{4\text{لا}-5}$

(۵) $\frac{3\text{لا}-1}{2} - \frac{2\text{لا}-5}{3} + \frac{\text{لا}-3}{4} - \frac{\text{لا}}{6} = \text{لا}+1$

(۶) $\frac{\frac{1}{2}\text{لا}-3}{5} + \frac{\frac{3}{4}\text{لا}-10}{2} + \frac{4-\text{لا}}{4} = \frac{10-\text{لا}}{6}$

(۷) $\frac{5}{6}\left(\text{لا}-\frac{1}{3}\right) + \frac{7}{6}\left(\frac{\text{لا}}{5}-\frac{1}{7}\right) = 4\frac{8}{9}$

(۸) $\text{لا} + \frac{5\text{لا}-9}{3} = 6 - \frac{3\text{لا}-8}{5}$ (۹) $\frac{\text{لا}-2}{4} + \frac{1}{3} = \text{لا} - \frac{2\text{لا}-1}{3}$

(۱۰) $\text{لا}+1 - \frac{\text{لا}^2+3}{\text{لا}+2} = 2$ (۱۱) $\frac{\text{لا}-1}{\text{لا}-2} = \frac{7\text{لا}-21}{7\text{لا}-26}$

(۱۲) $\frac{7\text{لا}-4}{\text{لا}-1} = \frac{7\text{لا}-26}{\text{لا}-3}$ (۱۳) $\frac{\text{لا}}{7} - \frac{3\text{لا}}{2} + \frac{71}{7} = \frac{3\text{لا}+1}{2} + 1\frac{1}{14}$

(۱۴) $\frac{2\text{لا}-6}{3\text{لا}-8} = \frac{2\text{لا}-5}{3\text{لا}-7}$

(۱۵) $\text{لا}-3-(3-\text{لا})(\text{لا}+1) = \text{لا}(\text{لا}-3)+8$

(۱۶) $3-\text{لا}-2(\text{لا}-1)(\text{لا}+2) = (\text{لا}-3)(5-2\text{لا})$

(۱۷) $\frac{9\text{لا}+7}{4} - 1 + \frac{2-\text{لا}}{9} = 7\text{لا}$ (۱۸) $(\text{لا}+7)(\text{لا}+1) = (\text{لا}+3)^2$

(۱۹) $\frac{1}{3}(2\text{لا}-10) - \frac{1}{11}(3\text{لا}-40) = 15 - \frac{1}{5}(57-\text{لا})$

(۲۰) $\frac{6\text{لا}+8}{2\text{لا}+1} - \frac{2\text{لا}+38}{\text{لا}+12} = 1$ (۲۱) $\frac{\text{لا}-1}{4} - \frac{\text{لا}-5}{32} + \frac{15-2\text{لا}}{40} = \frac{9-\text{لا}}{2} - \frac{7}{8}$

(۲۲) $\frac{4\text{لا}+17}{\text{لا}+3} + \frac{3\text{لا}-10}{\text{لا}-4} = 7$ (۲۳) $\frac{\text{لا}+1}{7} + \text{لا}(\text{لا}-2) = (\text{لا}-1)^2$

(۲۴) $\frac{\text{لا}-4}{3} + (\text{لا}-1)(\text{لا}-2) = \text{لا}^2 - 2\text{لا} - 4$

(۲۵) $\frac{3\text{لا}^2-2\text{لا}-8}{5} = \frac{(7\text{لا}-2)(3\text{لا}-6)}{35}$.

(۲۶) $\frac{\text{لا}+10}{3} - \frac{2}{5}(3\text{لا}-4) + \frac{(3\text{لا}-2)(2\text{لا}-3)}{6} = \text{لا}^2 - \frac{2}{15}$

(۲۷) $\frac{3\text{لا}-1}{2\text{لا}-1} - \frac{4\text{لا}-2}{3\text{لا}-2} = \frac{1}{6}$ (۲۸) $\frac{2}{2\text{لا}-3} + \frac{1}{\text{لا}-2} = \frac{6}{3\text{لا}+2}$

(۲۹) $\frac{\text{لا}-4}{\text{لا}-5} - \frac{\text{لا}-5}{\text{لا}-6} = \frac{\text{لا}-7}{\text{لا}-8} - \frac{\text{لا}-8}{\text{لا}-9}$

(۳۰) لا/(لا−۲) + (لا−۹)/(لا−۷) = (لا+۱)/(لا−۱) + (لا−۸)/(لا−۶)

(۳۱) (۳−۲لا)/(۱−۲لا) − (۲−۳لا)/(۲لا−۷) = (۵−۲لا)/(۷−۲لا) − ۱ − (لا²−۱)/(۷−۱۶لا+۴لا²)

(۳۲) (۳+لا)/(۳−لا) − (۲+لا)/(۲−لا) − (۱+لا)/(۱−لا) = ۱

(۳۳) (لا−۵)/۷ + (لا²+۶)/۳ − (لا²−۲)/۲ − (لا²−لا+۱)/۶ + ۳

(۳۴) (لا+۱)(لا+۲)(لا+۳) = (لا−۱)(لا−۲)(لا−۳) + ۳(۴لا−۲)(لا+۱)

(۳۵) (لا−۹)(لا−۷)(لا−۵)(لا−۱) = (لا−۲)(لا−۴)(لا−۶)(لا−۱۰)

(۳۶) (۸لا−۳)²(لا−۱) = (۴لا−۱)²(۴لا−۵)

(۳۷) (لا²−لا+۱)/(لا−۱) + (لا²+لا+۱)/(لا+۱) = ۲لا (۳۸) ۵لا−۲ = ۵ن لا+ن لا−۱

(۳۹) ۵لا+۴لا−۸ = ۵ن لا+۵ن (۴۰) ۵لا+(۳۵لا−۲۲۵)/۹ = ۳۶/ن − (۹لا−۱۸)/۹

(۴۱) ا(لا−ب)/ب − ب(لا−ا)/ا = لا (۴۲) ا(لا−ا)/ب + ب(لا−ب)/ا = لا

(۴۳) (لا−ا)/ب − (ا−ب)/لا = لا/ب − ا/لا

(۴۴) لا(لا−ا) + (لا−ب)لا = ۲(لا−ا)(لا−ب)

(۴۵) (لا−ا)(لا−ب)(لا+۲ا+۲ب) = (لا+۲ا)(لا+۲ب)(لا−ا−ب)

(۴۶) (لا−ا)(لا−ب) = (لا−ا−ب)²

(۴۷) ا/(لا−ا) − ب/(لا−ب) = (ا−ب)/(لا−ح) (۴۸) ب/(لا+ب) + ا/(لا+ا) = (ا+ب)/(لا+ح)

(۴۹) ۱/(لا−ا) − ۱/(لا−ب) = (ا−ب)/(لا²−اب)

(۵۰) ۱/(لا−ا) − ۱/(لا−ا+ح) = ۱/(لا−ب−ح) − ۱/(لا−ب)

(۵۱) (م لا−ا−ب)/(ن لا−ح−د) = (م لا−ا−ح)/(ن لا−ب−د)

(۵۲) (ا−ب)(لا−ح) − (ب−ح)(لا−ا) − (ح−ا)(لا−ب) = ۰

(۵۳) (لا−ا)/(ا−ب) − (لا+ا)/(ا+ب) = ۲ا لا/(ا²−ب²)

(۵۴) (ا−لا)(ب−لا) = (ع+لا)(ق+لا)

(۵۵) (لا − ا)/(لا − ا − ۱) − (لا − ا − ۱)/(لا − ا − ۲) = (لا − ب)/(لا − ب − ۱) − (لا − ب − ۱)/(لا − ب − ۱)

(۵۶) (لا + ا) (۲لا + ب + ح)^۲ = (لا + ب) (۲لا + ا + ح)^۲

(۵۷) (لا + ۲ا) (لا − ا)^۲ = (لا + ۲ب) (لا − ب)^۲

(۵۸) (لا − ا)^۳ (لا + ا − ۲ب) = (لا − ب)^۳ (لا − ۲ا + ب)

(۵۹) √(۴لا) + √(۴لا − ۷) = ۷   (۶۰) √(لا + ۱۴) + √(لا − ۱۴) = ۱۴

(۶۱) √(لا + ۶۱) + √(لا − ۹) = ۱۰   (۶۲) √(۹لا + ۴) + √(۹لا − ۱) = ۳

(۶۳) √(لا + ۴اب) = ۲ا − √لا   (۶۴) √(لا − ا) + √(لا − ب) = √(ا − ب)

اکیسوان باب سوالات مین

(۱۸۲) اوپر کی دو بابونمین جو مذکور ہوا اوسکو بعض سوالات کی حل کرنیکی اندر کام مین لاتے ہین اوس سی طالب علم کو فوائد جبر یہ بطور شتی متواز خرداری دکھائی دیتی ہین ان سوالات مین خاص مقدارین معلوم ہوتی ہین اور ایک مقدار جوان مقدارونسی تعلق وارتباط خاص رکھتی ہی دریافت کرنی ہوتی ہی اور یہہ مقدار جو دریافت کرنی ہوتی ہے اوسی مقدار مجہول کہتی ہین اور یہہ تعلقات جوان مقدار معلوم اور مجہول مین ہوتی ہین وہ روزمرہ کی بول چال مین سوال کی اندر بیان کئی جاتی ہین عام ترکیب سوالات کی حل کرنیکی اسطرح سی ہی کہ مقدار مجہول کو حرف لا سی تعبیر کرو اور جو اس مقدار مجہول کو مقادیر معلومہ سی ارتباط ہون اونکو جبر مقابلہ کی زبان مین بیان کرو اس ترکیب سے ایک مساوات پیدا ہوگی اور اوسی قیمت مقدار مجہول کی دریافت ہو جائیگی جبر مقابلہ کی زبان سی ہمارا مطلب یہہ ہی کہ اوس بیان کو رموز یعنی علامات جبریہ مین اسطرح بیان کرو کہ وہ تعلقات جو روزمرہ کی بول چال مین بیان کی گئی ہین وہ اون رموز سے مفہوم ہون

(۱۸۳) وہ کونسی دو عدد ہین کہ جنکا حاصل جمع ۸۵ ہی اور حاصل تفریق ۲۷ ہے

فرض کرو کہ لا چھوٹے عدد کو تعبیر کرتا ہے   چونکہ حاصل تفریق اعداد کا ۲۷ مانا ہے تو دوسرا عدد لا + ۲۷ ہوگا اور مجموعہ اعداد کا ۸۵ ہے

تو ہمکو یہہ مساوات حاصل ہوگی کہ لا + لا + ۲۷ = ۸۵

یعنی ۲ لا + ۲۷ = ۸۵

اسواسطے ۲ لا = ۸۵-۲۷ = ۸۵

اسواسطے لا = ۵۸/۲ = ۲۹

پس چھوٹا عدد ۲۹ ہے تو بڑا عدد ۲۷ + ۲۹ یعنی ۵۶ ہے

(۱۸۴) زید اور بکر اور عمر مین تین روپیہ دو آنہ اسطرح تقسیم کرو کہ بکر کو زید سی ۵ ر زیادہ ملین اور عمر کو اتنا ملے جتنا کہ دونو زید اور بکر کو ملا ہے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اون آنون کو جو زید کے حصہ مین آوین تو لا + ۵ اُن آنونکو تعبیر کریگا جو بکر کے حصہ مین آوینگے اور ۲ لا + ۵ تعبیر کریگا اُن آنونکو جو عمر کے حصے مین آوینگے اور تمام آنون کا مجموعہ ۵۰ آنہ ہے

تو لا + لا + ۵ + ۲ لا + ۵ = ۸۰

یعنی ۴ لا + ۱۰ = ۵۰

اور ۴ لا = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰

اسواسطے لا = ۴۰/۴ = ۱۰

پس زید کی حصہ کی ۱۰ ر ہین اور بکر کے حصہ کی ۱۵ ر اور عمر کے حصہ کے ۲۵ ر یعنی عہ/۹ ر

(۱۸۵) زید و بکر و عمر مین کچھہ روپیہ تقسیم ہوا اسطرح سی کہ زید و بکر نے ملکر ۱۷ روپیہ ۱۲ ر پائی اور زید و عمر نے ملکر ۱۵ روپیہ ۱۲ ر اور بکر و عمر نے ملکر ۱۲ روپیہ ۸ ر تو بتلاؤ ہر ایک کے حصہ مین کیا کیا آیا - فرض کرو کہ لا اوس روپیہ کو تعبیر کرتا ہی جو زید نے پایا تو ۱۷ ۳/۴ روپیہ - لا وہ روپیہ ہی کہ جو بکر نے پایا ہی اسواسطے کہ زید و بکر نے ملکر ۱۷ ۳/۴ روپیہ پائی ہین اور ۱۵ ۳/۴ - لا وہ روپیہ ہوگا جو عمر نے پایا ہی اسلئے کہ عمر و زید نے ملکر ۱۵ ۳/۴ روپیہ پائی ہین اور بکر و عمر نے ملکر ۱۲ ۱/۲ روپیہ پائے ہین

تو ۱۷ ۳/۴ - لا + ۱۵ ۳/۴ - لا = ۱۲ ۱/۲

یعنی ۳۳ ۱/۲ - ۲ لا = ۱۲ ۱/۲

اسواسطے ۲ لا = ۳۳ ۱/۲ - ۱۲ ۱/۲ = ۱۱

اسواسطے $لا = \frac{۲۱}{۲} = ۱۰\frac{۱}{۲}$ روپیہ کے

پس زید کو عہ ۸/۵ اور بکر کو ۱۴ عہ اور عمر کو ۱۴ عہ ملے

(۱۸۶) ایک پنساری کے پاس کچھ مرچین ۲ر سیر کی اور کچھ ۳ر سیر کی تھین تو بتاؤ ہر ایک قسم کی مرچون مین سے کس کس قدر ملائی کہ ڈھائی من مرچین ۲٫ سیر کی بنجاوین

فرض کرو کہ لا پہلی قسم کی مرچون کی سیرون کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا دوسری قسم کی مرچون کی سیرون کو تعبیر کرتا ہے اور لا سیر کے قیمت ۲ لا آنہ ہوگے

اور ۱۰۰ - لا کی قیمت $\frac{۷}{۲}$ (۱۰۰ - لا) آنہ ہوگی اور کل قیمت $\frac{۵}{۲} \times ۱۰۰$ آنہ ہوگی

اسواسطے $\frac{۵}{۲} \times ۱۰۰ = ۲ لا + \frac{۷}{۲} (۱۰۰ - لا)$ ضرب دو ۲ مین

تو $۵۰۰ = ۴ لا + ۷۰۰ - ۷ لا$

اسواسطے $۷ لا - ۴ لا = ۷۰۰ - ۵۰۰$

یعنی $۳ لا = ۲۰۰$

اسواسطے $لا = \frac{۲۰۰}{۳} = ۶۶\frac{۲}{۳}$ سیر

پس $۶۶\frac{۲}{۳}$ سیر اول قسم کی مرچین اور $۳۳\frac{۱}{۳}$ دوسری قسم کی مرچین ملانی چاہئین

(۱۸۷) ایک خط ۲ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اوسکو سطرح سے تقسیم کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ کی تین چوتہائی ہو

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہی انچون کو جو بڑے حصہ مین ہون تو $\frac{۳ لا}{۴}$ تعبیر اون انچون کو کریگا جو دوسرے حصہ مین ہون اور تعداد انچون کی کل خط مین ۲۸ ہے

تو $لا + \frac{۳ لا}{۴} = ۲۸$

اسواسطے $۴ لا + ۳ لا = ۱۱۲$

یعنی $۷ لا = ۱۱۲$

اسواسطے $لا = ۱۶$

تو ایک حصہ ۱۶ انچ اور دوسرا ۱۲ انچہ ہوا

(۱۸۸) ایک شخص کے پاس ایک ہزار روپیہ تہے اوسمین سے کچھ روپیہ تو ۴ روپیہ سیکڑہ سود پر دیا

اور باقی روپیہ ۵ روپیہ سیکڑہ پر اور کل آمدنی سود کی ۴۴ روپیہ ہے تو بتاؤ کسقدر روپیہ ۴ روپیہ سیکڑہ پر دیا گیا اور کسقدر پانچ روپیہ پر

فرضکرو کہ لا وہ روپیہ ہے جو چار روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا ہے تو ۱۰۰۰ - لا وہ روپیہ ہوگا جو پانچ روپیہ سیکڑہ پر روپیہ دیا گیا ہی تو سود جو پہلے روپیہ سے حاصل ہوگا وہ ۴لا/۱۰۰ اور جو دوسرے سے وہ ۵(۱۰۰۰ - لا)/۱۰۰ ہوگا اسواسطی

۴۴ = ۴لا/۱۰۰ + ۵(۱۰۰۰ - لا)/۱۰۰

اسواسطی ۴۴۰۰ = ۴ لا + ۵(۱۰۰۰ - لا)

یعنی ۴۴۰۰ = ۴ لا + ۵۰۰۰ - ۵ لا

اسواسطی لا = ۵۰۰۰ - ۴۴۰۰ = ۶۰۰

پس چھہ سو روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر دئے تھے

(۱۸۹) ان سوالوں کے دیکھنے سے طالبعلم کو معلوم ہوگا کہ فقط دشواری سوالات کی حل کرنے مین یہی ہے کہ سوال کی عبارت کو رموز جبریہ یعنی جبر و مقابلہ کی علامتون مین ٹھیک ٹھیک بیان کرین اس دشواری سے طالبعلم کو ہمت ہارنی نہ چاہئی تھوڑی مشق اس مشکل کو آسان کردیگی یہہ بات قابل لکھنے کی ہے مبتدیونکو اوسپر خوب متوجہ ہونا چاہئے کہ جسکو مقدار مجہول کہتے ہین وہ درحقیقت ایک عدد مجہول ہے مساوات کے بنانے مین اوسپر خوب لحاظ رکھنا چاہئے کہ وہ کیا ہی سوال دوم مین ہمنے لکھا ہے کہ لا تعبیر کرتا ہے اون آنونکی تعداد کو جو زید کے حصہ مین آئے مگر مبتدی اکثر لکھینگے کہ لا = زید کے حصہ کے اب اسی یہہ نہین معلوم ہوتا کہ زید کے حصہ مین روپیہ ہین آنے ہین پیسے مین غرض ایسی قیدون کے نہ لگانے سی غلطیان ہوجاتی ہین اور سوال پنجم مین ہمنے فرض کیا کہ لا تعبیر کرتا ہے اون انجیونکی تعداد کو جو بڑی حصہ مین ہون مبتدی اکثر یہہ لکھتے ہین کہ فرض کرو لا = بڑے حصہ کے یا لا = ایک حصہ کے اسطرح مبتدیون کے لکھنے سی غلطیان واقع ہوجاتی ہین

(۱۹۰) مبتدی اکثر سوال کی عبارت کو خوب نہین سمجھتے اس سبب سے اونکو مشکل ہوتا ہے کہ اس روزمرہ کی بول چال کو جبر مقابلہ کی زبان مین ترجمہ کرین پس اگر عبارت سوال کی سمجھہ مین نہ آتی ہو تو پہر سوال کا حل ہونا ممکن ہی مگر اکثر ایسا ہوتا ہے کہ اونکو سوال کی عبارت مین اشتباہ عاید ہوتا ہے اونکی سمجھہ مین کئی کئی معنی اوس عبارت کے آتے ہین ایسی جگہہ طالب علم کو چاہیے کہ وہ ایک معنی ذہن مین ٹہراکر اوسکے موافق ترجمہ عبارت کا جبر مقابلہ مین کرے اگر کوئی نتیجہ بیہودہ نکلے تو جان لے کہ مین معنی بالکل غلط سمجھا پس دوسرے معنی کے موافق عمل کرے اور اگر نتیجہ ٹہیک اطمینان کے قابل ہو تو جان لے کہ غالباً مین معنی درست سمجھا لیکن اگر کوئی اور معنی بہی اوسکے سمجھہ مین آتے ہون تو اوسکا بہی آزمانا خالی از منفعت نہین ہے کیونکہ اوسسے معلوم ہو جائیگا کہ عبارت سوال کی دوسرے معنی دیتی ہے یا نہین

(۱۹۱) سوالات کی حل کرنیمین طالب علم کے آگے سوال ایسے آجاتے ہین کہ جنکا حل حساب سے یا ذہن سے آسان ہوتا ہے اسلیئے طالب العلم کی نظر مین جبر مقابلہ کی قدر و منزلت کم ہو جاتی ہے اور وہ یہہ جاننے لگتا ہے کہ جبر مقابلہ کی کیا ضرورت ہی لیکن ہم کہتے ہین کہ جبر مقابلہ سے ان سوالات کو خوب بتحقیق کے ساتہہ طالب علم حل کر سکتا ہے اور جب آگے بڑہیگا تو اوسکو ایسے سوالات معلوم ہونگے کہ وہ نہایت مشکل ہے بلکہ بعض بالکل علم حساب سے حل نہ ہونگے

سوالات نمبری ۲۱

(۱) ایک عدد دریافت کرو جو اپنے پانچوین حصہ سے بقدر ۲۴ کے زیادہ ہو

(۲) باپ کی عمر ۴۰ برس کی ہے اور بیٹے کی عمر ۲ برس کی تو بتاؤ کتنے برسون مین باپ کی عمر اٹہہ گنی بیٹے کی عمر سے ہوگی

(۳) دو عددون مین فرق ۷ کا ہی اور حاصل جمع اونکا ۳۳ ہے اون عددونکو دریافت کرو

(۴) زید و بکر و عمر نے ۱۵۵ روپیہ کا چندہ ملا کر کیا بکر نے بہ نسبت زید کی ۱۵ روپیہ زیادہ دیئے اور عمر نے بہ نسبت بکر کے ۲۰ روپیہ زیادہ دئے تو بتاؤ ہر ایک نے کیا کیا دیا

(۵) حاصلتفریق دو عددون کا ۴ ہے اور حاصلجمع ۸۴ ہے اونکو دریافت کرو

(۶) زید کی عمر بکر سے دو چند ہے اور سات برس پہلے ان دونون کی عمرین ملکر برابر تہین زید کی عمر کی جو اوسکی اب ہے

(۷) اوس عدد کو بتاؤ کہ جسپر ۵۶ زیادہ کرین تو سہ چند ہو جائے

(۸) ایک لڑکا نومبر کے مہینہ مین پیدا ہوا اور دسوین دسمبر کو اوسکی عمر اتنے دنون کی تہی جتنی تاریخین نومبر کی اوسکی روز ولادت سے پہلے گذر چکی تہین تو بتاؤ کس تاریخ ماہ نومبر کی لڑکا پیدا ہوا تہا

(۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسکے دو چند پر ۲۴ زیادہ کرین تو وہ اتنی ہی سی قدر ا بڑا ہو جسقدر وہ خود عدد ۱۰۰ سے چہوٹا ہے

(۱۰) ایک مچہلی ہے جسکا سر ۹ انچہ لنبا ہے اور دم اوسکی اسقدر لنبی ہے جسقدر کہ سر اور نصف پشت اور پشت اوسکی اسقدر لنبی ہے جسقدر کہ دم اور سر دونو ملکر تو بتاؤ کہ دم اور پشت کا طول کیا ہے

(۱۱) ۸۴ کو ایسی دو حصون مین تقسیم کرو کہ سہ چند ایک حصہ کا برابر دوسرے حصہ کی چہار چند ہو گے

(۱۲) زید و بکر و عمر نے ملکر ۶۷ روپیہ کا چندہ کیا بکر نے زید کے برابر روپیہ دیا اور دس روپیہ اور زیادہ اور عمر نے اسقدر روپیہ دیا جسقدر کہ زید اور بکر نے تو بتلاؤ ہر ایک نے کیا دیا

(۱۳) ۶۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا ساتوان حصہ برابر دوسرے حصہ کے آٹھوین حصہ کے ہو

(۱۴) دو برابر بہرے ہوئے پیپے شراب کی تہے جب ایک مین سے ۳۴ بوتلین اور دوسرے مین سے ۸۰ بوتلین نکال لین تو ایک پیپہ کی شراب دوسرے پیپہ کی شراب سے سہ چند ہوگئی تو بتاؤ جب وہ پیپہ بہرے ہوئے تہے تو کسقدر شراب تہی

(۱۵) ۵۰ کو ایسی دو حصون مین تقسیم کرو کہ بڑے حصہ کا سہ چند چہوٹے حصہ کے ست گنے سے

بقدر ۵ کے زیادہ ہو

(۱۶) ایک شخص نے ۲۰ آنہ ۲۰ آدمیون مین تقسیم کئی اسطرح سے کہ بعض کو تو آدہ آنہ دیا اور باقی کو ار ۳ پائی تو بتاؤ کتنے کو آدہ آنہ دیا

(۱۷) ۳۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا سہ چند اور دوسرے حصہ کا تگنا ملکر برابر ۸۴ کے ہون

(۱۸) ایک کتاب کے حصے علحدہ علحدہ خریدے گئے تو وہ ۸/ ۸ پائی کو آئے لیکن اگر قیمت ہر حصہ کی ۱۳ پائی زیادہ ہوتی تو اوسکی قیمت للعہ/ ۲/ ۶ پائی ہو جاتے تو بتاؤ کسقدر اونکے حصہ ہین

(۱۹) ۵۴ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کو ۲ پر تقسیم کرین اور دوسرے کو ۲ مین ضرب دین تو نتیجہ ایک ہی ہو

(۲۰) باپ اپنے لڑکے سے سہ چند عمر کا ہے اور چار برس پہلے باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوچند تہی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۲۱) ۸۸ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ چوتہائی ایک حصہ کی دوسرے حصہ کے آٹھوین حصہ سے بقدر ۴ کے زیادہ ہو

(۲۲) فقیرون کی جماعت سے ایک شخص ملا اور ہر ایک فقیر کو ۴ پائی اوسنے دین تو ۱۶ پائی اوس پاس باقی رہین اگر اوس پاس ایک آنہ اور ہوتا تو وہ ہر ایک فقیر کو چھ پائی دے سکتا تو بتاؤ کسقدر فقیر ہین

(۲۳) ۱۰۰ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تہائی دوسرے حصہ کی چوتہائی سے کم کیجائے تو ۱۱ باقی رہین

(۲۴) زید اور بکر جوا کہیلنے بیٹہے تو زید پاس ۲۷ روپیہ تہے اور بکر پاس ۵۲ روپیہ لیکن کچھ بازیون کی ہار جیت کے بعد زید پاس سہ چند روپیہ بکر سے ہو گئے تو بتاؤ کہ زید نے

کسقدر روپیہ جیتا

(۲۵) ۷۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ بڑے حصہ اور ۲۴ کا حاصل فرق برابر ہو دو چند حاصل تفریق چھوٹے حصہ اور ۲۸ کے

(۲۶) زید و بکر و عمر نے ۲۷۶ روپیہ کا چندہ اسطرح سے کیا کہ بکر نے بہ نسبت زید کی دو چند روپئے دئے اور بارہ روپئے اور زیادہ اور عمر نے سہ چند روپیہ بکر سے دئے اور ۱۲ روپیہ اور زیادہ تو ہر ایک نے کیا کیا دیا

(۲۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اوسکے پانچوین اور ساتوین حصہ کا مجموعہ اوسکے آٹھوین اور بارہوین حصہ کے مجموعہ سے بقدر ۱۱۳ کے زیادہ ہو

(۲۸) شکست مین سپاہ کا چھٹا حصہ زخمی اور قتل ہوا اور چار ہزار قید ہوئے بعد ازان تین ہزار سپاہ پہونچی اونکو کمک اور پہونچگئی لیکن مراجعت کرنےمین چوتھائی فوج بہ غارت ہوگئی اور کل اٹھارہ ہزار آدمی باقی سلامت رہے تو بتاؤ کسقدر سپاہ مین درصل آدمی تھے

(۲۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اوسکی پانچوین اور ساتوین حصہ کا مجموعہ اوسکی چوتھی اور ساتوین حصہ کے فرق سے بقدر ۹۹ کے زیادہ ہو

(۳۰) خاص آدمیون مین ۲ روپیہ ۱۲ آنہ اسطرح تقسیم ہوئے کہ آدھون کو ڈیڑھ ڈیڑھ آنہ اور تہائی کو ڈہائی ڈہائی آنہ تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

(۳۱) ایک آدمی پاس نوسو ۹۰۰ روپیہ تھے اوسمین کچھہ روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر سودی دئے اور باقی پانچ روپیہ سیکڑہ پر اور ان دونون صورتون مین آمدنی سود کی برابر تھی تو بتاؤ کتنا روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر قرض دیا تھا

(۳۲) ایک شخص کے چھہ بیٹے اوپر تلے چار چار برس کے فرق سے پیدا ہوئے اور سب سے بڑے کی عمر تگنی سب سے چھوٹے کی عمر سے ہے تو بتاؤ ہر ایک کی عمر کیا ہے

(۳۳) ۹۲ کو ایسے چار حصون مین تقسیم کرو کہ پہلا حصہ دوسرے سے بقدر ۱۰ کے دوسرے سے

بقدر ۱۸ کے اور چوتھے سے بقدر ۲۴ کے زیادہ ہو

(۳۴) ایک شخص نے ۵۵۰ روپیہ اپنے چار خدمتگارون زید و بکر و عمر و خالد مین اسطرح تقسیم کئے کہ بکر کو دوچند زید سے اور عمر کو اوسقدر جسقدر کہ زید و بکر کو اور خالد کو اسقدر جسقدر بکر و عمر کو ملکر تو بتاؤ ہر ایک کو کیا دیا

(۳۵) دو عدد اوپر تلے کے ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدہا اور پانچوان حصہ ملکر برابر دوسرے عدد کے تہائی اور چوتہائی حصون کے مجموعہ کے ہو

(۳۶) زید و بکر و عمر مین کچھہ روپیہ اسطرحسے تقسیم ہوا کہ زید و بکر کو ملکر ۶ روپیہ اور زید و عمر کو ملکر ۸ روپیہ اور بکر و عمر کو ملکر ۹ روپیہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ملا

(۳۷) زید و بکر ساتھہ چلے زید پاس سو روپیہ تھے اور بکر پاس ۴۸ روپیہ چورون نے راہ مین اونکی اسطرحسے خبر لی کہ زید سے بہ نسبت بکر کے دوچند روپیہ چھینا اور زید پاس بہ نسبت بکر کے سہ چند روپیہ چہوڑا تو بتاؤ ہر ایک سے چور کیا لیگئے

(۳۸) پانچ سو روپیہ چار آدمیون مین اسطرح سے تقسیم ہوئے کہ پہلے اور دوسرے کو ملا کر ۲۸۰ روپیہ ملے اور پہلے اور تیسرے کو ۲۶۰ روپیہ اور پہلے اور چوتھے کے ۲۲۰ روپیہ تو ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۹) زید اور بکر پاس چالیس روپیہ تھے اور جب زید نے بکر سے ۱۰ روپیہ لئے تو اوسپاس بکر کے روپیون سے چھہ روپیہ زیادہ ہوگئے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ پہلے تہا

(۴۰) ایک بنئے پاس دو قسم کی شکر تھی ایک ۲ ر سیر کی اور دوسری ۳ ر ۴ پائی سیر کی ان دونون شکرون کو ملا کر سوا سیر ایسی شکر بنانی چاہتا ہے کہ ۲ ر ۴ پائی سیر کی شکر بکجاوے تو ہر ایک قسم کی شکر کتنی کتنی لیکر ملائے

(۴۱) عرق گاؤزبان اور بادیان کو ملا کر اسطرح عرق مرکب بنایا کہ گاؤزبان کا عرق

نصف عرق مرکب سے اور ۲۵ تولین اور زیادہ اور عرق بادیان ایک تہائی عرق مرکب سے مگر
۵ تولین کم تو بتاؤ ہر ایک عرق کی کتنی کتنی تولین تہین

(۴۲) دس ہزار چٹھیان ایک کوٹہی کی بہیجنے کے لئے تجویز کی گئین اونین سے کچہہ چٹھیان پڑین اور
کچہہ باقی رہین جو چٹھیان پڑین تہین اونکی آدہی تعداد اور جو باقی رہین اونکی تہائی
تعداد ملکر ۴۰۰۰ تہی تو بتاؤ کتنی چٹھیان پڑین

(۴۳) کچہہ وزن کی بارود ہے اور اوسمین شورہ اوسے آدہا اور ۶ سیر اور زائد اور گندک
ایک تہائی مگر ۵ سیر کم اور کوئلہ چوتہائی مگر ۳ سیر کم تو بتاؤ یہہ اجزا کتنے کتنے سیر ہین

(۴۴) ایک سپہ سالار نے شکست کہا کر اپنی فوج کا حساب کیا تو معلوم ہوا کہ آدہی سپاہ
اور ۳۶۰۰ آدمی اور بہی لڑنے کے قابل ہین اور ایک آٹہوان حصہ سپاہ کا اور ۶۰۰ آدمی
زخمی ہوئے ہین اور باقی ایک پانچوان حصہ سپاہ کا رہا سہا مارا گیا یا قید ہوا تو بتاؤ سپاہ
مین کتنے آدمی تہے

(۴۵) کتنی بہیڑین فی بہیڑ ۸ روپیہ ۱۲ ارکے حساب سے خریدین کہ ارکوڑی ایک رات کی رکہوائی
دیکر دس روپیہ فی بہیڑ کے بیچنے سی ۱۲ روپیہ فائدہ کے حاصل ہون

(۴۶) کچہہ روپیہ زید بکر عمر خالد و حامد مین تقسیم ہوا اسطرحسے کہ بکر کو ۱۰ روپیہ کم بہ نسبت زید کے ملے اور عمر نے
۱۶ روپیہ بکر سے زیادہ پائے اور خالد نے ۵ روپیہ کم بہ نسبت عمر کے پائے اور حامد نے ۵ روپیہ زائد بہ نسبت خالد
کے پائے اور حامد کا حصہ برابر زید اور بکر کے حصوں کے تہا تو بتاؤ ہر ایک نے کیا پایا

(۴۷) ایک سوداگر نے کچہہ سرمایہ سے تجارت شروع کی پہلے سال کے آخر مین اصل سرمایہ دوچند ہوگیا
مگر اونمین سے سو روپیہ دوچند نہین ہوئے ۔ اور دوسرے سال کے آخر مین جو شروع سال مین سرمایہ تہا
دوچند ہوگیا مگر سو روپیہ اونمین بہی دوچند نہین ہوئے اور یہی حال تیسرے سال مین ہوا ۔
اور اس سال کے آخر مین اوسکے پاس سرمایہ سہ چند ہوگیا تو بتاؤ کتنے روپیہ کے
سرمایہ سے تجارت شروع کی تہی ۔

(۴۸) ایک شرابی روپیہ لیکر شراب خانہ مین گیا اوسنے وہان اوسیقدر روپیہ قرض لیا جسقدر اوس پاس تہا اور ایک روپیہ مصرف مین لایا اور پہر دوسرے شراب خانہ مین گیا وہان اوسیقدر روپیہ قرض لیا جسقدر اوس پاس تہا اور ایک روپیہ صرف کیا اور علے ہٰذ القیاس تیسرے شرابخانہ مین بہی یہی کیفیت قرض اور خرچ کی ہوئی اور آخر کو اوس پاس کچہہ نہین رہا تو بتاؤ گہر سے لیکر کیا چلا تہا

بائیسوان باب سوالات مین

(۱۹۲) اب ذرا پہلے سی مشکل عبارتی سوالات لکھتے ہین اونین عبارت کے مضمون کو جبر مقابلہ مین ادا کرنا مشکل ہوگا

(۱۹۳) ۸۰ کو ایسی چار حصون مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ پر ۳ زیادہ کرین اور دوسرے مین سے ۳ تفریق کرین اور تیسرے کو ۳ مین ضرب دین اور چوتہے کو ۳ پر تقسیم کرین تو سب صورتون مین حاصل ایک ہی عدد ہو فرضکرو کہ لا پہلے حصہ کو تعبیر کرتا ہے جب اوسپر ۳ زیادہ کئے تو لا + ۳ ہوئے اور یہی حاصل ہوتا ہے جب دوسرے حصہ مین سے ۳ تفریق کرین تو دوسرا حصہ لا + ۶ ہوا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دین تو تیسرا حصہ $\frac{لا+۳}{۳}$ ہوا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر چوتہے حصہ کو ۳ پر تقسیم کرین تو چوتہا ۳ (لا + ۳) ہوگا اور مجموعہ سب حصون کا ۸۰ ہے تو لا + لا + ۶ + $\frac{لا+۳}{۳}$ + ۳ (لا + ۳) = ۸۰

یعنی ۲ لا + ۶ + $\frac{لا+۳}{۳}$ + ۳ لا + ۹ = ۸۰

یعنی ۵ لا + $\frac{لا+۳}{۳}$ = ۸۰ - ۱۵ = ۶۵

ضرب ۳ مین دو تو ۱۵ لا + لا + ۳ = ۱۹۵

یعنے ۱۶ لا = ۱۹۲

اسواسطی لا = $\frac{۱۹۲}{۱۶}$ = ۱۲

تو حصے ۱۲ و ۱۸ و ۵ و ۴۵ ہوئے

(۱۹۴) زید ایک کام کو ۹ دنمین بالکل تیار کر لیتا ہے اور بکر ۱۲ دنمین تو دونو ملکر اوس کام کو

کتنے دنوں مین بنائینگے ۔

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اُن دنوں کو جنمین دونو ملکر کام کرینگے ایک دن مین زید ۱/۹ کام کرتا ہے

تو لا دنمین لا/۹ کام کرے گا اور ایک دن مین بکر ۱/۱۲ کام کرتا ہے تو لا دنمین لا/۱۲

کام کریگا اور چونکہ لا دن مین زید اور بکر ملکر کام کر لیتے ہین تو یہہ کسرین کام کی

ملکر واحد کی برابر ہونگین یعنی لا/۹ + لا/۱۲ = ۱

ضرب ۳۶ مین دو تو ۴ لا + ۳ لا = ۳۶

یعنے ۷ لا = ۳۶ اور

اسواسطے لا = ۳۶/۷ = ۵ ۱/۷

(۱۹۵) ایک حوض مین تین موریان ہین ایک ایسی ہے کہ اگر کھولدیجائے تو ۶ گھنٹہ
مین سارا حوض بھر جائے اور دوسری ایسی ہے کہ اگر اُسکو کھولدین تو آٹھ گھنٹہ مین
حوض بھر جائے لیکن تیسری موری ایسی ہے کہ اگر دونون موریونکو بند کرکے
کھولدین تو بھرا ہوا حوض ۱۲ گھنٹہ مین بالکل خالی ہوجائے تو بتاؤ اگر سب موریان
کھولدیجائین تو کتنی دیر مین حوض بھر جائے گا - فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد
گھنٹونکو جنمین حوض پر ہوگا ایک گھنٹہ مین پہلی موری سے ۱/۶ حصہ حوض کا پر ہوتا ہے
تو لا گھنٹہ مین لا/۶ حصہ پُر ہوگا اور دوسری موری ایک گھنٹہ مین ۱/۸ حصہ حوض کا پُر کرتی
ہے تو لا گھنٹہ مین لا/۸ حصہ پر کریگی اور تیسری موری ۱/۱۲ حصہ حوض کا ایک گھنٹہ مین خالی
کرتی ہے تو لا/۱۲ حصہ لا گھنٹہ مین خالی کریگی اور چونکہ لا گھنٹہ مین کل حوض پُر ہوتا ہے

اسواسطے لا/۶ + لا/۸ − لا/۱۲ = ۱

پس ۲۴ مین ضرب دو تو ۴ لا + ۳ لا − ۲ لا = ۲۴

یعنے ۵ لا = ۲۴

اسواسطے لا = ۲۴/۵ = ۴ ۴/۵

(١٩٦) بعض اوقات اسمین آسانی ہوتی ہے کہ لا سے مقدار مجہول کو نہ تعبیر کرین
بلکہ کسی اور ایسی مقدار سے تعبیر کرتے ہین کہ جسکے معلوم ہونے سے مجہول نہایت
آسانی سے معلوم ہوجائے سوالات مفصلۂ سے توضیح اس مضمون کی ہوجائیگی*

(١٩٧) ایک کرنیل نے ایک رجمنٹ کو بصورت مربع کہڑا کیا تو ٣١ آدمی بچ رہے اور اگر اس مربع
کے ضلع مین ایک آدمی اور زیادہ کہڑا کرتا تو ٢٤ آدمی اور درکار ہوتے تو بتاؤ کہ
رجمنٹ مین کتنے آدمی تہے فرض کرو کہ لا تعبیر اس مربع کی ایک ضلع کو کرتا ہے
تو لا² تعداد اُن آدمیونکی تعبیر کرتا ہے کہ مربع مین کہڑے ہین اور لا² + ٣١ رجمنٹ کے آدمیونکو
اور اگر لا + ١ آدمی ہر ایک ضلع مین ہوتے تو (لا + ١)² اُن آدمیونکو تعبیر کرتا جو مربع
مین کہڑے ہوتے اور (لا + ١)² − ٢٤ رجمنٹ کے کُل سپاہی ہوتے

اسواسطے (لا + ١)² − ٢٤ = لا² + ٣١

یعنے لا² + ٢ لا + ١ − ٢٤ = لا² + ٣١

ان دو مساوی جملون مین سے لا² کو ساقط کرو

تو ٢ لا + ١ − ٢٤ = ٣١

اسواسطے ٢ لا = ٣١ − ١ + ٢٤ = ٥٤

اسواسطی لا = $\frac{٥٤}{٢}$ = ٢٧

پس اس سے معلوم ہوا کہ رجمنٹ مین سپاہیونکی تعداد (٢٧)² + ٣١ یعنے ٧٢٩ + ٣١ یعنے ٧٦٠ ہے

(١٩٨) زید ایک مقام سے چلا اور ٧ میل ٥ گہنٹہ مین چلتا ہے اور بکر ٨ گہنٹہ کے بعد
زید سے اُسی مقام سے اُسی طرف چلا اور ٥ میل ٣ گہنٹہ مین چلتا ہے تو بتاؤ زید
کس قدر مسافت طے کر چکے گا جب اُس سے ملاقات کرے گا*

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اُن گہنٹون کو جنمین زید اُسوقت تک چلا کہ بکر سے
ملاپ ہوا تو لا − ٨ وہ گہنٹے ہونگے جنمین بکر چلا اور چونکہ زید ٥ میل ٧ گہنٹہ مین
چلتا ہے تو ایک گہنٹہ مین $\frac{٧}{٥}$ میل چلتا ہے اور اسواسطے لا گہنٹہ مین $\frac{٧ لا}{٥}$ میل چلیگا*

اور ایسے ہی بکر $\frac{۵}{۳}$ میل فی گھنٹہ چلتا ہے تو لا - ۸ گھنٹہ مین $\frac{۵}{۳}$ (لا - ۸) میل چلے گا اور جب زید و بکر کی ملاقات ہوگی تو دونو کی طے کی ہوئی مسافت مساوی ہوگی

اسواسطے $\frac{۵}{۳}(\text{لا} - ۸) = \frac{۷}{۵}\text{لا}$

ضرب ۱۵ مین دونو $۲۵(\text{لا} - ۸) = ۲۱\,\text{لا}$

یعنی $۲۵\,\text{لا} - ۲۰۰ = ۲۱\,\text{لا}$

اسواسطے $۲۵\,\text{لا} - ۲۱\,\text{لا} = ۲۰۰$

یعنے $۴\,\text{لا} = ۲۰۰$

اسواسطے $\text{لا} = \frac{۲۰۰}{۴} = ۵۰$

اسواسطے $\frac{۷}{۵}\text{لا} = \frac{۷}{۵} \times ۵۰ = ۷۰$

پس زید ستر میل چل چکیگا تب بکر اوسے ملیگا

(۱۹۹) طالب علم تناسب کے معنی حسابین سمجھہ گئے ہونگے دو سوال ایسے بہی لکھتے ہین جنمین نسبت کا کام ہوتا ہے بعض اوقات ایسی سوالات بہی آجاتے ہین

(۲۰۰) ۵۶ کو ایسے دو حصو نمین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کو دوسرے حصہ سے وہ نسبت ہو جو ۳ کو ۴ سے

فرض کرو لا تعبیر کرتا ہے پہلے حصہ کو تو ۵۶ - لا تعبیر کرے گا دوسرے حصہ کو تو ہم کو یہہ حاصل ہوگا کہ $\frac{\text{لا}}{۵۶ - \text{لا}} = \frac{۳}{۴}$

کسر سے مساوات کو صاف کرو تو $۴\,\text{لا} = ۳(۵۶ - \text{لا})$

یعنے $۴\,\text{لا} = ۱۶۸ - ۳\,\text{لا}$

اسواسطے $۷\,\text{لا} = ۱۶۸$

اور $\text{لا} = \frac{۱۶۸}{۷} = ۲۴$

پس ایک حصہ ۲۴ تو دوسرا حصہ ۵۶ - ۲۴ یعنی ۳۲ ہوا یہہ ترکیب حل کی مبتدیون کی استعداد کے موافق ہے اور اصل اوسکے حل کی مختصر ترکیب یہہ ہے کہ فرض کرو ۳ لا

ایک حصہ کو تعبیر کرتا ہے تو ۴ لا ضرور دوسرے حصہ کو تعبیر کریگا اسلئے کہ پہلا حصہ دوسرے حصہ سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسے ۳ و ۴ اور مجموعہ دونوں حصوں کا ۵۶ ہے اسلئے

۳ لا + ۴ لا = ۵۶

یعنے ۷ لا = ۵۶ اسواسطے لا = ۸

تو پہلا حصہ ۳ × ۸ یعنی ۲۴ اور دوسرا حصہ ۴ × ۸ یعنی ۳۲ ہوا

(۲۰۱) شراب کی ۱۲ بوتلوں سے اور پانی کی ۱۸ بوتلوں سے ایک چینی کا برتن بھرا ہوا ہے شراب کی ۹ بوتلوں سے اور پانی کی ۳ بوتلوں سے دوسرا کانچ کا برتن معمور ہے تو ہرایک برتن میں سے کتنی کتنی بوتلیں لیکر ملادیں کہ عرق مرکب شراب اور آب کا ایسا ہو کہ اوسمیں سات سات بوتلیں شراب کی ہوں

فرض کرو کہ لا بوتلیں چینی کے برتن میں سے نکالیں اور جو نکہ عرق مرکب ۱۴ بوتل ہے تو ۱۴ - لا بوتل دوسرے برتن میں سے لیجائینگی اور چینی کے برتن میں ۳۰ بوتل ہیں جسمیں ۱۲ بوتل شراب کی ہیں یعنی شراب $\frac{۱۲}{۳۰}$ حصہ کل کے ہیں

اسواسطے لا بوتل جو چینی کے برتن سے نکالی گئی ہیں اوسمیں $\frac{۱۲ لا}{۳۰}$ حصے بوتل شراب کی ہونگی اور ایسی ہی ۱۴ - لا بوتل جو کانچ کے برتن میں سے نکالی گئی ہیں اوسمیں $\frac{۹(۱۴-لا)}{۱۲}$ بوتل شراب ہونگی اور مرکب میں ۷ بوتل شراب ہے

تو $\frac{۱۲ لا}{۳۰} + \frac{۹(۱۴-لا)}{۱۲} = ۷$

یعنی $\frac{۲ لا}{۵} + \frac{۳(۱۴-لا)}{۴} = ۷$

اسواسطے ۸ لا + ۱۵ (۱۴ - لا) = ۱۴۰

یعنی ۸ لا + ۲۱۰ - ۱۵ لا = ۱۴۰

اسواسطے ۷ لا = ۷۰ اور لا = ۱۰

پس ۱۰ بوتل چینی کی برتن میں سے اور ۴ بوتل کانچ کے برتن میں سے لینی چاہیئے

(۲۰۲) بتاؤ کسوقت دو اور تین بجے کے بیچمین گھڑیکی دو سوئیان منطبق ایک دوسرے پر ہونگی۔ فرض کرو کہ لا تعداد منٹ مطلوبہ کی بعد ۲ بجے کے ہے تو بڑی سوئی لا حصے گھڑیکے اُسپر طے کریگی اور بڑی سوئی بہ نسبت چھوٹی سوئی کے بارہ گُنی چلتی ہے تو چھوٹی سوئی $\frac{لا}{۱۲}$ حصے لا منٹ مین چلیگی لیکن چھوٹی سوئی ۲ بجے پر دس حصہ پہلے طے کر چکی ہے تو اس لئے بڑی سوئی کو دس حصے بہ نسبت چھوٹی سوئی کے زیادہ طے کرنی چاہیئے ۔

اسلئے لا = $\frac{لا}{۱۲}$ + ۱۰

اسلئے ۱۲لا = لا + ۱۲۰

اسلئے ۱۱لا = ۱۲۰

اسلئے لا = $\frac{۱۲۰}{۱۱}$ = ۱۰$\frac{۱۰}{۱۱}$

(۲۰۳) ایک خرگوش جتنی دیر مین چار ذقند لگاتا ہے اُتنی دیر مین شکاری کُتا تین ذقند مارتا ہے لیکن شکاری کُتّے کی دو ذقند برابر خرگوش کی ۳ ذقندونکے ہین اگر خرگوش پچاس ذقند آگے شکاری کُتّے سے ہے تو بتاؤ شکاری کُتا کتنی ذقندونمین خرگوش کو پکڑیگا فرض کرو کہ ۳ لا تعبیر کرتا ہے تعداد ذقندونکو جنمین کُتا خرگوش کو پکڑیگا تو ۴ لا تعبیر کریگا خرگوش کی ذقندونکو جو ایک ہی وقت دونون لگائین گے اور فرض کرو کہ ا تعبیر کرتا ہے تعداد انچونکو جو ذقند مین خرگوش کی ہون تو ۳ا تعبیر کریگا اُن انچونکو جو ۳ ذقندونمین خرگوش کی ہون اور اسیواسطے وہ تعبیر کریگا اُن انچونکو جو شکاری کُتہ کی دو ذقندونمین ہو اسیواسطے شکاری کتہ کی ذقندمین تعداد انچونکی $\frac{۳ا}{۲}$ ہوگی تو شکاری کُتہ کی ۳ لا ذقندونمین ۳ لا × $\frac{۳ا}{۲}$ انچ ہونگے اور ۵۰ + ۴ لا ذقندونمین خرگوش کی (۵۰ + ۴ لا) ا انچ

اسیواسطے $\frac{۹ لا ا}{۲}$ = (۵۰ + ۴ لا) ا

طرفین کو ا پر تقسیم کرو

تو $\frac{۹ لا}{۲}$ = ۵۰ + ۴ لا

اسواسطے ۹ لا = ۱۰۰ + ۸ لا

اسواسطے لا = ۱۰۰

تو شکاری کُتّا ۱۰۰ × ۳ = ۳۰۰ قدین مارے تو خرگوش کو پکڑ لیگا۔ ہم نے یہان ایک علامت لا کی داخل کی ہے تا کہ مُسات آسانی سے حل ہو جاوے پہر اُسکو مساوات مین سے تقسیم کے ذریعے ساقط کر دیا ہے طالبعلم کو اِس بات کو خیال مین رکہنا چاہیے ۔

(۲۰۴) ۴ جُواری موہن سوہن رادہا کشن ۔ ملکر جوا کہیلنے بیٹھے ہر ایک پاس روپیہ تہا کسی کا کسیکے پاس کچھہ۔ موہن بیٹھتے ہی سوہن کا آدہا روپیہ جیت گیا اور سوہن ایک تہائی روپیہ رادہا کا جیت گیا اور رادہا چوتہا حصہ کشن کے روپیہ کا جیت گیا اور کشن پانچوان حصہ موہن کے روپیہ کا جیت گیا اب ہر ایک پاس تئیس تئیس ۲۳ روپیہ ہوگئے تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا روپیہ تہا فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد روپیہ کو جو کشن موہن سے جیتا تو ۵ لا موہن کا روپیہ ہوگا جو اُسکے پاس اول تہا تو ۴ لا مع اُس روپیہ کے جو سوہن کے موہن نے جیتے برابر ۲۳ روپیہ کے ہوا تو ۲۳ - ۴ لا وہ روپیہ ہوا جو موہن نے سوہن سے جیتا تہا اور چونکہ موہن نے سوہن سے آدہا روپیہ جیتا ہے تو سوہن پاس ۲۳ - ۴ لا روپیہ بعد ہارنے کے باقی رہا اور ۲۳ - ۴ لا اور وہ روپیہ جو سوہن نے رادہا سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ کے ہوتا ہے اسواسطے ۴ لا روپیہ ہوگا جو موہن رادہا سے جیتا اور چونکہ رادہا تہائی روپیہ ہارا ہے اسلئے ۱۲ لا وہ روپیہ ہوگا جو اُس پاس اول تہا اِسلئے ۸ لا وہ روپیہ ہوگا جو بعد ہارنے کے رادہا پاس رہا اور ۸ لا اور وہ روپیہ جو رادہا نے کشن سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ کے ہے اِسلئے ۲۳ - ۸ لا وہ روپیہ ہوگا جو رادہا کشن سے جیتا اور رادہا ۔ کشن سے اُسکی ایک چوتہائی روپیہ کی جیتا ہے تو ۴ (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہوگا جو کشن پاس اول تہا اور اسیواسطے ۳ (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہوا جو کشن پاس بعد ہارنے کے رہا اور ۳ (۲۳ - ۸ لا) روپیہ اور لا روپیہ جو کشن موہن سے جیتا ہے ملکر برابر ۲۳ کے ہین ۔

نو ۳ (۲۳ - ۸ لا) + لا = ۲۳

اسواسطے ۲۳ لا = ۴۶

اسواسطے لا = ۲

پس روپیہ ہر ایک پاس ۱۰ و ۳۰ و ۲۴ و ۲۸ تہا

سوالات نمبری ۲۲

(۱) ایک جنگی جہاز ۱۰ میل ہر ایک گہنٹہ مین چلنے والا ایک اور جہاز ۸ میل فی گہنٹہ کے چلنے والی سے ۱۸ میل کے فاصلہ پر تہا تو بتاؤ دوسرا جہاز کتنے میل چلیگا کہ دولہ جہاز آنکر اوسکو گرفتار کرلیگا

(۲) ۵۰ کو ایسی دو حصوں مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تین چوتہائی کو دوسرے حصے کے پانچ چہٹے حصہ پر زیادہ کرین تو ۴۰ حاصل ہون

(۳) فرضکرو کہ لندن اور ایڈن برا مین ۴۰۰ میل کا فاصلہ ہی اور ایک مسافر ایڈن برا سے چلا اور ۱۰ میل ایک گہنٹہ مین چلتا ہے اور دوسرا مسافر لندن سے چلا اور ۸ میل فی گہنٹہ چلتا ہے تو بتاؤ وہ کہان ملینگے

(۴) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اونکا حاصل تفریق ۴ ہو اور اونکے مربعون کا حاصل تفریق ۱۱۲ ہو

(۵) ۲۴ آنے ۲۴ آدمیون سے وصول ہوئے اور ان آدمیون مین کچہہ تو ۹ پائی دینے والے ۱۰ کچہہ ۱۳ ½ پائی دینے والے تہے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے کتنے کتنے آدمی تہے

(۶) ۸۴ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ جسقدر ۲۰ سے کم ہو اوسے سہ چند دوسرے حصے کی افزونی ۲۰ سے ہو

(۷) ایک شخص کے پاس ۹۸ روپئے تہے اوسنے کچہہ روپیہ اسمین سے پانچ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر دیدیا اور باقی چہہ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر اور سب کا سود ۱۵ برسمین ۸۱ روپیہ حاصل ہوئے تو بتاؤ کسقدر روپیہ پانچ روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا

(۸) ایک شخص نے کچہہ روپیہ ۴ روپیہ سیکڑہ سالانہ سود پر ایک شخص کو دیدیا دس برس سود اوس روپیہ کا اصل سے ۱۲ روپیہ کم حاصل ہوا تو بتاؤ کتنا روپیہ قرض دیا تہا

(۹) ایک شخص نے ۲۵ بیگہہ زمین ۹ روپیہ ۸؍ کو دی زمین دو قسم کی تہی جو اچہی تہی وہ ۸؍ بیگہہ کی تہی اور جو بری تہی وہ ۵؍ بیگہہ کی تو بتاؤ ہر ایک قسم کی کتنی کتنی بیگہہ تہی

(۱۰) ایک حوض مین دو موریان ایسی ہین کہ اگر دونون سے پانی آوے تو ۱۲ گہنٹہ مین وہ بہر جاوے اور اگر ایک موری سے پانی آئے تو ۲۰ گہنٹہ مین پُر ہو جائے تو بتاؤ فقط دوسری موری سے کتنی دیر مین بہر لیگا

(۱۱) ۹۰ کو ایسے چار حصو مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ پر ۲ زیادہ کرین اور دوسرے حصہ مین سے ۲ تفریق کرین اور تیسرے حصہ مین ۲ کو ضرب دین اور چوتہے حصہ کو ۲ سے تقسیم کرین تو سب صورتون مین ایک ہی حاصل ہو

(۱۲) ایک شخص نے ۴۰ سیر چاول دو قسم کے ۲؍عہ کو خریدے جو اونمین اچہی قسم کے تہے وہ ۱۰ پائی کے سیر تہے اور جو اوسسے گہٹیا چاول تہے وہ ۷ پائی سیر کے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے کتنے کتنے چاول تہے

(۱۳) ۸۸ کو ایسے چار حصو مین تقسیم کرو کہ اگر اول پر ۲ زیادہ کرین اور دوسرے سے ۲ تفریق کرین اور تیسرے کو ۴ مین ضرب دین اور چوتہی کو ۵ پر تقسیم کرین تو سب صورتونمین ایک ہی عدد حاصل ہو

(۱۴) اگر ۲۰ مرد اور ۴۰ عورتون اور ۵۰ بچون کو ۵۰ روپیہ ایک ہفتہ کی مزدوری کی دیئے جائین اور دو مردونکی مزدوری برابر ہو تین عورتونکی اجرت کے یا پانچ بچونکی محنت کے تو بتاؤ ہر ایک عورت کو فی ہفتہ کیا ملتا ہے

(۱۵) ۱۰۰ کو ایسی دو حصو مین تقسیم کرو کہ اونکے مجذورون کا حاصل تفریق ۱۰۰۰ ہو

(۱۶) دو مقامون مین ۱۵۴ میل کا فاصلہ ہے دو شخص دونو مقامون سے ملاقات کے ارادہ سے ایک ہی وقت چلے ایک شخص ۲ گہنٹہ مین ۳ میل اور دوسرا ۴ گہنٹہ مین ۵ میل چلتا ہے تو بتاؤ وہ کب ملینگے

(۱۷) ۴۴ کو ایسی دو حصو مین تقسیم کرو کہ اگر بڑے حصہ پر ۵ زیادہ کرین اور چہوٹے پر ۲ تو اونمین

نسبت ۴ و ۳ کو ہو جاوے

(۱۸) زید آدھا کام بکر سے بناتا ہے اور بکر آدھا کام عمر سے اور سب ملکر ایک کام کو ۲۴ دنمین بنا لیتے ہین تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے دنون مین اُس کام کو پورا کرین گے۔

(۱۹) ۹۰ کو ایسے چار حصو مین تقسیم کرو کہ اگر پہلے حصہ پر پانچ زیادہ کرین اور دوسرے حصہ سے چار کم کردین اور تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دین اور چوتھے کو ۲ پر تقسیم کرین تو سب ماحصل برابر ہون ؛

(۲۰) ۳ آدمی ملکر ایک کام کو ۶۰ دنمین بنا لیتے ہین اور پہلا آدمی اُنمین سے دوسرے آدمی کے کام کی تین چوتھائی بناتا ہے اور دوسرا آدمی تیسرے آدمی کے کام کی چار پانچوین حصہ بناتا ہے تو بتاؤ علیحدہ علیحدہ کتنے دنومین ہر یک کام کریگا +

(۲۱) ۶۳ کو ایسی دو حصو مین تقسیم کرو کہ اُنمین سے ایک حصہ پانچ ساتوان حصہ دوسرے کا ہو ؛

(۲۲) ایک جرنیل نے سپاہ کو شکل مربع کھڑا کیا تو ساٹھہ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع مین ایک آدمی اور زیادہ کردیا تو ۴۱ آدمیو نکی اور مانگ پڑی تو بتاؤ کتنے آدمی سپاہ مین تھے +

(۲۳) ۹۰ کو ایسے دو حصو مین تقسیم کرو کہ اُنمین سے ایک حصہ دوسری حصہ کے دو تہائی ہو

(۲۴) ایک آدمی کے پاس کچھہ انڈے تھے اُنمین سے آدھے تو پیسے کے دو دو خریدے تھے اور آدھے پیسے کے تین تین اور جب اُسنے ٹکے کے پانچ پانچ بیچڈالے تو ایک پیسے کا نقصان ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے تھے ؛

(۲۵) زید اور بکر برابر کے ہین اگر زید کی عمر پر ۲۶ سال زیادہ کرین اور بکر کی عمر پر ۲۵ برس بڑہائین تو اُنمین نسبت ایسی ہو گی جیسے ۳ اور ۴ مین ہے تو بتاؤ اُنکی عمر بالفعل کیا ہے +

(۲۶) ایک سیر چاول اور ۹ سیر گڑ کے دام ۸ ۶/ پائی ہین اور ایک سیر چاول اور ۱۵ سیر گڑ کے دام ۱۲ ۶/ پائی ہین تو بتاؤ ایک سیر گڑ کی کیا قیمت ہے ؛

(۲۷) انعام کے ۲۰۰۰ روپیئے زید و بکر مین ۷ اور ۹ کی نسبت سے ہونٹے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ملا +

(۲۸) ایک مزدور چالیس دن کے واسطے لگایا گیا اور یہ شرط ٹھہری کہ جسروز کام کریگا تو ۳ ر ۴ پائی پائے گا اور جسروز بیٹھا رہے گا ا ر ۴ پائی جرمانہ دیگا اب اُسکو کل مزدوری کے ۳ روپیہ ۵ ا ر ۴ پائی ملے تو بتاؤ اُس نے ۴۰ دنمین کتنے دنون کام کیا *

(۲۹) موہن پانچ روپیئے سوہن سے جیت کر سوہن کی برابر روپیہ مین ہوگیا لیکن جب سوہن نے اپنا روپیہ اور پانچ روپیئے اور زیادہ جیت لئے تو اُس پاس بچگنا روپیہ موہن کے روپیہ سے ہوگیا تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ تہا *

(۳۰) ۱۰۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اُنکی حاصل تفریق کا مربع دو چند حصہ خورد کے مربع سے بقدر ۲۰۰۰ کے زیادہ ہو *

(۳۱) ایک ظرف مین ایسے دو دہانے ہین کہ اگر اُنسے پانی بہرا جائے تو ایک سے ۴ ½ گھنٹہ مین اور دوسرے سے ۶ گھنٹہ مین وہ بہر جائے لیکن اُس ظرف مین ایک چہید ایسا ہے کہ اُس سے پانی نکلے تو ۵ گھنٹہ مین برتن خالی ہوجائے تو بتاؤ اگر دہانون سے پانی بہر جائے اور سوراخ سے نکلے تو کتنی دیر مین برتن بہرے گا *

(۳۲) ایک بنجارا چار آنہ سیر کے اور ڈہائی آنے سیر کے چاول ملانے چاہتا ہے اسطرح سے کہ نوسے سیر چاول ۳ ر ۲ پائی سیر کے بکجاوین تو بتاؤ ہر قسم کے چاولونمین سے کتنے کتنے سیر چاول ملائین *

(۳۳) ایک بل ۳ پونڈ ۱ شلنگ ۶ پنس کا ایک شخص نے بہنایا اور اُسکی عوض مین ہاف کرون اور فلورینس پائے اور اُنکی تعداد ۲۸ تہی تو بتاؤ کتنے سکے ہر قسم کے تہے *

(۳۴) ایک پنساری پاس ۵۶ سیر مرچین ۵ ر فی سیر والی ہین اُسمین ساڑہے تین آنہ سیر والی مرچین کسقدر ملاوے کہ ۴ ر ۴ سیر والی مرچین ساری بکجاوین *

(۳۵) ایک شخص نے مزدور کو اس شرط پر لگایا کہ جسروز کام کریگا ۲ ر پاویگا اور جسروز غیر حاضر ہوگا پون آنہ جرمانہ دیگا اوس نے دو چند روز ایام غیر حاضری سے کام کیا اور کل اپنی مزدوری دو روپیئے سات آنہ پائے تو بتاؤ کتنے دنون اُسنے کام کیا *

(۳۶) ایک پلٹن مربع کی شکل پر صف بہ صف کھڑی ہوئی اور پہر تھوڑی دیر بعد ایک اور طرح مربع کی شکل پر صف بہ صف کھڑی ہوئی تو معلوم ہوا کہ اس مربع کے ضلع مین ۵ آدمی بہ نسبت پہلے مربع کے کم تہے اور اسی اثنا مین ۲۹۵ آدمی اوس سپاہ مین سے اپنی اپنی کامون پر بہی چلے گئے تہے تو بتاؤ کسقدر سپاہی اوس پلٹن مین تھے

(۳۷) زید و بکر مین کچھ روپیہ تقسیم ہوا اسطرح سے کہ زید کا حصہ بکر کے حصہ سے وہ نسبت رکھتا تہا جو ۵ رکھتا ہے ۳ سے اور نیز زید کا حصہ کل روپیہ کے پانچ نوین حصہ سے بقدر ۱۰ روپیہ کے زیادہ تہا تو بتاؤ ہر ایک کا کیا حصہ تہا

(۳۸) چار بیٹو مین ایک شخص نے اپنی کل جائداد تقسیم کی بڑے بیٹے کا حصہ کل جائداد کی نصف سے بقدر آٹھہ سو روپیہ کے کم تہا اور دوسرے بیٹے کا حصہ جو تہائی جائداد سے بقدر ۱۲۰ روپیہ کے زیادہ تہا اور تیسرے بیٹے کی حصہ سی نصف جائداد تہی اور سب سے چھوٹے پاس دوسرے بیٹے کی جائداد کی دو تہائی تو بتاؤ ہر ایک بیٹے کو کسقدر جائداد ملی

(۳۹) موہن و سوہن برابر برابر روپیہ لیکر جوا کہیلنے بیٹھے موہن نے ۲۰ روپیہ اول جیتے لیکر جسقدر روپیہ اب اوس پاس ہوگیا اوسکا آدہا ہار گیا تب اوس پاس روپیہ نصف سوہن کے روپیہ سے ہوگیا بتاؤ ہر ایک کتنے روپئے سے جوا کہیلنے بیٹھا تہا

(۴۰) ایک عورت نے فی ۱۲ آنہ غریب فقیرو مین جنمین مرد اور عورت اور بچے سب ہی تہے تقسیم کئے ہر مرد کو ۱ اور عورت کو آدہ آنہ اور ہر بچے کو پاؤ آنہ دیا اور تعداد عورتونکی دوچند مردونکی تعداد سے بقدر ۲ کے کم تہی اور تعداد لڑکونکی عورتونکی سہ چند تعداد سے بقدر ۴ کے کم تہی تو بتاؤ فقیر کتنے تہے

(۴۱) ایک بزاز نے ۳ ر پائی گز کپڑا خریدا اور اوسمین سے ایک تہائی چار آنہ گز بحساب بیچڈالا اور ایک چوتہائی ۳ ر پائی گز اور باقی ۳ ر پائی گز اور کل اوسکو فائدہ ۴ ر ۲ پائی حاصل ہوا تو بتاؤ کپڑا کتنے گز تہا

(۴۲) ایک چرواہے نے بہیڑین طرح طرح کی ۱۴ روپیہ ۱۱ ر ۶ پائی کی خریدین ایک تہائی بہیڑین ۹ ر فی بہیڑ کے حساب سے خریدین اور چوتہائی بہیڑین فی بہیڑ ۱۱ ر کے حساب سے مول لین

اور باقی بحساب فی بہتیر ۱۲ ر کے حساب سے تو کتنی بہتیرین خریدین

(۴۳) ایک عورت نے کچھہ انڈے ٹکے کے پانچ پانچ مول لئے اور آدہے اونمین سے پیسے کی دو دو اور آدہے پیسے کی تین تین بیچ ڈالے تو ۴ پیسے اوسکو فائدہ ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے تہے

(۴۴) ۳ پائی سیر جوار کا آٹا اور ۶ پائی سیر اوڑد کا آٹا اور ۸ پائی سیر گیہون کا آٹا تہا ان سب آٹونکو اسطرح سے کہ ۲ حصے جوار کا آٹا اور ۳ حصے اُڑد کا آٹا اور چار حصے گیہون کا آٹا ملاکر گوندہا اور روٹیان پکائین تو ۲ ر ۴ پائی لاگت بیٹہی تو بتاؤ ہر ایک قسم کا آٹا کتنے کا صرف ہوا

(۴۵) پچاس دن کیلئے دو مزدور موہن و سوہن پانچ پانچ آنہ روزینہ پر کام پر لگائے گئے تہے اندنون مین موہن نے بہ نسبت سوہن کے ۶ پائی روز خرچ کم کیا اور اس کم خرچی سے موہن نے سوہن سے دوچند روپیہ بچایا اور سوا ۱ اسکے دو روز کا خرچ بہی اوسکا بچ رہا تو بتاؤ موہن ہر روز کیا خرچ کرتا تہا

(۴۶) زید و بکر کی آمدنی برابر ہے زید پانچوان حصہ آمدنی کا جمع کرتا ہے اور بکر ۸۰ روپیہ سالانہ زید سے زیادہ خرچ کرنیسے تین سال بعد سو روپیہ کا قرضدار ہوتا ہے تو بتاؤ زید کی آمدنی کیا ہے

(۴۷) ایک چاندماری پر زید و بکر نشانے گولیونسے لگاتے ہین زید کی ۱۲ گولیون مین ۸ نشانے پر لگتے ہین اور بکر کی ۱۲ گولیون مین سے ۹ اور کل نشانہ پر دونون کی گولیان ۳۲ بتیس لگین تو بتاؤ کتنی گولیان ہر ایک نے چلائین

(۴۸) دو پیپون مین شراب اور پانی ملا ہوا ہے ایک پیپہ مین شراب و پانی مقدارون مین بنسبت ۴ و ۳ کی ہے اور دوسرے مین ۲ اور ۳ کی اگر پہلے پیپہ مین ۴۸ گیلن ہون تو دوسرے مین کسقدر ہون کہ دونون پیپونکو ملاوین تو اس مرکب شراب اور آب مین آدہی شراب و آدہا پانی ہو

(۴۹) ایک زمیندار نے وصیت کی کہ اوسکے مال کا نوان حصہ مسجد کی تعمیر مین صرف ہو اور اوس سے ۲۰۰ روپیہ کم مدرسہ مین دئے جاوین اور اوس سے دو سو روپیہ کم دارالشفا مین بعد ان سب اخراجات کے ۹ بٹہ ۴ حصہ جائداد ورثا کے حصہ مین آئے تو بتاؤ جائداد کی قیمت کیا تہی

(۵۰) ایک شخص نے پوچھا کیا بجاہے دوسرے جواب پایا کہ چار بجنے مین اتنی منٹونکی دیر ہے کہ وہ دو چند ہے اُن منٹونسے کہ بعد ۲ گہنٹہ بجنے کے پون گہنٹہ پہلے گذری تہے ❊

(۵۱) دو پیپے ا د ب دو طرح کی شراب سے بہرے ہوئے تہے آ مین نسبت اُن دونون شرابون ۲ : ۷ کی اور ب مین ۲ : ۵ کی تو بتاؤ کتنی کتنی شراب دونون مین سے نکالکر ملاوین کہ اس مرکب مین ۲ گیلن پہلی قسم کی شراب کی ہون اور ۴ گیلن دوسری قسم کی ❊

(۵۲) ایک افسر نے اپنی سپاہ کو مربع کی شکل پر کہڑا کیا اور اُس مربع مین ایک مربع سپاہیونکو ایستادہ کرکے بنایا اور علی ہذا القیاس ایسے مربعے کے اندر مربع بارہ بنائے اور اونکا بیچ خالی رہا اور کل آدمی ۱۲۹۶ تہے تو بتاؤ اُس باہنی کی صف مین کتنے آدمی تہے ❊

(۵۳) ایک شخص نے ایک قطعہ زمین ۳۰ روپیہ بیگہ کے حساب سے مول لیا اور اُسمین سے ایک قطعہ کو سہ چند قیمت پر بیچڈالا تو ۵۰۱ روپیہ نقد ہاتہہ لگے اور ۲۵ بیگہہ زمین علاوہ اُسکے نفع مین بچ رہی تو بتاؤ کتنی زمین تہی ❊

(۵۴) ایک لڑائی کے ہنگامہ سے ایک سلطنت کا قرض سوایا ہوگیا - لڑائی کے بعد ایک مدت تک امن رہا اور امن کے زمانہ مین ۲۵۰۰۰۰۰ روپیہ قرض کا ادا کیا گیا جب یہہ روپیہ ادا ہوا تو سود بہی ۴ ½ روپیہ سیکڑہ سے چار روپیہ سیکڑہ قرض پر مقرر کیا گیا لیکن اب بہی اُسیقدر روپیہ سود کا دیا جاتا ہے جسقدر پہلے لڑائی سے دیا جاتا تہا تو بتاؤ پہلے کتنے روپیہ کا قرض سلطنت پر تہا

(۵۵) موہن اور سوہن برابر برابر روپیہ لیکر جوا کہیلنے بیٹہے اور یہہ بات ٹہری کہ جو بازی ہارے وہ اپنا آدہا روپیہ دے لیکن ایک روپیہ پہیرلے موہن ایک بازی ہار اگر دوسری بازی جیتا تو اُس پاس دو روپیہ بہ نسبت سوہن کے زیادہ ہوگئے اب بتاؤ ایک کتنا روپیہ لیکر بازی کہیلنے بیٹہا تہا

(۵۶) ایک گہڑی مین دو سوئیان ہین ایک تیز چلتی ہے اور ۱۲ گہنٹہ مین پورا دورہ کرلیتی ہے اور دوسری سُست چلتی ہے اور ۱۶ گہنٹہ مین چکر پورا کرلیتی ہے تو بتاؤ تیز سوئی کتنے گہنٹون مین ایک پورا چکر زیادہ بہ نسبت سُست سوئی کے کریگی ❊

(۵۷) بتاؤ ۳ و ۴ بجے کے درمیان کسوقت سوئیان گہڑی کی مقابل ایک دوسرے کے ہونگی +

(۵۸) ۳ بجے سوئیان گہنٹہ کی عمودًا ایک دوسرے پر ہین تو بتاؤ پہر کسوقت وہ عمودًا ایک دوسرے پر ہونگی +

(۵۹) کچہہ روپیہ سود پر دیا تہا آٹہہ مہینہ مین اصل مع سود کے ۲۹۷ ۳/۵ روپیہ ہوگیا اور جب اور سات مہینہ گزرے تو اصل مع سود کا روپیہ ۳۰۶ ہوگیا تو کتنا روپیہ اصل کا تہا +

(۶۰) ایک گہڑی جتنی تیز چلنی چاہیے اُتنا ہی گہنٹہ سُست چلتا ہے اور گہنٹہ کے ۷۹۹ گہنٹہ برابر گہڑی کے ۸۰۱ گہنٹہ کے ہین تو بتاؤ ایک گہنٹہ مین کتنی گہڑی تیز اور گہنٹہ کم چلتا ہے +

(۶۱) ۱۱ و ۱۲ بجے کے درمیان گہنٹہ اور منٹ کی سوئیونکا فاصلہ برابر ہے دو تہائی اُس فاصلہ کے جو اُنکے درمیان دس منٹ پیشتر تہا تو بتاؤ کیا وقت ہے +

(۶۲) ۵۰۰ روپیہ ملاکر زید اور بکر نے تجارت شروع کی اور ۱۶۰ روپیہ نفع ہوا اور اس نفع مین زید کے حصہ مین ۳۲ روپیہ زیادہ آئے تو بتاؤ ہر ایک کا کتنا کتنا روپیہ اصل سرمایہ کا تہا +

(۶۳) ایک شراب فروش پاس ۱۰ گیلن فرانسیسی برانڈی کے ہین جو آٹہہ شلنگ فی گیلن کو اوسنے خریدے ہین وہ یہ چاہتا ہے کہ انگریزی برانڈی جو فی گیلن ۳ شلنگ کو آتی ہی اُسمین ملاکر ۹ شلنگ فی گیلن بیچے تو بتاؤ کتنے گیلن انگریزی برانڈی کے ملاوے کہ ۳۰ فیصدی فائدہ اُس سرمایہ پر حاصل ہو جو دونون شرابونکے خریدنے مین لگایا ہے +

(۶۴) ایک افسر اپنی سپاہ کو ایک خالی مربع مین اسطرح سے کہڑا کر سکتا ہے کہ چار مربع کے اندر مربع بنین اور اسطرح سے بہی کہڑا کر سکتا ہے کہ آٹہہ مربع کے اندر مربع بنین سامنی کی صف مین ۱۶ آدمی بہ نسبت پہلے مربع کے کم کہڑے ہونگے تو بتاؤ تعداد آدمیونکی کیا ہوگی +

تیئیسوان باب مساوات دو مجہول کے بیان مین

(۲۰۵) فرضکرو کہ ایک مساوات ہے کہ جسمین لا اور ی دو مقداریں مجہول ہین مثلاً ۳ لا - ۷ ی = ۸ اب جو چاہین ایک مقدار مجہول کی قیمت فرض کرین اُسکے مطابق دوسرے مجہول کی قیمت

معلوم ہوجائیگی اور اسیطرح سی جتنی چاہین زوج قیمتین دریافت کرین جنسے شرائط مساوات
پوری ہوجائین مثلاً فرض کرو کہ ی = ۱ تو ۳ لا = ۱۵ اور اسواسطے

لا = ۵ اور اگر ی = ۲ تو ۳ لا = ۲۲ اسواسطی لا = ۷ ۱/۳ اور علی ہذالقیاس

فرض کرو کہ ایک اور اسی قسم کی مساوات ہی مثلاً ۲ لا + ۵ ی = ۴۴ اسلئے اسکی بہی قیمتین جتنی چاہین
دریافت کرسکتے ہین لیکن اگر ہمکو یہہ دریافت کرنا ہو کہ لا اور ی کی ایسی قیمتین ہون کہ دونون
مساوات کی شرائط کو پورا کرین تو فقط ایک ہی قیمت لا اور ی کی ایسی ہوگی جو ان دونون
مساواتون کی شرائط کو پورا کریگی اس بیان کا اثبات یہہ ہے کہ اول مساوات کو ۵ مین ضرب دو

تو ۱۵ لا - ۳۵ ی = ۴۰

اور دوسری مساوات کو ۷ مین ضرب دو

تو ۱۴ لا + ۳۵ ی = ۳۰۸

اسیواسطے جمع کرنے سے ۱۵ لا - ۳۵ ی + ۱۴ لا + ۳۵ ی = ۴۰ + ۳۰۸

یعنی ۲۹ لا = ۳۴۸

اسواسطی لا = ۳۴۸/۲۹ = ۱۲

پس دونون مساواتون کی شرطون کو پورا کرنیکے لئی ضرور ہے کہ لا برابر ۱۲ کے ہو قیمت لا کی
دونو مساواتون مین سے کسی مساوات مین رکھو مثلاً دوسری مین

تو ۲۴ + ۵ ی = ۴۴

اسواسطی ۵ ی = ۲۰

اسواسطی ی = ۴

پس ۱۲ اور ۴ قیمتین ایسی ہین کہ دونو مساواتون کی شرطون کو پورا کرتی ہین

(۲۰۶) دو یا زیادہ مساواتین جنکی شرطین مقادیر مجہول کی ایک ہی قیمتون سے پوری ہون
انکو ہم ساز کہتے ہین اس باب مین ایسی ہی مساواتون کا ذکر کرینگے جنمین دو مقدارین
مجہول آتی ہین اور انکی قوت بہی ایک ہی ہوتی ہے اور حاصلضرب بہی دو مجہول
مقدارون کا نہین آتا

(۲۰۷) تین ترکیبین ان مساواتون کے حل کرنے کی ہین مگر اصل سبکی ایک ہی ہے یعنی دونو مساواتون سے جنمین دو مجہول ہین ایک ایسی مساوات حاصل کرتے ہین کہ جسمین ایک مقدار مجہول اور مقادیر معلوم ہین سے ہوتی ہے اور اس ترکیب کو ارتفاع مقادیر مجہول کہتے ہین بس سطح ایک مجہول کی مساوات حاصل ہوتی ہے اور اوسکو موافق باب نوزدہم حل کر کے ایک مقدار مجہول کی قیمت معلوم کرتے ہین اور جب ایک مقدار مجہول کی قیمت معلوم ہوئی تو اس قیمت کو بجای مجہول کے ایک مساوات مین اون دونو مساواتون مین سے رکھتے ہین اور پھر مساوات سے دوسری مجہول کی قیمت معلوم کرتے ہین

(۲۰۸) پہلی ترکیب یہہ ہے کہ مساواتون کو ایسی اعداد مین ضرب دو کہ مثال کسی ایک مقدار مجہول کے دونو مساواتون مین جو ضرب دینے سے حاصل ہون یکسان ہو جائین تو پھر جمع یا تفریق کرنے سے ایک مساوات پیدا ہوگی جسمین فقط دوسری مقدار مجہول ہوگی اس ترکیب کو ہم دفعہ ۲۰۵ مین عمل مین لائے ہین اور ایک اور مثال لکھتے ہین

فرض کرو ۸ لا + ۷ ی = ۱۰۰

۱۲ لا − ۵ ی = ۸۸

اگر مقدار مجہول ی کو دور کرنا چاہتے ہین تو مساوات اول کو ۵ مین جو مثال ی کا دوسری مساوات مین ہے ضرب دو اور مساوات دوم کو ۷ مین جو مثال ی کی پہلی مساوات مین ہے ضرب دو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

۴۰ لا + ۳۵ ی = ۵۰۰

۸۴ لا − ۳۵ ی = ۶۱۶

اسواسطی جمع کرنے سے ۴۰ لا + ۸۴ لا = ۶۱۶ + ۵۰۰

یعنی ۱۲۴ لا = ۱۱۱۶

اسواسطی لا = ۹ اب اس قیمت لا کو مساوات معلومہ مین سے کسی مساوات مین رکھو تو مثلاً دوم

۱۰۸ − ۵ ی = ۸۸

اسواسطی ۲۰ = ۵ ی

اسواسطی ی = ۴

اب فرض کرو کہ ہم ان مساواتونکو حل کرنا مقدار مجہول لا کو دور کرکے چاہتے ہین تو اول مساوات کو ۱۲ مین اور دوسری مساوات کو ۸ مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۹۶ لا + ۸۴ ی = ۱۲۰۰

۹۶ لا − ۴۰ ی = ۸۰۴

اسواسطی تفریق کرنے سے ۸۴ ی + ۴۰ ی = ۱۲۰۰ − ۷۰۴

اسواسطی ۱۲۴ ی = ۴۹۶

اسواسطے ی = ۴

(۲۰۹) دوسری ترکیب یہہ ہے کہ کسی ایک مساوات سی قیمت کسی ایک مجہول کی دوسری مجہول کے رقمون مین دریافت کرو اور اس قیمت کو دوسرے مساوات مین رکھو مثال دفعہ گذشتہ مین ہمکو مساوات اول سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

۸ لا = ۱۰۰ − ۷ ی

اسواسطی لا = (۱۰۰ − ۷ ی) / ۸

اس قیمت لا کو مساوات دوم مین رکھا تو یہہ حاصل ہوا کہ

۱۲(۱۰۰ − ۷ ی) / ۸ − ۵ ی = ۸۸

اسلئے ۳(۱۰۰ − ۷ ی) − ۱۰ ی = ۱۷۶

یعنی ۳۰۰ − ۲۱ ی − ۱۰ ی = ۱۷۶

اسواسطی ۳۰۰ − ۱۷۶ = ۲۱ ی + ۱۰ ی

یعنی ۳۱ ی = ۱۲۴

اسواسطی ی = ۴

اور اس قیمت کو خواہ کسی مساوات مین رکھین تو لا = ۹ کی حاصل ہوگا

یا اسطرح سے حل کرو کہ پہلے مساوات سی

۷ ی = ۱۰۰ − ۸ لا

اسواسطی ی = (۱۰۰ − ۸ لا) / ۷

اس قیمت ی کو دوسری مساوات مین رکہین تو

۱۲ لا − ۵(۱۰۰ − ۸ لا) / ۷ = ۸۸

اسواسطی ۸۴ لا − ۵(۱۰۰ − ۸ لا) = ۶۱۶

یعنی ۸۴ لا − ۵۰۰ + ۴۰ لا = ۶۱۶

اسواسطی ۱۲۴ لا = ۵۰۰ + ۶۱۶ = ۱۱۱۶

اسواسطی لا = ۹

(۲۱۰) تیسری ترکیب یہہ ہے کہ ایک ہی مقدار مجہول کی قیمت دوسری مقدار مجہول کی رقمون مین ہر مساوات سی نکالو اور ان دونو جملو کو برابر لکہو مثال دفعہ بالا مین مساوات اول سے لا = (۱۰۰ − ۷ ی) / ۸ اور مساوات دوم سے لا = (۸۸ + ۵ ی) / ۱۲

اسواسطے (۱۰۰-۷ی)/۸ = (۸۸+۵ی)/۱۲

۲۴ مین ضرب دیکر کسر سے مساوات کو صاف کرو

۳(۱۰۰-۷ی) = ۲(۸۸+۵ی)

یعنی ۳۰۰-۲۱ی = ۱۷۶+۱۰ی

اسواسطے ۳۰۰-۱۷۶ = ۲۱ی+۱۰ی

یعنے ۳۱ی = ۱۲۴

اسواسطے ی = ۴

اور پہلی طرح سے لا = ۹

یا اسطرح سے حل کرو کہ مساوات اول سے ی = (۱۰۰-۸لا)/۷ اور مساوات دوم سے ی = (۱۲لا-۸۸)/۵

اسواسطے (۱۰۰-۸لا)/۷ = (۱۲لا-۸۸)/۵

اس مساوات سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۹ اور موافق سابق کے ی = ۴ بھی ہم نکالینگے

(۲۱۱) ۱۹لا-۲۱ی = ۱۰۰ و ۲۱لا-۱۹ی = ۱۴۰ کو حل کرو

(یہہ مساوات اون ترکیبون سے جو اوپر بیان ہوئین ہین حل ہوسکتی ہی لیکن ہم اوسکو اسطرح سے حل کرینگے جسے معلوم ہو کہ مساوات کی ترکیبین حل کرنیکے بعض اوقات مختصر بھی ہوجاتی ہین)

ان دونو مساواتون کے جمع کرنیسے ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

۱۹لا-۲۱ی+۲۱لا-۱۹ی = ۱۰۰+۱۴۰

یعنی ۴۰لا-۴۰ی = ۲۴۰

اسواسطے لا-ی = ۶

اور پہر اصل مساواتون کے تفریق کرنے سے

۲۱لا-۱۹ی-۱۹لا+۲۱ی = ۱۴۰-۱۰۰

یعنی ۲لا+۲ی = ۴۰

اسواسطے لا+ی = ۲۰

چونکہ لا-ی = ۶ اور لا+ی = ۲۰ تو ہمکو تفریق کرنے سے معلوم ہوگا کہ ۲لا = ۲۶ اور تفریق کرنے سے ۲ی = ۱۴

اسواسطے لا = ۱۳ و ی = ۷

(۲۱۲) آگے جبر مقابلہ مین طالبعلم کو معلوم ہوگا کہ بعض مثالین خاص ترکیبون سے مختصر طور پر بہ نسبت قواعد عامہ کے حل ہوجاتی ہین لیکن ان مختصر ترکیبون کا ذہن مین آنا مشق اور تجربہ پر

موقوف ہی اسلئے مبتدی اپنا وقت اون ترکیبون کی تلاش مین ضائع نکرین

(۲۱۳) حل کرو کہ $\frac{\text{۱۲}}{\text{لا}}+\frac{\text{۸}}{\text{ی}}=\text{۸}$ و $\frac{\text{۲۷}}{\text{لا}}-\frac{\text{۱۲}}{\text{ی}}=\text{۳}$

اگران مساواتون سی کسر دور کرین تو اونمین حاصلضرب لا اور ی کا آئیگا اسلئے وہ اس باب سے متعلق نہین رہینگے لیکن وہ ترکیب مذکور بصدر سے حل ہوسکتی ہین آگی حل اوسکا دیکہو مساوات اول کو ۳ مین ضرب دو اور مساوات دوم کو ۲ مین اور جمع کردو تو

$$\frac{\text{۳۶}}{\text{لا}}+\frac{\text{۲۴}}{\text{ی}}+\frac{\text{۵۴}}{\text{لا}}-\frac{\text{۲۴}}{\text{ی}}=\text{۲۴}+\text{۶}$$

یعنی $\frac{\text{۳۶}}{\text{لا}}+\frac{\text{۵۴}}{\text{لا}}=\text{۳۰}$

یعنی $\frac{\text{۹۰}}{\text{لا}}=\text{۳۰}$

اسواسطی $\text{۳۰ لا}=\text{۹۰}$

اسواسطے $\text{لا}=\text{۳}$

قیمت لا کی مساوات اول مین رکہو

تو $\frac{\text{۱۲}}{\text{۳}}+\frac{\text{۸}}{\text{ی}}=\text{۸}$

اسواسطی $\frac{\text{۸}}{\text{ی}}=\text{۸}-\text{۴}=\text{۴}$

اسواسطی $\text{۴ ی}=\text{۸}$ اسواسطی $\text{ی}=\text{۲}$

(۲۱۴) حل کرو $\text{ا}^2\,\text{لا}+\text{ب}^2\,\text{ی}=\text{ج}^2$ اور $\text{ا لا}+\text{ب ی}=\text{ج}$

اس مساوات مین لا اور ی مقادیر مجہول کو تعبیر کرتے ہین اور باقی حروف مقادیر معلومہ کو

دوسری مساوات کو ب مین ضرب دیکر پہلی مساوات مین سی تفریق کرو

تو $\text{ا}^2\,\text{لا}+\text{ب}^2\,\text{ی}-\text{ا ب لا}-\text{ب}^2\,\text{ی}=\text{ج}^2-\text{ب ج}$

یعنی $\text{ا}\,(\text{ا}-\text{ب})\,\text{لا}=\text{ج}\,(\text{ج}-\text{ب})$

اسواسطی $\text{لا}=\frac{\text{ج}\,(\text{ج}-\text{ب})}{\text{ا}\,(\text{ا}-\text{ب})}$ اس قیمت لا کو مساوات دوم مین رکہو تو

$$\frac{\text{ا ج}\,(\text{ج}-\text{ب})}{\text{ا}\,(\text{ا}-\text{ب})}+\text{ب ی}=\text{ج}$$

اسواسطی $\text{ب ی}=\text{ج}-\frac{\text{ج}\,(\text{ج}-\text{ب})}{\text{ا}-\text{ب}}=\frac{\text{ج}\,(\text{ا}-\text{ب})-\text{ج}\,(\text{ج}-\text{ب})}{\text{ا}-\text{ب}}=\frac{\text{ج}\,(\text{ا}-\text{ج})}{\text{ا}-\text{ب}}$

اسواسطی $\text{ی}=\frac{\text{ج}\,(\text{ا}-\text{ج})}{\text{ب}\,(\text{ا}-\text{ب})}=\frac{\text{ج}\,(\text{ج}-\text{ا})}{\text{ب}\,(\text{ب}-\text{ا})}$

جس طرح قیمت لا کی دریافت کی ہے اوسیطرح قیمت ی کی بہی دریافت کرلو

امثلہ نمبری ۲۳

(۱) $\text{۳ لا}-\text{۴ ی}=\text{۲}$ و $\text{۷ لا}-\text{۹ ی}=\text{۷}$

(۲) ۷لا − ۵ی = ۲۴ ، ۴لا − ۳ی = ۱۱

(۳) ۳لا + ۲ی = ۳۲ ، ۲۰لا − ۳ی = ۱

(۴) ۱۱لا − ۷ی = ۳۷ ، ۸لا + ۹ی = ۴۱

(۵) ۷لا + ۵ی = ۶۰ ، ۱۳لا − ۱۱ی = ۱۰

(۶) ۶لا − ۷ی = ۴۲ ، ۷لا − ۶ی = ۷۵

(۷) ۱۰لا + ۹ی = ۲۹۰ ، ۱۲لا − ۱۱ی = ۱۳۰

(۸) ۳لا − ۴ی = ۱۸ ، ۳لا + ۲ی = ۰

(۹) ۴لا − ی/۲ = ۱۱ ، ۲لا − ۳ی = ۰

(۱۰) لا/۳ + ۳ی = ۷ ، (۴لا − ۲)/۵ = ۳ی − ۴

(۱۱) ۶لا − ۵ی = ۱ ، ۷لا − ۴ی = ۸½

(۱۲) ۲لا + (ی − ۲)/۵ = ۲۱ ، ۴ی + (لا − ۴)/۶ = ۲۱

(۱۳) ۳لا/۱۹ + ۵ی = ۱۳ ، ۲لا + (۴ − ۷ی)/۲ = ۳۳

(۱۴) لا/۷ + ی/۱۴ = ۱۰½ ، ۲لا − ی = ۷

(۱۵) (لا + ی)/۳ + (لا − ی)/۲ = ۹ ، لا/۲ + (لا + ی)/۹ = ۵

(۱۶) ۳لا/۴ − ۲ی/۳ = ۱ ، ۷لا/۳ + ۵ی/۶ = ۶

(۱۷) (لا + ی)/۳ + لا = ۱۵ ، (لا − ی)/۵ + ی = ۶

(۱۸) ۷لا/۶ + ۵ی/۳ = ۳۴ ، ۷لا/۸ + ۳ی/۴ = ۵ی/۸ + ۱۲

(۱۹) (لا + ی)/۸ + (لا − ی)/۶ = ۵ ، (لا + ی)/۴ − (لا − ی)/۳ = ۱۰

(۲۰) ۲لا/۳ + ۳ی/۲ = ۱۶¼ ، ۳لا/۲ − (لا ی)/۳ = ۱۶¼

(۲۱) (لا − ۱)/۸ + (ی − ۲)/۵ = ۲ ، ۲لا + (۲ی − ۵)/۳ = ۲۱

(۲۲) ۷لا/۴ + ۵ی/۸ = ۲۰ ، ۳لا/۵ + ۷ی/۴ = ۲لا − ۷

ان مساواتوں میں لا اور ی کی قیمتیں دریافت کرو

(۲۳) (۲لا + ۳ی)/۵ = ۱۰ − ی/۳ و (۴ی − ۳لا)/۶ = ۳لا/۴ + ۱

(۲۴) (۱ − ۳لا)/۷ + (۳ی − ۱)/۵ = ۲ و (۳لا + ی)/۱۱ + ی = ۹

(۲۵) ۲(۲لا + ۳ی) = ۳(۲لا − ۳ی) + ۱۰
۴لا − ۳ی = ۴(۶ی − ۲لا) + ۳

(۲۶) ۳لا + ۹ی = ۲٫۴ و ۰٫۱لا − ۶ : ی = ۳ :

(۲۷) ٫۳لا + ۱٫۲۵ی = لا − ۶ و ۳لا − ٫۵ی = ۲۸ − ۲٫۵ی

(۲۸) ٫۸لا − ۱٫۱ی = ٫۳۳ و ۱٫۲لا + ٫۷ی = ۳٫۵۴

(۲۹) ۹/لا − ۴/ی = ۱ و ۱۸/لا + ۲۰/ی = ۱۶

(۳۰) لا − ۴ی = ۷ و لا/۳ی + ۱۱/۱۰ = (۴لا − ۵ی)/۵ی

(۳۱) (لا + ۱)/(ی − ۱) − (لا − ۱)/ی = ۲/ی و لا − ی = ۱

(۳۲) ۴لا + ی = ۱۱ و ی/۵لا = (۷لا − ی)/۳لا − ۲۳/۱۵

(۳۳) (لا + ی/۲ − ۳)/(لا − ۵) + ۷ = ۰ و (۳ی − ۱۰)(لا − ۱)/۶ + (لا − ی)/۴ + ۱ = ۰

(۳۴) لا/ا + ی/ب = ۲ و ب لا − ا ی = ۰

(۳۵) لا + ی = ا + ب و ب لا + ا ی = ۲ اب

(۳۶) لا/ا + ی/ب = ۱ و لا/ب + ی/ا = ۱

(۳۷) (ا + ح) لا − ب ی = ب ح و لا + ی = ا + ب

(۳۸) لا/ا + ی/ب = ح و لا/ب − ی/ا = ۰

(۳۹) لا + ی = ح و ا لا − ب ی = ح (ا − ب)

(۴۰) ا (لا + ی) + ب (لا − ی) = ۱ و ا (لا − ی) + ب (لا + ی) = ۱

(۴۱) (لا − ا)/ب + (ی − ب)/ا = ۰ و (لا + ی − ب)/ا + (لا − ی − ا)/ب = ۰

(۴۲) (ا + ب) لا − (ا − ب) ی = ۴ اب و (ا − ب) لا + (ا + ب) ی = ۲ ا۲ − ۲ ب۲

(۴۳) لا/(ا + ب) + ی/(ا − ب) = ۲ ا و (لا − ی)/۴اب = (لا + ی)/(ا۲ + ب۲)

(۴۴) (ا + ک) لا + (ب − ک) ی = ح و (ب + ق) لا + (ا − ق) ی = ق

چوبیسوان باب دو مجہول سے زیادہ مجہول کی مساواتین

(۲۱۵) اگر تین مساواتین درجہ اول کی ہون اور اونمین تین مقدارین مجہول ہون تو اونمین دو مساواتین کوئی سی لیلو اور اونسے ایک مساوات موافق ترکیب باب گذشتہ کی ایسی حاصل کرو کہ اوسمین دو مجہول مقدارین ہون اور پہر تیسری مساوات اوران دو اصل مساواتون مین سے ایک مساوات لیکر اونسے ایسی مساوات حاصل کرو کہ اوسمین وہی دو مقدارین مجہول ہون جو پہلی مساوات حاصل شدہ مین تہین پس اسیطرح دو مساواتین دو مجہول کی حاصل ہوجائینگی جنسے قیمت دو مجہول کی موافق باب گذشتہ کی حاصل ہو سکینگی اور جب دو مقدارون مجہول کی قیمت معلوم ہوگئی تو اونکو کسی ایک مساوات مین رکہکر تیسرے مجہول کی قیمت دریافت کرلو

(۲۱۶) حل کرو ۷ لا + ۳ ر + ۲ ی = ۱۶ (۱)

۲ لا + ۵ ر + ۳ ی = ۳۹ (۲)

۵ لا − ر + ۵ ی = ۳۱ (۳)

حوالہ دینے کی آسانی کیلئے (۱) (۲) (۳) مساواتون پر نمبر ڈال لئے ہین ان نمبرونسے حوالے اسکے حل مین لکہے جائینگے

(۱) کو ۳ مین اور (۲) کو ۲ مین ضرب دو تو

۲۱ لا + ۹ ر − ۶ ی = ۴۸

۴ لا + ۱۰ ر + ۶ ی = ۷۸

اسواسطے جمع کرنیسے ۲۵ لا + ۱۹ ر = ۱۲۶ ۔۔۔۔ (۴)

(۱) کو ۵ مین اور (۳) کو ۲ مین ضرب دو تو

۳۵ لا + ۱۵ ر − ۱۰ ی = ۸۰

۱۰ لا − ۲ ر + ۱۰ ی = ۶۲

اسواسطے جمع کرنیسے ۴۵ لا + ۱۳ ر = ۱۴۲ ۔۔۔۔ (۵)

اب ہمکو قیمت لا اور ر کی (۴) اور (۵) سے دریافت کرنی باقی ہے

(۴) کو ۹ مین اور (۵) کو ۵ مین ضرب دو تو

۲۲۵ لا + ۱۷۱ ر = ۱۱۳۴

۲۲۵ لا + ۶۵ ر = ۷۱۰

اسواسطے تفریق کرنیسے ۱۰۶ ر = ۴۲۴

اسواسطے ء = ۴

قیمت ء کو (۴) مین رکھو تو ۲۵ لا + ۷۶ = ۱۲۶

اسواسطے ۲۵ لا = ۱۲۶ − ۷۶ = ۵۰

اسواسطے لا = ۲

لا اور ء کی ان قیمتون کو مساوات (۱) مین رکھو تو

۱۴ + ۱۲ − ۲ ی = ۱۶

اسواسطے ۲ ی = ۱۰

اسواسطے ی = ۵

(۲۱۷) حل کرو ۱/لا + ۲/ء − ۳/ی = ۱ ... (۱)

۵/لا + ۴/ء + ۶/ی = ۲۴ ... (۲)

۷/لا − ۸/ء + ۹/ی = ۱۴ ... (۳)

(۱) کو ۲ مین ضرب دیکر حاصل کو (۲) کے ساتھ جمع کرو تو

۲/لا + ۴/ء − ۶/ی + ۵/لا + ۴/ء + ۶/ی = ۲ + ۲۴

یعنی ۷/لا + ۸/ء = ۲۶ ... (۴)

(۱) کو ۳ مین ضرب دو اور حاصل کو (۳) کے ساتھ جمع کرو تو

۳/لا + ۶/ء − ۹/ی + ۷/لا − ۸/ء + ۹/ی = ۳ + ۱۴

یعنی ۱۰/لا − ۲/ء = ۱۷ ... (۵)

(۵) کو ۴ مین ضرب دیکر حاصل کو (۴) پر زیادہ کرو تو

۴۰/لا − ۸/ء + ۷/لا + ۸/ء = ۶۸ + ۲۶

یعنی ۴۷/لا = ۹۴

اسواسطے ۴۷ = ۹۴ لا

اسواسطے لا = ۴۷/۹۴ = ۱/۲

اس قیمت لا کو (۵) مین رکھو تو ۲۰ − ۲/ء = ۱۷

اسواسطے ۲/ء = ۲۰ − ۱۷ = ۳

اسواسطے ء = ۲/۳

ان لا اور ی کی قیمتون کو (۱) مین رکھو تو ۲ + ۳ - ۳/ی = ۱

اسواسطی ۳/ی = ۴

اسواسطے ی = ۳/۴

(۲۱۸) لا/ا + ء/ب = ۳ . . . (۱)

ء/ب + ی/ح = ۵ (۲)

لا/ا + ی/ح = ۴ (۳)

مساوات (۱) مین سے (۲) کو تفریق کرو ء/ب + ی/ح - لا/ا - ء/ب = ۵ - ۳

یعنی ی/ح - لا/ا = ۲ (۴) اب (۴) کو (۳) مین سے تفریق کرو تو ۲لا/ا = ۲

اسواسطی لا/ا = ۱ اسواسطے لا = ا

اور (۴) اور (۳) کے جمع کرنیسے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

۲ی/ح = ۶

اسواسطی ی/ح = ۳ اسواسطی ی = ۳ح

اور (۱) مین لا کی قیمت رکھنے سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ء = ۲ب

(۲۱۹) اگر تعداد مساواتون کی اور مجہول کی مقدارون کی تین سے زیادہ ہو تو اونکے حل کرنے کی بہی یہی ترکیب ہے

امثلہ نمبری ۲۴

(۱) لا + ۳ء + ۲ی = ۱۱ ، ۲لا + ء + ۳ی = ۱۴ ، ۳لا + ۲ء + ی = ۱۱

(۲) ۵لا - ۶ء + ۴ی = ۱۵ ، ۷لا + ۴ء - ۳ی = ۱۹ ، ۲لا + ء + ۶ی = ۴۶

(۳) ۴لا - ۵ء + ی = ۶ ، ۷لا - ۱۱ء + ۲ی = ۹ ، لا + ء + ۳ی = ۱۲

(۴) ۷لا - ۳ء = ۳۰ ، ۹ء - ۵ی = ۳۴ ، لا + ء + ی = ۳۳

(۵) ۳لا - ء + ی = ۱۷ ، ۵لا + ۳ء - ۲ی = ۱۰ ، ۷لا + ۴ء - ۵ی = ۳

(۶) لا + ء + ی = ۵ ، ۳لا - ۵ء + ۷ی = ۷۵ ، ۹لا - ۱۱ی + ۱۰ = ۰

(۷) لا + ۲ء + ۳ی = ۶ ، ۲لا + ۴ء + ۲ی = ۸ ، ۳لا + ۲ء + ۸ی = ۱۰۱

(۸) (۶ء - ۴لا)/(۳ی - ۷) = ۱ ، (۵ی - لا)/(۲ء - ۳ی) = ۱ و (ء - ۲ی)/(۳ء - ۲لا) = ۱

(۹) $\frac{لا}{۶}+\frac{۲ ء}{۷}=\frac{۳ ء+۴ ی}{۸}=\frac{۵ لا+۶ ی}{۹}$ و لا + ء - ی = ۱۲۶

(۱۰) $\frac{۱}{لا}-\frac{۱}{ء}=\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{ء}+\frac{۱}{ی}=۳\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۴}{لا}+\frac{۳}{ء}=\frac{۴}{ی}$

(۱۱) ء + ی = ا و ی + لا = ب و لا + ء = ح

(۱۲) لا + ء + ی = ا + ب + ح و لا + ا = ب + ء = ی + ح

(۱۳) ء + ی - لا = ا و ی + لا - ء = ب و لا + ء - ی = ح

(۱۴) $\frac{لا}{ا}+\frac{ء}{ب}+\frac{ی}{ح}=۱$ و $\frac{لا}{ا}+\frac{ء}{ح}+\frac{ی}{ب}=۱$ و $\frac{لا}{ب}+\frac{ء}{ا}+\frac{ی}{ح}=۱$

(۱۵) $\frac{ا}{لا}+\frac{ب}{ء}+\frac{ح}{ی}=۳$ و $\frac{ا}{لا}+\frac{ب}{ء}-\frac{ح}{ی}=۱$ و $\frac{۲ ا}{لا}-\frac{ب}{ء}-\frac{ح}{ی}=۰$

(۱۶) و + لا + ء + ی = ۱ اور و + لا = ۲ ء + ی - ۱ اور ۳ و - لا + ۲ ء + ۲ ی = ۱۹

$\frac{و}{۲}+\frac{لا}{۳}+\frac{ء}{۵}+\frac{ی}{۴}=۴$

پچیسواں باب ایک مجہول سے زیادہ مجہول کے سوالات

(۲۲۰) اب ہم چند سوال لکھتے ہیں جن سے کہ مساوات ہمزاد درجہ اول کی ایک مجہول سے زیادہ مجہولوں کی پیدا ہوتی ہے

سوالات

ایسی کسر دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ۲ زیادہ کریں تو کسر برابر $\frac{۲}{۳}$ کی ہو جائے اور نسب نما پر ۴ زیادہ کریں تو وہ کسر برابر $\frac{۱}{۲}$ کے ہو جائے

فرض کرو کہ شمار کنندہ کو لا اور نسب نما کو ء تعبیر کرتا ہے تو موافق شرائط سوال کے

$\frac{لا+۲}{ء}=\frac{۲}{۳}$ اور $\frac{لا}{ء+۴}=\frac{۱}{۲}$

مساواتوں سے کسریں دور کرو تو

۳ لا - ۲ ء = - ۶ (۱)

۲ لا - ء = ۴ (۲)

(۱) کو ۲ میں ضرب دیکر (۲) سے تفریق کرو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۷ لا - ۴ ی - ۶ لا + ۴ ی = ۱۶ + ۱۲

یعنے لا = ۲۸

اس قیمت لا کو (۱) مین رکہو تو ۸۴ - ۲ ی = - ۶

اسواسطی ۲ ی = ۹۰ اسواسطی ی = ۴۵

پس اسنے معلوم ہوا کہ کسر مطلوب ۲۸/۴۵ ہے

(۲۲۱) اتنے آدمیونمین اتنا روپیہ برابر برابر تقسیم ہوا کہ چہہ آدمی اور ہوتے تو ہر آدمی کے حصہ مین دو روپیہ کم آتے اور اگر ۳ آدمی نہ ہوتے تو ہر آدمی کے حصہ مین دو روپیہ زیادہ آتے اب بتاؤ کتنے آدمی تہے اور ہر ایک کی حصہ مین کیا آیا تہا

فرض کرو کہ ادمیوں کی تعداد کو لا تعبیر کرتا ہے ور ی روپیہ کی تعداد کو جو ہر ایک کے حصہ مین آیا تو لا ی تعداد کل روپیہ کی ہوگی جو تقسیم ہوا اور بموجب شرائط سوال کے

(لا + ۶) (ی - ۲) = لا ی (۱)

(لا - ۳) (ی + ۲) = لا ی (۲)

اول مساوات سی ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے

لا ی + ۶ ی - ۲ لا - ۱۲ = لا ی

اسواسطے ۶ ی - ۲ لا = ۱۲ (۳)

مساوات (۲) سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

لا ی + ۲ لا - ۳ ی - ۶ = لا ی

اسواسطی ۲ لا - ۳ ی = ۶ (۴)

(۴) اور (۳) کو جمع کرنیسے ۳ ی = ۱۸ اسواسطی ی = ۶

قیمت ی کو (۴) مین رکہو تو

۲ لا - ۱۸ = ۶

اسواسطے ۲ لا = ۲۴ اسواسطی لا = ۱۲

اسنے معلوم ہوا کہ وہان ۱۲ آدمی تہے اور ہر ایک کے حصہ مین ۶ روپیہ آئے تہے

(۲۲۲) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور پچگنہ اپنے ہندسون کے مجموعہ سے ہے اور اگر ۹ اوسپر زیادہ کئی جائین تو اوسکے ہندسے معکوس ہوجاتے ہین اس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا دہائی کے مرتبہ کو اور ی اکائی کے مرتبون کو تعبیر کرتا ہے تو

۱۰ لا + ی وہ عدد ہوگا اور بموجب شرط سوال کے عدد پچگنہ اپنے ہندسون سے ہے

تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۱۰ لا + ی = ۵ (لا + ی) (۱)

اور جب ۹ اوسپر زیادہ کرتے ہین تو صورت مراتب بدل جاتی ہین یعنی ۱۰ ی + لا وہ عدد ہوجاتا ہے اسواسطے

۱۰ لا + ی + ۹ = ۱۰ ی + لا (۲)

(۱) مساوات سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۵ لا = ۴ ی (۳)

اور مساوات (۲) سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۹ لا + ۹ = ۹ ی اسواسطے لا + ۱ = ی

اس قیمت ی کو (۳) مین رکھو کہ ۵ لا = ۴ لا + ۴

اسواسطے لا = ۴

تو (۳) سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ی = ۵

اس سے معلوم ہوا کہ عدد مطلوب ۴۵ ہے

(۲۲۳) ایک مسافر گاڑی ریل پر ایک گہنٹہ چلکر ۲ منٹ ٹھہر گئی اور پہر اپنی پہلی چال کے چہہ پانچوین حصہ کی برابر چال سے تیز چلنی شروع ہوئی تو ۸ منٹ دیر کر منزل مقصود پر پہونچی اب جہان ٹھہری تہی اگر اوس سے ۵ میل آگے چلکر ٹھہرتی تو ۲ منٹ اور دیر کر پہونچتی تو بتاؤ مسافر گاڑی کی رفتار کیا ہے اور فاصلہ جو اوسنے طے کیا کتنا ہے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے گاڑی کی اصل رفتار فی گہنٹہ کو اور ی تعبیر کرتا ہے تمام فاصلہ کو جو وہ طے کرتی ہے تو ی - ۵ لا اوس فاصلہ کو تعبیر کریگا جو ٹھہرنے کے

بعد طے کرنا پڑیگا اور یہہ فاصلہ اصلی رفتار سے $\frac{ی - ۵ لا}{۵ لا}$ گھنٹہ مین طے ہوتا اور جب اوس نے
اپنی رفتار زیادہ کی ہے تو $\frac{ی - ۵ لا}{۶ لا}$ گھنٹہ مین طے ہوگا اور چونکہ گاڑی ۴۲ منٹ ٹھہری
ہے اور ۵۱ منٹ دیر کرکے پہنچی ہے تو جو فاصلہ باقی طے کرنا رہا تھا اوسکو اپنی اصلی رفتار کی نسبت رفتار
زیادہ کرکے ۹ منٹ کم مین طے کرلیا ہے اور ۹ منٹ $\frac{۹}{۶۰}$ گھنٹہ کے برابر ہین اسلئے

$$\frac{ی - ۵ لا}{۶ لا} = \frac{ی - ۵ لا}{۵ لا} - \frac{۹}{۶۰} \qquad (۱)$$

اور اگر پانچ میل اور آگے چلکر وہ ٹھہرتی تو ی - ۵ لا - ۵ مسافت طے کرنی باقی رہتی توہمکو یہہ مساوات حاصل ہوتی کہ

$$\frac{ی - ۵ لا - ۵}{۶ لا} = \frac{ی - ۵ لا - ۵}{۵ لا} - \frac{۷}{۶۰} \qquad (۲)$$

مساوات (۲) کو مساوات (۱) مین تفریق کرو تو

$$\frac{۵}{۶ لا} = \frac{۵}{۵ لا} - \frac{۲}{۶۰}$$

اسواسطی $۵۰ = ۶۰ - ۲ لا$

اسواسطے $۲ لا = ۱۰$

اور $لا = ۵$

اب قیمت لا کی مساوات (۱) مین رکھو تو مساوات حل کرنیسی دریافت ہوگا کہ $ی = ۴۷\frac{۱}{۲}$

(۲۴۴) زید وبکر وعمر ملکر ایک کام کو ۳۰ دنمین اور زید وبکر ملکر اوس کام کو ۳۲ دن مین اور بکر وعمر ملکر ۱۲۰ دنمین پورا بنا لیتے ہین تو بتاؤ ہر ایک علحدہ علحدہ کتنے کتنے دنونمین اوس کام کو پورا کریگا

فرضکرو کہ لا تعبیر کرتا ہی دنون کو جنمین زید اکیلا کام کو پورا کرتا ہے اور ز تعبیر کرتا ہی دنونکو جنمین اکیلا بکر پورا کرتا ہی اور ی تعبیر کرتا ہی دنونکو جنمین عمر پورا کام اکیلا بناتا ہی تو ہمکو یہہ مساواتین حاصل ہونگی

$$\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ز} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۳۰} \qquad (۱)$$

$$\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ز} = \frac{۱}{۳۲} \qquad (۲)$$

$$\frac{۱}{ز} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۱۲۰} \qquad (۳)$$

مساوات (۲) مساوات (۱) مین سے تفریق کرو تو

$$\frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۳۰} - \frac{۱}{۳۲} = \frac{۱}{۴۸۰}$$

اور (۳) کو (۱) سے تفریق کرو تو

۱/لا = ۱/۳۰ - ۱/۱۲۰ = ۱/۴۰

اسواسطی لا = ۴۰ اور ی = ۴۸۰ ان قیمتون کو کسی مثالات مین رکھنے سے دریافت ہوگا کہ ہ = ۱۶۰

(۲۲۵) سوالات ایسی بہی ہوتے ہین کہ اونمین مقادیر مجہولہ کو کم و بیش حروف سے تعبیر کرکی کئی کئی طرحسے حل کرتے ہین مثلاً ایک سیدہا سا سوال ہے کہ دو عدد ایسی دریافت کرو کہ ایک عدد دوسرے عدد کی دو تہائی ہو اور مجموعہ اونکا ۱۰۰ ہو اب اوسکے حل کرنیکی کئی ترکیبین ہین اول ترکیب فرضکرو کہ لا بڑے عدد کو تعبیر کرتا ہے اور ی چہوٹے عدد کو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

ی = ۲/۳ لا اور لا + ی = ۱۰۰

دوسری ترکیب فرضکرو لا بڑی عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا چہوٹے عدد کو تعبیر کریگا اسواسطی

۱۰۰ - لا = ۲لا/۳

تیسری ترکیب فرض کرو کہ بڑا عدد ۳لا ہے تو چہوٹا عدد ۲لا ہوگا

تو ۲لا + ۳لا = ۱۰۰

ان سب عملونمین سے جس عمل کو تکمیل کے ساتہہ کرینگے اوسے دریافت ہوگا کہ اعداد مطلوبہ ۶۰ و ۴۰ ہین پس اسی طالبعلم کو معلوم ہوگا کہ اس باب کی آخر مین بعض سوال ایسے ہین کہ مقدار مجہول کو صرف ایک حرف سی تعبیر کرکے حل ہوتے ہین علے ہذالقیاس باب بست و دوم کے آخر مین ایسی سوالات ہین کہ وہ بذریعہ دو حروف کی حل ہوتے ہین غرض عام قاعدہ یہہ ہے کہ جب بہت سی حروف مقادیر مجہول کی تعبیر کرنیکے لئی فرض کئے جاتے ہین تو تطویل عمل مین ہوتی ہے مگر بتدریج اونمین عمل خوب صحت اور آسانی سے ہوتا ہے اسلئے مبتدی کی لئے یہی مناسب ہے کہ وہ بہت حروف سی مقادیر مجہولہ کو تعبیر کرکے سوالات کو حل کیا کرے مبتدی کی لئے یہہ اچہی مشق ہے کہ وہ دفعہ ۲۰۴ مین چار حروف سے چارون مقادیر مجہولہ کو تعبیر کرکے سوال کو حل کرے

امثلہ نمبری ۲۵

(۱) اگر زید کے روپیہ مین ۶۳ روپیہ ملادین تو اوس پاس بکر کے روپیہ سے سہ چند روپیہ ہوجاتے ہین اور اگر بکر کے روپیہ مین سے پانچ روپیہ نکالڈالین تو اوس پاس آدہا زید کے روپیہ سے رہ جاتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کیا ہے

(۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ ایک اونین سے پورا اور دوسرا آدہا ملکر ۲ کی برابر ہو اور دوسرا پورا اور پہلے کی تہائی ملکر بہی ۲۰ ہی کے برابر ہو

(۳) اگر بکر زید کو ۲ روپیہ دیدے تو دونون پاس برابر برابر روپیہ ہوجائین اور اگر زید بکر کو ۲۲ روپیہ دیدے تو بکر پاس روپئے زید سے دوچند ہوجائین تو بتاؤ ہر ایک پاس حقیقت مین روپیہ کتنا تہا

(۴) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدہا اور دوسرے کی تہائی ملکر ۳۲ ہو اور پہلے کی چوتہائی اور دوسرے کا پانچوان حصہ ملکر برابر ۱۸ کے ہو

(۵) ایک شخص نے ۸ سیر چاول اور ۳ سیر مونگ ۱۲ کو خریدے اور پہر اوسی بہاؤ سے پانچ سیر چاول اور ۴ سیر مونگ ۱۰ پائی کو خریدے تو بتاؤ مونگ اور چاول کی فی سیر کیا قیمت ہے

(۶) سات برس پہلے زید کی عمر بکر کی عمر سے سہ چند تہی اور سات برس بعد زید کی عمر بکر کی عمر سے دوچند ہوگی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۷) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر ایک زیادہ کرین تو $\frac{1}{3}$ ہوجاوے اور نسب نما پر ایک زیادہ کرین تو $\frac{1}{4}$ ہوجاوے

(۸) ایک بلی ہے ایک حصہ اوسکا زمین مین نیچے گڑا ہے اور دوسرا اوپر ہے اوپر حصہ کے لنبائی کو نیچے کے حصہ کی لنبائی سے ایسی نسبت ہے جیسے کہ ۵ کو ۶ سے اور نوگنا اوپر کا حصہ اور تیرہ گنا نیچے کا حصہ ملکر کل بلی کے طول کے گیارہ گنے سے بقدر ۳۶ انچہ کے زیادہ ہے تو دونون حصون کا طول دریافت کرو۔

(۹) ایک شخص نے سوا آٹھہ آنہ کے آنب اور پہوٹین مول لین آنب پیسہ کے چار چار اور پہوٹین پیسے کی پانچ پانچ خریدین اور اونمین سے آدہے آنب اور تہائی پہوٹین اوسی قیمت سے کہ مول لئے تہے ۳ ۲ کو بیچڈالین تو بتاؤ کتنے آنب تہے اور کتنی پہوٹین

(۱۰) ایک بنئے کے پاس دو قسم کے گیہون تہے ایک کہرے اور دوسرے بُرے جب وہ دو سیر کہرے گیہوں مین تین سیر بُرے گیہون ملاتا تو ۱۰ ۱ر کے سیر گیہون بکجاتے اور جب سات سیر کہری اور آٹھہ سیر بُرے گیہون ملاتا تو ۱۰ ۱ر پائی کے سیر گیہون بکجاتے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے گیہون کی فی سیر کی کیا قیمت تہی

(۱۱) ایک شخص نے ۳۰ من گیہون اور ۴۰ من جوار ۱۲۶ روپیہ ۱۴ ر کو ایک شخص کے ہاتہہ بیچے اور دوسرے کے ہاتہہ ۵۰ من گیہون اور ۳۰ من جوار ۱۲۱ روپیہ ۴ آنہ کو تو قیمت فی من گیہون اور جوار کی دریافت کرو

(۱۲) ایک شخص پاس ۲۸ سیر چاول ۲ رہ پائی کے سیر بہاؤ کے ہین انہین وہ دو اور قسم کے چاول ایک ۳ ر سیر دوسرے ۴ ر کے سیر ملاکر یہہ چاہتا ہے کہ ۱۰۰ سیر چاول ۳ ر ۴ پائی کے سیر بکجاوین تو بتاؤ دو اور قسم کے چاول کتنے کتنے سیر ملاوین

(۱۳) موہن اور سوہن نے دس روپیہ کی بازی بدی اب اگر موہن ہاریگا تو تو دونو پاس برابر روپیہ ہوجائیگا اور اگر سوہن ہاریگا تو سوہن کا روپیہ موہن کے روپیہ سے آدہا ہوجائیگا تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۱۴) ایک عدد ایسی دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ایک زیادہ کرین اور نسب نما مین سے ایک تفریق تو وہ برابر ا کے ہوجائے اور اگر شمار کنندہ پر نسب نما زیادہ کرین اور نسب نما مین سے شمار کنندہ تفریق تو برابر ۳ کے ہوجائے

(۱۵) ایک سیدہ مین چوبین برابر برابر فاصلہ پر کہڑی ہوئی ہین اگر ان چوبون کی دو چند تعداد پر فاصلہ جو مابین دو متصل کے چوبون کے ہے فٹون سے تعبیر کر کے زیادہ کرین

تو حاصل جمع ۶۸ ہوتا ہے اور اگر دو متصل کی چوبون کی چوچند فاصلہ کو فٹون مین تعبیر کر کے اوسمین سے نصف تعداد چوبون کی کم کر دین تو باقی ہی ۴۰ ہوتے ہین تو بتاؤ دونو سڑکون جو چوبین لگی ہوئین اونمین کیا فاصلہ ہے

(۱۶) ایک شخص روپیہ کچھہ لیکر فقیرونمین تقسیم کرنے لگا اوسنے سوچا کہ اگر پانچ پانچ روپیہ ہر فقیر کو دیتا ہون تو ۱۰ روپیہ کی اور ضرورت پڑیگی اسلئے چار چار روپیہ ہر یک فقیر کو دئے تو پانچ روپیہ بچ رہے تو بتاؤ کتنے فقیر تھے اور کتنے روپیہ

(۱۷) یار لوگ شرابخانہ مین شراب پینے گئے جب دام شراب کے دینے لگے تو اونہین یہہ خیال آیا کہ اگر تین یارون کو اور لاتے تو ہم مین سے ہر ایک کو ایک ایک روپیہ کم دینا پڑتا اور اگر دو یار نہوتے تو ایک ایک روپیہ ہر ایک کو زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے اور ہر ایک نے کتنے روپیہ دیئے

(۱۸) ایک مستطیل کی شکل کا فرش ہے اگر وہ اور زیادہ دو گز چوڑا اور ۳ گز لمبا ہوتا تو چوسٹھہ گز اور بڑا ہوتا لیکن ۳ گز چوڑا اور ۲ گز لمبا اور زیادہ ہوتا تو اٹھہ سٹھہ گز اور زیادہ بڑا ہوتا تو اوس فرش کا طول اور عرض دریافت کرو

(۱۹) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور اپنے ہندسون کے مجموعہ سی چوچند ہے اور اگر اوسپر ۱۸ زیادہ کرتے تو تعداد مراتب معکوس ہوتی تو اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۰) دو ہندسون سے ایسا عدد بنتا ہی کہ ۹ زیادہ کر نیسے اوسکے مراتب معکوس ہو جاتی ہین اور مجموعہ ان دو عددون کا جو سطر جسے پیدا ہوئے ہین ۳۳ ہی تو بتاؤ وہ ہندسے کیا ہین

(۲۱) ایک عدد دو مرتبہ کا ایسا ہی کہ اگر اوسکی دو چند پر ۳۶ زیادہ کرین تو وہ ہی حاصل ہوتا ہے کہ اوسکو معکوس کر کے دو چند کرتے اور اوسمین سے ۳۶ تفریق کرتے اور عدد اپنے ہندسون کے مجموعہ کی چوچند سے بقدر ۳ کے زیادہ ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۲) دو مسافر ریل پر سوار ہوئے اونکے پاس سفر کا اسباب ملکر ۰ من تھا علحدہ علحدہ ہر یک نے

بعد منہائی وزن معمولی کے جو بے محصول ہر مسافر کو ساتھہ لیجانیکی اجازت ہے محصول دیا
ایک نے ۵ روپے ۲ پائی دوسرے نے ۹ روپے ۱ آنا دیئے لیکن اگر یہہ اسباب ایک شخص پاس ہوتا تو اوسکو ۱۲ روپے ۴ آنے
۲ پائی دینے پڑتے تو بتاؤ ریل پر کسقدر وزن بے محصول لیجانیکی ہر ایک مسافر کو اجازت ہے

(۲۳) زید و بکر مین ۵ منٹ تک آپس مین دوڑ ہوئی بکر ۲۰ گز آگے تہا کہ زید اوسکے پیچھے لپکا اور
زید بکر سے ۳۰ گز آگے نکل گیا اور جتنی دیر مین زید ۳ گز چلتا ہے بکر ۲ گز چلتا ہے تو
بتاؤ کتنے فاصلہ پر دوڑ ہوئی اور ہر ایک کی رفتار کیا تہی

(۲۴) زید و بکر پاس کچہہ کچہہ روپیہ تہا زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر پاس تہا پہر بکر نے
زید کو اتنا روپیہ دیا جتنا زید پاس باقی رہا تہا اور پہر زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر
پاس باقی رہا اور بعد ازان بکر نے زید کو اوتنا روپیہ دیا جتنا کہ بکر پاس باقی تہا اب
ہر ایک پاس ۱۶ روپیہ ہین تو بتاؤ ہر ایک پاس کیا تہا

(۲۵) زید و بکر نے ملکر ایک کام بنانا شروع کیا وہ دونو ملکر اوسکو ۳۰ دن مین پورا کر لیتے ہین
لیکن زید ۱۸ دن بعد چلا گیا اور اکیلے بکر نے باقی کام ۲۰ دن مین پورا کیا تو بتاؤ کہ ہر ایک
اکیلا اوس کام کو کتنے دنون مین بناتا

(۲۶) طامس و جان اور جوزف ایک پیپہ کی شراب کو ۱۵ دن مین پیجاتے ہین لیکن طامس
اور جان ملکر جوزف سے چار تہائی شراب پیتے ہین اور جوزف دوچند شراب طامس سے پیتا ہے
تو بتاؤ ہر ایک اکیلا اوس شراب کو کتنے کتنے دنون مین پیئے گا

(۲۷) ایک حوض ہے جسمین ۱۲۰۰ ڈول پانی ہے اور اوسمین تین موریان ا و ب او ح ہین
اگر تینون سے پانی بہرا جاوے تو ۲۴ منٹ مین بہر جاتا ہے اور ا کی موری بہ نسبت ح کی
موری کے ۳۰ منٹ زیادہ دیر مین وہ بہرتا ہے اور جتنا پانی ا او ب کی راہ سے جاتا ہے ۱۰ ڈول کم
ح کی موری سے نکلتا ہے تو بتاؤ ہر ایک موری سے کتنی دیر مین پانی بہر لگا

(۲۸) زید و بکر ایک میل پر دوڑے اول دفعہ زید نے بکر کو ۲۰ گز آگے کر کے دوڑ کی تو وہ ۳۰ سکنڈ

پہلے پہنچا اور دوسری دفعہ اوسنے بکر کو ۲۴ سکنڈ پہلے چلنے دیا اور ۹ ۵/۱۱ گز آگے نکل گیا تو بتاؤ رفتار فی گھنٹہ زید کی کیا ھے

(۲۹) دریا کے ایک ہی کنارہ پر دو شہر ا اور ب بفاصلہ ۲۴ میل کے واقع ہین ایک شخص ا سے ب تک ۶ گھنٹہ مین اسطرح پہنچا کہ آدہی دور اول کشتی مین چلا اور پہر آدہی دور پیدل اور وہانسے اولٹا ۱۰ گھنٹہ مین اسطرح سے آیا کہ اول پیدل چلا اور اوسکی چال دو رکہی جو پہلی دفعہ چال کی تین چوتہائی تہی اور آدہی دور کشتی مین آیا کشتی بہاؤ پر چلنے سے پہلی سے دو چند چلتی ہے تو بتاؤ رفتار آدمی کی اور کشتی کی کیا کیا ھے

(۳۰) ریل کی سواری گاڑی ایک گھنٹہ چلکر پندرہ منٹ ٹہری اور پہر چلی تو اوسکی چال اوس سے کہ تین چوتہائی پہلی چال کی تہی اسطرح اوسکو ۲۴ منٹ کی دیر لگی اگر پانچ میل اور آگے چلکر اسیقدر ٹہرتی تو بہ نسبت سابق کے ۳ منٹ کم دیر مین پہنچتی تو بتاؤ رفتار گاڑی کی کیا ھے اور فاصلہ جو اوسنے طے کیا کیا ھے

(۳۱) مال اور مسافر گاڑی نے ۱۲۰ میل کا سفر کیا جن وقتون مین اونہون نے یہہ مسافت طے کی اونمین نسبت ۹ اور ۴ کی ھے اور مال گاڑی اتنی دیر ٹہرتی ھے کہ اگر اوسوقت مین چلے تو ۴۰ میل چلے اور مسافر گاڑی اسسے آدہی دیر ٹہرتی ہے اور ایک گھنٹہ ۱۵ میل زیادہ بہی چلتی ھے تو ہر ایک گاڑی کی رفتار بتاؤ

(۳۲) ریل کی گاڑیون مین ایک ٹرین ۹۲ فیٹ لنبی اور دوسری ۸۴ فیٹ لنبی ھے دونو یکسان رفتار سے متوازی سڑکون پر چلتی ہین جب وہ مقابل طرفونسے آتی ہین تو ۱ ۱/۲ سکنڈ مین ایک کے پاس سے دوسری نکلجاتی ہے اور جب وہ ایک سمت مین چلتی ہین تو ۶ سکنڈ مین تیز چلنے والی گاڑی دوسری گاڑی کے پاس سے ہوکر نکلجاتی ہے تو دریافت کرو کہ ہر ایک گاڑی کی رفتار کیا ہے

(۳۳) دو مقامون ا اور س کے درمیان آہنی سڑک بنی ہوئی ہے ایک مال گاڑی ۱۲ بجے اور مسافر گاڑی ایک بجے چلی دو تہائی فاصلہ کو طے کر کے مال گاڑی ٹوٹ گئی اور ایک

چوتھائی رفتار کم ہوگئی ۲ بجے پر ۴۰ منٹ بعد شہر سے ۱۰ میل ورے دونو گاڑیان ٹھہرگئین اور
مسافر گاڑی کی رفتار مال گاڑی کی رفتار سے جو اوسکے بعد ٹوٹنے کے ہوئی دوچند
تھی تو گاڑیون کی رفتار بتاؤ

(۳۴) کچھہ روپیہ زید و بکر و عمر مین تقسیم ہوا زید کا حصہ بکر اور عمر کے حصونکی چار ساتوین سے بقدر ۳۰ کے زیادہ اور بکر کا حصہ زید و عمر کے حصونکی تین آٹھوین حصہ سے بقدر ۳۰ روپیہ کے زیادہ تھا اور عمر کا حصہ زید و بکر کے دونونکے حصونسے بقدر ۴۰ کے زیادہ تھا ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۵) زید و بکر مزدوری ۶ دن کرکے ۴۰ روپیہ پیدا کرتے ہین اور زید اور عمر ۹ دن مزدوری کرکے ۵۴ روپیہ پیدا کرتے تھے اور بکر و عمر ملکر ۱۵ دنمین ۸۰ روپیہ پیدا کرتے تھے تو بتاؤ ہر ایک ایک ایک دن مین کتنا پیدا کرتا ہے

(۳۶) کچھہ سورن اور کچھہ شلنگ اور کچھہ سکس پنس سب ملکر ۸ پونڈ ۶ شلنگ ۶ پنس کے تھے اور شلنگ بقدر ایک گنی کی سورن سے کم تھی اور بقدر ڈیڑھ گنی کے سکس پنس سے زیادہ تو ہر ایک سکہ کی تعداد بتاؤ

(۳۷) زید و بکر دونون ملکر ۴۸ دنمین ایک کام کو پورا کرتے ہین اور زید و عمر ملکر ۳۰ دنمین اور بکر و عمر ملکر ۲۶ ۲/۳ روز مین تو بتاؤ ہر ایک کتنے دنون مین علیحدہ علیحدہ کام کریگا

(۳۸) ایک عدد تین مرتبہ کا ہی اور اڑتالیس گنا اپنی ہندسونکے مجموعہ سے ہی اور اگر ۱۹۸ اوسمین سے کم کیئے جائین تو مراتب معکوس ہوجاتے ہین اور اول اور آخر ہندسون کا مجموعہ وسط کے ہندسہ سے دوچند ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۳۹) ایک آدمی نے ۱۰ بیل اور ۱۲۰ بھیڑن اور ۴۶ بھیڑ کے بچے خریدے ۳ بھیڑون کی قیمت برابر پانچ بھیڑ کے بچون قیمت کی ہی اور ایک بیل اور ۱ بھیڑ اور ۱ بھیڑ کے بچہ کی قیمت مین تعداد شلنگون کی بہ نسبت کل مواشی خرید شدہ کی بقدر ۳۰ کے زیادہ ہے اور کل نقدی جو اوسکی خرید مین صرف ہوئی ۴۶۸ پونڈ ۴ شلنگ ہی تو ہر ایک جانور کی قیمت بتاؤ

(۴۰) ایک سانی ... ازریٹ
فی راس ۲ پونڈ، شلنگ ۱۸ تہہ لگی اور قیمت بیچنے کی بہ تفصیل ذیل تہی کہ ایک گہوڑا ۲۲ پونڈ کو اب بیچا
۲ پونڈ ۱ شلنگ کو اور ایک بہیڑ ایک پونڈ ۱ شلنگ کو بیچی تہی اور بیل جتنے ہین اگر ان کی
چوتہائی بیچتا مگر ۲۵ بہیڑین زیادہ فروخت کرتا تو بہی اوسکو یہی حساب پڑتا
بیلون اور گہوڑون اور بہیڑون کی تعداد دریافت کرو

چہبیسوان باب مساوات درجۂ دوم

(۲۲۶) مساوات درجۂ دوم اوس مساوات کو کہتے ہین جسمین مقدار مجہول کا مجذور پایا جائے اور اوس سے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہو

(۲۲۷) جس مساوات مین فقط مجذور سے مقدار مجہول کا ہو تو اوسکو خالص مساوات درجۂ دوم کہتے ہین اور اگر اوس مساوات مین مقدار مجہول کی اول قوت بہی آجائے تو اوسکو مساوات مخلوط کہتے ہین مثلاً $۲\,\text{لا}^۲ = ۵۰$ خالص مساوات درجہ دوم ہے اور

$۲\,\text{لا}^۲ - ۷\,\text{لا} + ۳ = ۰$ مخلوط مساوات درجۂ دوم ہے

(۲۲۸) خالص مساوات درجہ دوم کی حل کا قاعدہ یہہ ہے کہ بموجب قاعدہ حل مساوات درجہ اول کی قیمت مجذور مقدار مجہول کی دریافت کرو پہر جذر لیلو تو مقدار مجہول کی قیمت دریافت ہوگی

مثلاً حل کرو کہ $\frac{\text{لا}^۲ - ۱۳}{۳} + \frac{\text{لا}^۲ - ۵}{۱۰} = ۶$

۳۰ مین ضرب دیکر مساوات کو کسر سے خالص کرو

تو $۱۰(\text{لا}^۲ - ۱۳) + ۳(\text{لا}^۲ - ۵) = ۱۸۰$

اسواسطے $۱۳\,\text{لا}^۲ = ۱۸۰ + ۱۳۰ + ۱۵ = ۳۲۵$

اسواسطے $\text{لا}^۲ = \frac{۳۲۵}{۱۳} = ۲۵$

جذر نکالو تو $\text{لا} = \pm ۵$

اس مساوات مین بموجب قاعدہ مساوات درجۂ اول کے $\text{لا}^۲$ برابر ۲۵ کے دریافت کیا ہو اسواسطے

[illegible] ضرب ۲۵ ہو یعنی لا برابر ۲۵ کے
جذر کے ہو حساب مین ۲۵ کا جذر ۵ ہے اور جبر مقابلہ مین ۵ یا ۵- اسواسطے کہ بموجب
قاعدہ علامات کی ۵- × ۵- = ۵ × ۵ اسواسطے لا برابر کسی قیمت ۵ یا ۵- کے
ہو شرط مساوات پوری ہوگی اور اس بیان کو اس طرح لکھا کرتے ہین کہ

$$\text{لا} = \pm\, ۵$$

(۲۲۹) اب ہم مساوات درجۂ دوم مخلوط کی حل کا قاعدہ بیان کرتے ہین
ظاہر ہے کہ اگر لا + $\frac{\text{ا}}{۲}$ کو فی نفسہ ضرب دین تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(\text{لا} + \tfrac{\text{ا}}{۲})(\text{لا} + \tfrac{\text{ا}}{۲}) = \text{لا}^{۲} + ۲\,\tfrac{\text{ا لا}}{۲} + \tfrac{\text{ا}^{۲}}{۴} = \text{لا}^{۲} + \text{ا لا} + \tfrac{\text{ا}^{۲}}{۴}$$

پس $\text{لا}^{۲} + \text{ا لا} + \frac{\text{ا}^{۲}}{۴}$ ایک مجذور کامل ہے اسواسطے کہ وہ مجذور لا + $\frac{\text{ا}}{۲}$ کا ہے
پس اگر $\text{لا}^{۲} + \text{ا لا}$ کا مجذور کامل بنانا ہو تو $\frac{\text{ا}^{۲}}{۴}$ یعنی لا کی نصف مثال کا مجذور کرکے جمع کردین
یہہ بات مساوات درجۂ دوم کی حل کرنیکا جزاعظم ہے اب ہم اوسکی مثالین کچھہ لکھتے ہین
$\text{لا}^{۲} + ۶\,\text{لا}$ مین نصف مثال لا کی ۳ ہین پس $۳^{۲}$ کو جمع کرو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$\text{لا}^{۲} + ۶\,\text{لا} + (۳)^{۲} \text{ یعنی } (\text{لا} + ۳)^{۲}$$

اور $\text{لا}^{۲} - ۵\,\text{لا}$ مین نصف مثال لا کی $-\frac{۵}{۲}$ ہین اوسکی مجذور $(-\frac{۵}{۲})^{۲}$ یعنی $(\frac{۵}{۲})^{۲}$ کو
جمع کرو تو $\text{لا}^{۲} - ۵\,\text{لا} + (\frac{۵}{۲})^{۲}$ یعنی $(\text{لا} - \frac{۵}{۲})^{۲}$ حاصل ہوگا
اور $\text{لا}^{۲} + \frac{۴\,\text{لا}}{۵}$ مین نصف مثال لا کی $\frac{۲}{۵}$ ہین جمع کرو $(\frac{۲}{۵})^{۲}$ کو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$\text{لا}^{۲} + \tfrac{۴\,\text{لا}}{۵} + (\tfrac{۲}{۵})^{۲} \text{ یعنی } (\text{لا} + \tfrac{۲}{۵})^{۲}$$

اور $\text{لا}^{۲} - \frac{۳\,\text{لا}}{۴}$ مین نصف مثال لا کی $-\frac{۳}{۸}$ ہین جمع کرو $(-\frac{۳}{۸})^{۲}$ یعنی $(\frac{۳}{۸})^{۲}$ کو

$$\text{لا}^{۲} - \tfrac{۳\,\text{لا}}{۴} + (\tfrac{۳}{۸})^{۲} \text{ یعنی } (\text{لا} - \tfrac{۳}{۸})^{۲} \text{ حاصل ہوگا}$$

اس عمل کو تکمیل مجذور کہتے ہین

(۲۳۰) مساوات درجۂ دوم مخلوط کے حل کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ تقلیب اور اختصار کرکے
مساوات کی صورت ایسی بنالو کہ سب رقمین جنمین مقدار مجہول ہو مساوات کی ایک طرف ہون اور

سر $لا^2$ کا + ۱ ہوا اور یہہ طرفین مساوات پر لا کے نصف مثال کا مجذور زیادہ کر کے ہر ایک طرف مساوات کا جذر لو

مثالون سے یہہ بات ظاہر ہو جاویگی کہ اس طریقہ عمل کرنے سے وہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جتنے مقدار مجہول کی قیمتین آسانی سے فوراً معلوم ہو جاتی ہین

(۲۳۱) حل کرو $لا^2 - ۱۰ لا + ۲۴ = ۰$

تقلیب سے $لا^2 - ۱۰ لا = -۲۴$

زیادہ کرو $(\frac{۱۰}{۲})^2$ تو $لا^2 - ۱۰ لا + ۵^2 = -۲۴ + ۲۵ = ۱$

جذر طرفین مساوات کا لو تو $لا - ۵ = \pm ۱$

تقلیب مساوات سے $لا = ۵ \pm ۱ = ۵ + ۱$ یا $۵ - ۱$

اسلئے معلوم ہوا کہ $لا = ۶$ یا ۴

اور یہہ بات بہت آسان ہے کہ ان قیمتون مین ہر ایک کو مساوات مین رکھہ کر آزمالین کہ وہ شرائط مساوات کو پورا کرتی ہین یہہ طالبعلمون کے لئے سودمند مشق ہے کہ وہ قیمتین مساوات مین رکھہ کر اونکا امتحان صحت کیا کرین

(۲۳۲) حل کرو $۳ لا^2 - ۴ لا - ۵۵ = ۰$

تقلیب مساوات $۳ لا^2 - ۴ لا = ۵۵$

پس ۳ پر تقسیم کرو تو $لا^2 - \frac{۴}{۳} لا = \frac{۵۵}{۳}$

زیادہ کرو $(\frac{۲}{۳})^2$ تو $لا^2 - \frac{۴}{۳} لا + (\frac{۲}{۳})^2 = \frac{۵۵}{۳} + \frac{۴}{۹} = \frac{۱۶۹}{۹}$

جذر طرفین مساوات کا لیا تو $لا - \frac{۲}{۳} = \pm \frac{۱۳}{۳}$

تقلیب سے $لا = \frac{۲}{۳} \pm \frac{۱۳}{۳} = ۵$ یا $-\frac{۱۱}{۳}$

(۲۳۳) حل کرو $۲ لا^2 + ۳ لا - ۳۵ = ۰$

تقلیب سے $۲ لا^2 + ۳ لا = ۳۵$

تقسیم ۲ پر کرو تو $لا^2 + \frac{۳}{۲} لا = \frac{۳۵}{۲}$

جمع کرو $(\frac{۳}{۴})^2$ کو تو $لا^2 + \frac{۳}{۲} لا + (\frac{۳}{۴})^2 = \frac{۳۵}{۲} + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۸۹}{۱۶}$

جذر نکالو تو $لا + \frac{۳}{۴} = \pm \frac{۱۷}{۴}$

تقلیب مساوات سے $لا = -\frac{۳}{۴} \pm \frac{۱۷}{۴} = \frac{۷}{۲}$ یا -۵

(۲۳۴) حل کرو کہ لا² − ۴ لا − ۱ = ۰

تقلیب مساوات سے لا² − ۴ لا = ۱

زیادہ کرو ۲² تو لا² − ۴ لا + ۲² = ۱ + ۴ = ۵

جذر نکالو تو لا − ۲ = ± √۵

تقلیب مساوات سے لا = ۲ ± √۵

اب یہان ۵ کا پورا جذر نہین نکل سکتا لیکن حساب مین جذرہ کا جتنا چاہین قریب قریب حقیقی جذر کے نکال سکتے ہین اسلئے قیمت لا کی جہان تک چاہین اصل قیمت کی قریب قریب نکال سکتے ہین

(۲۳۵) اب تک جو مثالین حل کی ہین انمین دو مختلف قیمتین مساوات درجہ دوم کی دریافت ہوئین لیکن بعض صورتین ایسی ہوتی ہین کہ حقیقت مین ایک ہی قیمت معلوم ہوتی ہے جیسے مساوات لا² − ۱۴ لا + ۴۹ = ۰ جذر لیا تو لا − ۷ = ۰ اسواسطے لا = ۷
استے معلوم ہوا کہ ایسی صورت مین یہہ کہنا کہ مساوات کی دو برابر قیمتین ہین نہایت مناسب ہے

(۲۳۶) حل کرو لا² − ۶ لا + ۱۳ = ۰

تقلیب مساوات سے لا² − ۶ لا = −۱۳

زیادہ کرو ۳² تو لا² − ۶ لا + ۳² = −۱۳ + ۹ = −۴

اب جذر نکالو

تو لا − ۳ = ± √−۴

لیکن −۴ کا جذر نہ حقیقی ہے نہ تقریبی اسلئے کہ ہر ایک عدد خواہ منفی ہو یا مثبت جب وسکو فی نفسہ ضرب دیجئے تو مثبت حاصل ہوگا پس اس صورت مین مساوات درجہ دوم کوئی اصلی قیمت نہین رکھتی ایسی قیمتون کو بعض اوقات غیر ممکن قیمتین یا موہوم قیمتین کہتے ہین اور اس جذر کو جذر تخیلی

(۲۳۷) حل کرو ۱/(۲(لا − ۱)) + ۳/(لا² − ۱) = ۱/۴

یہان نسب نماؤن کی ذو اضعاف اقل ۴(لا² − ۱) مین مساوات کو ضرب دیکر کسر سے خالص کرو

تو ۲(لا + ۱) + ۱۲ = لا² − ۱

تقلیب مساوات سی لا^{۲} - ۲ لا = ۱۵

اور زیادہ کرو ا کو تو لا^{۲} - ۲ لا + ۱ = ۱۶

جذر نکالو تو لا - ۱ = ± ۴

اسواسطے لا = ± ۴ + ۱ = ۵ یا - ۳

(۲۳۸) حل کرو $\frac{۲لا}{۱۵} + \frac{۳لا - ۵۰}{۳(۱۰ + لا)} = \frac{۱۲لا + ۷۰}{۱۹۰}$

پس ۵۷۰ مین جو ذو اضعاف اقل ۱۵ و ۱۹۰ کا ہے مساوات کو ضرب دو تو

$۷۶لا + \frac{۱۹۰(۳لا - ۵۰)}{لا + ۱۰} = ۳(۱۲لا + ۷۰)$

اسواسطی $\frac{۱۹۰(۳لا - ۵۰)}{لا + ۱۰} = ۲۱۰ - ۴۰لا$

اسواسطی ۱۹۰(۳لا - ۵۰) = (۲۱۰ - ۴۰ لا)(۱۰ + لا)

یعنی ۵۷۰ لا - ۹۵۰۰ = ۲۱۰۰ - ۱۹۰ لا - ۴۰ لا^{۲}

اسواسطی ۴۰ لا^{۲} + ۷۶۰ لا = ۱۱۶۰۰

اسواسطی لا^{۲} + ۱۹ لا = ۲۹۰

زیادہ کرو $(\frac{۱۹}{۲})^{۲}$

تو لا^{۲} + ۱۹ لا + $(\frac{۱۹}{۲})^{۲}$ = ۲۹۰ + $\frac{۳۶۱}{۴} = \frac{۱۵۲۱}{۴}$

جذر لیا تو لا + $\frac{۱۹}{۲} = ± \frac{۳۹}{۲}$

اسواسطی لا = $-\frac{۱۹}{۲} ± \frac{۳۹}{۲}$ = ۱۰ یا - ۲۹

(۲۳۹) حل کرو $\frac{لا + ۳}{لا + ۲} + \frac{لا - ۳}{لا - ۲} = \frac{۲لا - ۳}{لا - ۱}$

کسرون سے مساوات کو خالص کرو تو

(لا + ۳)(لا - ۲)(لا - ۱) + (لا - ۳)(لا + ۲)(لا - ۱) = (۲لا - ۳)(لا + ۲)(لا - ۲)

یعنی لا^{۳} - ۷ لا + ۶ + لا^{۳} - ۲ لا^{۲} - ۵ لا + ۶ = ۲ لا^{۳} - ۳ لا^{۲} - ۸ لا + ۱۲

یعنی ۲ لا^{۳} - ۲ لا^{۲} - ۱۲ لا + ۱۲ = ۲ لا^{۳} - ۳ لا^{۲} - ۸ لا + ۱۲

اسواسطی لا^{۲} - ۴ لا = ۰

زیادہ کرو ۲^{۲} تو لا^{۲} - ۴ لا + ۲^{۲} = ۴

جذر لو تو لا - ۲ = ± ۲

اسواسطی لا = ۲ ± ۲ = ۴ یا ۰

ہمنے جو یہہ عمل و ہسکی سطرین لکہا ہی وہ قاعدہ کی موافق کیا ہی ورنہ اوسکی کچھہ ضرورت نہین

نتیجہ جو اوس سے حاصل ہوا آسانی سی اسطرح نکل آتا ہے کہ $\text{لا}^{2} - ۴\,\text{لا} = ۰$ اوسکو اسطرح سے لکھہ سکتے ہین کہ $(\text{لا} - ۴)\,\text{لا} = ۰$ اور اسصورت مین یہہ بات ظاہر ہے کہ کیا تو $\text{لا} - ۴ = ۰$ یا $\text{لا} = ۰$ یعنی $\text{لا} = ۴$ یا ۰ ۔ کے طالبعلم نے اس مثال مین دیکھا ہوگا کہ جب مساوات مین کسر دور ہوئی تو $۲\,\text{لا}^{2}$ دونو طرف مساوات کی پائی گئی اس سبب سے وہ دونو طرف سے ساقط ہوئی اور مساوات مساوات درجۂ دوم کی ہوگئی

(۲۴۰) ہر مساوات درجہ دوم کی اسصورت مین ڈہل سکتی ہے اسلئے صورت عامہ مساوات درجۂ دوم یہہ ہے کہ $\text{لا}^{2} + \text{ف}\,\text{لا} + \text{ق} = ۰$ جسمین ف اور ق اعداد معلومہ کو خواہ وہ صحیح ہون کسر ہون خواہ مثبت یا منفی ہون تعبیر کرتی ہین

اسواسطے کہ درجۂ دوم مین بموجب حدود کے مجذور سے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہین ہوسکتی اور تمین ایکطرف مساوات کی آسکتی ہین اور اگر ضرورت ہو تو مساوات کی علامات تبدیل ہوسکتی ہین جس سے مجذور کی امثال مثبت ہو جاوین اور پہر مثال لا^{2} پر مساوات کو تقسیم کرسکتے ہین

مثلاً فرض کرو کہ $۷\,\text{لا} - ۴\,\text{لا}^{2} = ۵$

یہان $۷\,\text{لا} - ۴\,\text{لا}^{2} - ۵ = ۰$

اسواسطی $۴\,\text{لا}^{2} - ۷\,\text{لا} + ۵ = ۰$

اسواسطی $\text{لا}^{2} - \frac{۷}{۴}\,\text{لا} + \frac{۵}{۴} = ۰$

پس اس مثال مین $\text{ف} = -\frac{۷}{۴}$ اور $\text{ق} = \frac{۵}{۴}$

(۲۴۱) حل کرو $\text{لا}^{2} + \text{ف}\,\text{لا} + \text{ق} = ۰$

تقلیب مساوات سے $\text{لا}^{2} + \text{ف}\,\text{لا} = -\text{ق}$

زیادہ کرو $\left(\frac{\text{ف}}{۲}\right)^{2}$ تو $\text{لا}^{2} + \text{ف}\,\text{لا} + \left(\frac{\text{ف}}{۲}\right)^{2} = -\text{ق} + \frac{\text{ف}^{2}}{۴} = \frac{\text{ف}^{2} - ۴\,\text{ق}}{۴}$

جذر نکالو $\text{لا} + \frac{\text{ف}}{۲} = \pm \frac{\sqrt{\text{ف}^{2} - ۴\,\text{ق}}}{۲}$

اسواسطی $\text{لا} = -\frac{\text{ف}}{۲} \pm \frac{\sqrt{\text{ف}^{2} - ۴\,\text{ق}}}{۲} = \frac{-\text{ف} \pm \sqrt{\text{ف}^{2} - ۴\,\text{ق}}}{۲}$

(۲۴۲) مساوات درجه دوم $لا^2 + ف لا + ق = ۰$ کی قیمتونکی قوانین عامہ جبریہ معلوم ہوگئی یعنی لا برابر

$\frac{-ف + \sqrt{(ف^2 - ۴ق)}}{2}$ یا $\frac{-ف - \sqrt{(ف^2 - ۴ف^2)}}{2}$ کے ہوگا

اب ان قوانین عامہ سے نتایج عظیمہ نکال کر بتلاتے ہین وہ ہر ایک مساوات درجہ دوم کے لئے درست اور صحیح ہونگی اسلئے کہ بموجب دفعہ ۲۴۰ کی وہ نتایج صور عامہ مساوات درجہ دوم کی ہین گویا ہر نتیجہ جو اس مساوات کے لئے ثابت ہوتا ہے وہ ہر مساوات کے واسطے ثابت ہی

(۲۴۳) مساوات درجہ دوم کی دو قیمتین ہوتی ہین اوسی زیادہ نہین اسواسطی کہ ہم اوپر ثابت کر آئے ہین کہ مساوات عامہ کی جو قیمتین نکلین وہ دو مقرری جملے ہین اونمین سے ایک یا دوسرا جملہ قیمت ہوتا ہے

(۲۴۴) کسی مساوات درجہ دوم مین جسکی رقمین سب ایکطرف مساوات کی ہون اور سر مجذور مقدار مجہول کا ایک ہو تو مجموعہ قیمتون کا برابر ہوگا دوسری رقم کی امثال کی جسکی علامت بدل دیجاوے اور حاصلضرب اون قیمتون کا برابر آخر جز کے ہوگا

اسواسطے کہ مساوات $لا^2 + ف لا + ق = ۰$ مین

مجموعہ قیمتون کا $\frac{-ف + \sqrt{(ف^2 - ۴ق)}}{2} + \frac{-ف - \sqrt{(ف^2 - ۴ق)}}{2}$ یعنی $-ف$ ہے

اور حاصلضرب قیمتون کا

$\frac{-ف + \sqrt{(ف^2 - ۴ق)}}{2} \times \frac{-ف - \sqrt{(ف^2 - ۴ق)}}{2} = \frac{ف^2 - (ف^2 - ۴ق)}{4}$ یعنی ق ہی

(۲۴۵) دفعہ بالا نہایت توجہ اور غور کے قابل ہے وہ ایک مثال ایسی ہے کہ جسی دو باتین معلوم ہوتی ہین کہ جبر مقابلہ کے نتایج عامہ کی کیا خاصیت ہوتی ہے دوسرے یہہ کہ نتایج عامہ کے نکالنی کی کیسی ترکیب ہوتی ہے مساواتین جو ابھی ہمنے حل کی ہین اونمین طالب علمونکو چاہیے کہ ان نتایج کا استعمال کرکے اونکی صحت کو جانچین مثلاً دفعہ ۲۳۲ کے مساوات کی یہہ صورت بناؤ کہ

$لا^2 - \frac{۴۲}{۴}لا - \frac{۵۵}{۴} = ۰$

قیمتین مساوات کی ۵ اور $-\frac{۱۱}{۳}$ ہین مجموعہ قیمتوں کا $\frac{۴}{۳}$ ہی اور حاصلضرب اون کا $-\frac{۵۵}{۳}$ ہے

(۲۴۶) $ا\,لا^۲ + ب\,لا + ح = ۰$ کو حل کرو

تقلیب سے $ا\,لا^۲ + ب\,لا = -ح$

پس $ا$ پر تقسیم کرو تو $لا^۲ + \frac{ب\,لا}{ا} = -\frac{ح}{ا}$

زیادہ کرو $\left(\frac{ب}{۲ا}\right)^۲$

تو $لا^۲ + \frac{ب\,لا}{ا} + \left(\frac{ب}{۲ا}\right)^۲ = -\frac{ح}{ا} + \frac{ب^۲}{۴ا^۲} = \frac{ب^۲ - ۴\,ا\,ح}{۴ا^۲}$

جذر لو تو $لا + \frac{ب}{۲ا} = \pm \frac{\sqrt{(ب^۲ - ۴\,ا\,ح)}}{۲ا}$

اسواسطے $لا = \frac{-ب \pm \sqrt{(ب^۲ - ۴\,ا\,ح)}}{۲ا}$

(۲۴۷) قوانین عامہ جبریہ جو دفعات ۲۴۱ و ۲۴۶ مین مذکور ہوئی وہ ہر ایک مساوات درجہ دوم کے حل کرنے مین مستعمل ہو سکتی ہین مثلاً مساوات $۳\,لا^۲ - ۴\,لا - ۵۵ = ۰$ تقسیم ۳ پر کرو تو

$لا^۲ - \frac{۴}{۳}\,لا - \frac{۵۵}{۳} = ۰$

اب قوانین عامہ جبریہ دفعہ ۲۴۱ کو جنسی قیمتین مساوات $لا^۲ + ف\,لا + ق = ۰$ کی حاصل ہوتی ہین خیال کرو تو $ف = -\frac{۴}{۳}$ و $ق = -\frac{۵۵}{۳}$ پس اسی مساوات مفروضہ کی قیمتین ہمکو معلوم ہو جائینگی مگر دفعہ ۲۴۶ کی قوانین عامہ کو کام مین لاوین تو اور بھی آسانی ہوگی اور کسرونکا بکھیڑا نہ پڑیگا مثلاً مساوات $۳\,لا^۲ - ۴\,لا - ۵۵ = ۰$ ہے تو اسمین

$ا = ۳$ و $ب = -۴$ و $ح = -۵۵$ پس اون قوانین عامہ جبریہ مین جنسے قیمتین مساوات $ا\,لا^۲ + ب\,لا + ح = ۰$ کی دریافت ہوئی ہین

یعنی $\frac{-ب \pm \sqrt{(ب^۲ - ۴\,ا\,ح)}}{۲ا}$ مین ا ب وغیرہ کی قیمتین رکھو

$\frac{۴ \pm \sqrt{(۱۶ + ۶۶۰)}}{۶}$ یعنی $\frac{۴ \pm \sqrt{(۶۷۶)}}{۶}$

یعنی $\frac{۴ \pm ۲۶}{۶}$ یعنی ۵ یا $-\frac{۱۱}{۳}$ حاصل ہونگی

امثلہ نمبری ۲۶

(۱) $۲(لا^۲ - ۷) + ۳(لا^۲ - ۱۱) = ۳۳$　(۲) $(لا - ۱۵)(لا + ۱۵) = ۴۰۰$

(۳) $\frac{\text{لا}^{۲}-۲۴}{۵}+\frac{\text{لا}-۳۷}{۴}=۸$

(۴) $\frac{۳(\text{لا}^{۲}-۱۱)}{۵}-\frac{۲(\text{لا}^{۲}-۶۰)}{۷}=۳۶$

(۵) $\frac{۴}{\text{لا}-۳}-\frac{۴}{\text{لا}+۳}=\frac{۱}{۳}$

(۶) $\frac{\text{لا}}{۴}+\frac{۴}{\text{لا}}=\frac{\text{لا}}{۹}+\frac{۹}{\text{لا}}$

(۷) $\text{لا}^{۲}-۳\text{لا}+۲=۰$

(۸) $\text{لا}^{۲}-۵\text{لا}+۶=۰$

(۹) $\text{لا}^{۲}+۱۰\text{لا}=۲۴$

(۱۰) $۲\text{لا}^{۲}-۱=۵\text{لا}+۲$

(۱۱) $۳\text{لا}^{۲}-۴\text{لا}=۳۹$

(۱۲) $\text{لا}^{۲}+۱۰\text{لا}+۳=۲\text{لا}^{۲}-۵\text{لا}+۵۳$

(۱۳) $(\text{لا}+۱)(۲\text{لا}+۳)=۴\text{لا}^{۲}-۲۲$

(۱۴) $(\text{لا}-۱)(\text{لا}-۲)=۲۰$

(۱۵) $۴(\text{لا}^{۲}-۱)=۴\text{لا}-۱$

(۱۶) $(۲\text{لا}-۳)^{۲}=۸\text{لا}$

(۱۷) $۳\text{لا}^{۲}-۱۷\text{لا}+۱۰=۰$

(۱۸) $\frac{۹}{\text{لا}}-\frac{\text{لا}}{۲}=۲$

(۱۹) $\text{لا}=۲+\frac{۵}{۴\text{لا}}$

(۲۰) $\text{لا}^{۲}-۳=\frac{\text{لا}-۳}{۶}$

(۲۱) $\frac{۲+\text{لا}^{۲}}{۳}-\frac{\text{لا}-\text{لا}^{۲}}{۲}=۱-\text{لا}+\text{لا}^{۲}$

(۲۲) $\text{لا}+\frac{۱}{\text{لا}-۳}=۵$

(۲۳) $۴\text{لا}-\frac{۱۲-\text{لا}}{\text{لا}-۳}=۲۲$

(۲۴) $\frac{۲\text{لا}+۱۱}{\text{لا}}=۵-\frac{\text{لا}-۵}{۳}$

(۲۵) $\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۳}+۲\text{لا}=۱۲$

(۲۶) $\frac{\text{لا}}{۷}+\frac{۲۱}{\text{لا}+۵}=۶\frac{۵}{۷}$

(۲۷) $۸\text{لا}+۱۱+\frac{۷}{\text{لا}}=\frac{۶۸\text{لا}}{۷}$

(۲۸) $\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}-۲}+\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۱۳}{۶}$

(۲۹) $\frac{۲}{\text{لا}+۳}+\frac{\text{لا}+۳}{۲}=\frac{۱۰}{۳}$

(۳۰) $\frac{۳(\text{لا}-۱)}{\text{لا}+۱}-\frac{۲(\text{لا}+۱)}{\text{لا}-۱}=۵$

(۳۱) $\frac{۲\text{لا}}{\text{لا}+۲}+\frac{\text{لا}+۲}{۲\text{لا}}=۲$

(۳۲) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}}=\frac{۱۳}{۶}$

(۳۳) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۴}=۱$

(۳۴) $\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}+۲}=\frac{۱۳}{۶}$

(۳۵) $\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}-۱}-\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۹}{۵}$

(۳۶) $\frac{\text{لا}+۴}{\text{لا}-۴}+\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}-۲}=۷$

(۳۷) $\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}-۳}-\frac{\text{لا}-۴}{\text{لا}-۱}=\frac{۱۴}{۱۵}$

(۳۸) $\frac{\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}-\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۴}=-\frac{۹}{۵}$

(۳۹) $\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۴}-\frac{\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}=\frac{۱۴}{۱۵}$

(۴۰) $\frac{۱}{\text{لا}-۲}-\frac{۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۳}{۵}$

(۴۱) $\frac{۳}{۲(\text{لا}^{۲}-۱)}-\frac{۱}{۴(\text{لا}+۱)}=\frac{۱}{۸}$

(۴۲) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}^{۲}-۱}=\frac{۱۵-۷\text{لا}}{۸(۱-\text{لا})}$

(۴۳) $\frac{۲\text{لا}+۱}{\text{لا}-۱}+\frac{۳\text{لا}-۲}{۳\text{لا}+۲}=\frac{\text{لا}}{۲}$

(۴۴) $\frac{۲\text{لا}-۱}{\text{لا}-۱}-\frac{۲\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}+\frac{۱}{۶}=۰$

(٤٥) $\frac{٣\text{لا}+١}{٣(\text{لا}-٥)} - \frac{٢\text{لا}-٧}{٢\text{لا}-٨} - \frac{٥}{٢} = ٠$ (٤٦) $\frac{٢\text{لا}-٣}{٣\text{لا}-٥} + \frac{٣\text{لا}-٥}{٢\text{لا}-٣} = \frac{٥}{٢}$

(٤٧) $\frac{٣\text{لا}-٢}{٢\text{لا}-٥} + \frac{٢\text{لا}-٥}{٣\text{لا}-٢} = \frac{١٠}{٣}$ (٤٨) $\frac{\text{لا}+٢}{\text{لا}-١} - \frac{٤-\text{لا}}{٢\text{لا}} = \frac{٧}{٤}$

(٤٩) $(\text{لا}-٣)^٢ = ٢(\text{لا}^٢-٩)$ (٥٠) $(\text{لا}+١٠)^٢ = ١٤٤(١٠٠-\text{لا}^٢)$

(٥١) $\frac{٥}{\text{لا}+٢} + \frac{٣}{\text{لا}} = \frac{١٤}{\text{لا}+٤}$ (٥٢) $\frac{٤}{١+\text{لا}} + \frac{٥}{\text{لا}+٢} = \frac{١٢}{\text{لا}+٣}$

(٥٣) $\frac{\text{لا}+١}{\text{لا}+٢} + \frac{\text{لا}-١}{\text{لا}-٢} = \frac{٢\text{لا}-١}{\text{لا}-١}$ (٥٤) $\frac{\text{لا}-٢}{\text{لا}+٢} + \frac{\text{لا}+٢}{\text{لا}-٢} = ٢\frac{\text{لا}+٣}{\text{لا}-٣}$

(٥٥) $\frac{\text{لا}-١}{\text{لا}+١} - \frac{٥}{٦} = \frac{٢}{٧(\text{لا}-١)}$ (٥٦) $\frac{٤}{\text{لا}+٢} + \frac{٥}{\text{لا}+٤} = \frac{١٢}{\text{لا}+٦}$

(٥٧) $\frac{\text{لا}-١}{\text{لا}+١} + \frac{\text{لا}-٢}{\text{لا}+٢} = \frac{٢\text{لا}+١٣}{\text{لا}+١٦}$ (٥٨) $\frac{\text{لا}+١}{\text{لا}-١} + \frac{\text{لا}+٢}{\text{لا}-٢} = \frac{٢\text{لا}+١٣}{\text{لا}+١}$

(٥٩) $\frac{٢\text{لا}-١}{\text{لا}+١} + \frac{٣\text{لا}-١}{\text{لا}+٢} = \frac{٥\text{لا}-١١}{\text{لا}-١}$ (٦٠) $\text{لا} - \frac{١٤\text{لا}-٩}{٨\text{لا}-٣} = \frac{\text{لا}^٢-٣}{\text{لا}+١}$

(٦١) $\text{د}\,\text{لا}^٢ - ٢\text{د}^٢\text{لا} + \text{د}^٣ - ١ = ٠$ (٦٢) $٤\text{د}^٢\text{لا} = (\text{د}^٢-\text{ب}^٢+\text{لا})^٢$

(٦٣) $\frac{\text{لا}}{\text{د}} + \frac{\text{د}}{\text{لا}} = \frac{\text{لا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{لا}}$ (٦٤) $\frac{١}{\text{لا}} + \frac{١}{\text{لا}+\text{ب}} = \frac{١}{\text{د}} + \frac{١}{\text{د}+\text{ب}}$

ستائیسوان باب ایسی مساواتین جو مساوات درجہ دوم کی طرح حل ہو سکتی ہین

(٢٤٨) بہت سی مساواتین ایسی ہوتی ہین کہ وہ ٹھیک ٹھیک مساوات درجہ دوم تو نہین ہوتین مگر تکمیل مجذور سی حل ہوتی ہین اب ہم اوسکی دو مثالین لکھتے ہین

(٢٤٩) حل کرو $\text{لا}^٦ - ٧\text{لا}^٣ = ٨$

زیادہ کرو $(\frac{٧}{٢})^٢$ تو $\text{لا}^٦ - ٧\text{لا}^٣ + (\frac{٧}{٢})^٢ = ٨ + \frac{٤٩}{٤} = \frac{٨١}{٤}$

جذر لو تو $\text{لا}^٣ - \frac{٧}{٢} = \pm \frac{٩}{٢}$

اسواسطی $\text{لا}^٣ = \frac{٧}{٢} \pm \frac{٩}{٢} = ٨$ یا -١

اب کعب نکالو تو $\text{لا} = ٢$ یا -١ کے

(٢٥٠) حل کرو $\text{لا}^٢ + ٣\text{لا} + ٣\sqrt{\text{لا}^٢+٣\text{لا}-٢} = ٦$

طرفین مساوات سے ٢ تفریق کرو تو $\text{لا}^٢ + ٣\text{لا} - ٢ + ٣\sqrt{\text{لا}^٢+٣\text{لا}-٢} = ٤$

اب دائین طرف مساوات کے دو جملہ ہین ایک $\sqrt{\text{لا}^٢+٣\text{لا}-٢}$ اور دوسرا $\text{لا}^٢+٣\text{لا}-٢$

اور پہلا جملہ مجذور اور دوسرے جملہ کا ہے تو اب ہم تکمیل مجذور کر سکتے ہین
زیادہ کرو $(\frac{۳}{۲})^{۲}$ تو

$$\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲ + ۳\sqrt{(\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲)} + (\frac{۳}{۲})^{۲} = ۴ + \frac{۹}{۴} = \frac{۲۵}{۴}$$

جذر لیا تو $\sqrt{(\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲)} + \frac{۳}{۲} = \pm \frac{۵}{۲}$

اسواسطے $\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = -\frac{۳}{۲} \pm \frac{۵}{۲} = ۱$ یا -۴

اول فرض کرو کہ $\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = ۱$

طرفین مساوات مجذور کرو تو $\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۱ = ۱$

یہہ معمولی مساوات درجہ دوم کی ہے اوسکے حل کرنے سے $\text{لا} = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$ حاصل ہوگا

دوم فرض کرو $\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = -۴$

مجذور دونو طرف مساوات کا لو تو $\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲ = ۱۶$

یہہ معمولی مساوات درجۂ دوم کی ہے اسکے حل کرنے سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۳ یا −۶

پس کل قیمتین لا کی ۳ یا −۶ یا $\frac{-۳ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$ دریافت ہوئگی

ایک بڑی غور کی بات ان قیمتوں مین یہہ ہے کہ اگر ان قیمتونکی صحت کا امتحان کرین مثلاً لا = ۳ کی رکہین تو $\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲ = ۱۶$ حاصل ہوگا اور $\sqrt{(\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲)} = \pm ۴$ یعنی دو قیمتین ہین + ۴ اور − ۴ اور جب + ۴ اصل مساوات مین رکہین تو وہ مساوات مین ٹہیک نہین ٹہیگی لیکن اگر قیمت − ۴ لین تو مساوات درست رہتی ہے اگر ہم لا = − ۶ کی مساوات مین رکہین تو ہمکو وہی نتیجہ سابق حاصل ہوگا اس نتیجہ کا پیدا ہونا پہلے ہی سے سمجھہ مین آتا تہا اسلئے کہ مساوات $\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = -۴$ اصل مساوات سے نکالی تہی اور پہر اوسے قیمتین لا = ۳ یا − ۶ کی حاصل کی تہین اور اگر ہم $\text{لا} = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$ رکہین تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ $\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲ = ۱$ اور اگر ہم $\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = +۱$ کی لین تو اصل مساوات ٹہیک رہیگی اور یہہ نتیجہ پہلے ہی سے خیال مین آتا تہا درحقیقت ان مساواتون مین سے

$$\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۳\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = ۶$$

$$\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} + ۳\sqrt{\text{لا}^{۲} + ۳\,\text{لا} - ۲} = ۶$$

خواہ کسی مساوات کو حل کرین لا کی چار قیمتین دونوںمین یکسان حاصل ہونگی لیکن قیمتین ۲ یا ۶- ٹہیک ٹہیک مساوات اول سے تعلق رکہتی ہین اور قیمتین $\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$ ٹہیک ٹہیک مساوات دوم سی تعلق رکہتی ہین

(۲۵۱) مساواتین ایسی بہی ہوتی ہین کہ تکمیل مجذور اور تقلیب مساوات اونمین ایک دفعہ یا کئی دفعہ کیجائی تو مساوات درجہ دوم کی صورت پیدا ہوتی ہے دو مثالین اسطرح کی بہی لکہتے ہین

(۲۵۲) حل کرو $2\,\text{لا} - \sqrt{\text{لا}^2 - 3\,\text{لا} - 3} = 9$

تقلیب سی $2\,\text{لا} - 9 = \sqrt{(\text{لا}^2 - 3\,\text{لا} - 3)}$

مجذور کرو تو $4\,\text{لا}^2 - 36\,\text{لا} + 81 = \text{لا}^2 - 3\,\text{لا} - 3$

تقلیب کرو تو $3\,\text{لا}^2 - 33\,\text{لا} + 84 = 0$

تقسیم کرو ۳ پر تو $\text{لا}^2 - 11\,\text{لا} + 28 = 0$

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرکے ہمکو معلوم ہوگا کہ لا = ۷ یا ۴ کی مساوات اصلی مین قیمت ۷ ٹہیک بیٹہتی ہے لیکن قیمت ۴ مساوات $2\,\text{لا} + \sqrt{\text{لا}^2 - 3\,\text{لا} - 3} = 9$ سے تعلق رکہتی ہے

(۲۵۳) حل کرو $\sqrt{(\text{لا} + 4)} + \sqrt{(2\,\text{لا} + 6)} = \sqrt{(8\,\text{لا} + 9)}$

مجذور کرو تو $\text{لا} + 4 + 2\,\text{لا} + 6 + 2\sqrt{(\text{لا} + 4)(2\,\text{لا} + 6)} = 8\,\text{لا} + 9$

تقلیب مساوات سے $2\sqrt{(\text{لا} + 4)(2\,\text{لا} + 6)} = 5\,\text{لا} - 1$

مجذور کرو $4(\text{لا} + 4)(2\,\text{لا} + 6) = 25\,\text{لا}^2 - 10\,\text{لا} + 1$

یعنی $8\,\text{لا}^2 + 56\,\text{لا} + 96 = 25\,\text{لا}^2 - 10\,\text{لا} + 1$

تقلیب مساوات سے $17\,\text{لا}^2 - 66\,\text{لا} - 95 = 0$

مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۵ یا $-\frac{19}{17}$ اصلی مساوات مین قیمت ۵ کی تو ٹہیک بیٹہتی ہے مگر $-\frac{19}{17}$ مساوات

$\sqrt{(2\,\text{لا} + 6)} - \sqrt{(\text{لا} + 4)} = \sqrt{8\,\text{لا} + 9}$ سے متعلق ہے

(۲۵۴) طالبعلم کو مثلہ بالا سے معلوم ہوا ہوگا کہ اون صورتونمین کہ معمولی مساوات درجہ دوم کی حاصل کرنیکے لئی ہمکو مجذور کرنا پڑتا ہے تو یہہ تحقیق نہین معلوم ہوتا کہ آخر کو جو قیمتین

حاصل ہوئین وہ اصل مساوات کی لئے درست ہین یا نہین جب تک اونکا امتحان نکرین

(۲۵۵) بعض مساواتین ایسی ہوتی ہین کہ کچھہ تو وہ تراکیب مذکورہ بالا کی استعمال سے حل ہوتی ہین اور کچھہ عقل کے زور سے ایسی ہی دو مثالین لکھتے ہین

(۲۵۶) حل کرو $\frac{\text{لا}+4}{\text{لا}-4} - \frac{\text{لا}-4}{\text{لا}+4} = \frac{9+\text{لا}}{9-\text{لا}} - \frac{9-\text{لا}}{9+\text{لا}}$

ہر ایک طرف مساوات کا نسب نما متحد بناؤ تو

$$\frac{(\text{لا}+4)^2 - (\text{لا}-4)^2}{\text{لا}^2-16} = \frac{(9+\text{لا})^2 - (9-\text{لا})^2}{81-\text{لا}^2}$$

یعنی $\frac{16\,\text{لا}}{\text{لا}^2-16} = \frac{36\,\text{لا}}{81-\text{لا}^2}$

یہان ظاہر ہے کہ ایک قیمت تو لا = ۰ کی ہے اور ایک قیمت دریافت کرنے کی لئے طرفین مساوات کو ۴ لا پر تقسیم کرو تو $\frac{4}{\text{لا}^2-16} = \frac{9}{81-\text{لا}^2}$

اسواسطی $4(81-\text{لا}^2) = 9(\text{لا}^2-16)$

اسواسطی $13\,\text{لا}^2 = 144+324 = 468$

اسواسطی $\text{لا}^2 = 36$ اور $\text{لا} = \pm 6$

پس قیمتین مساوات کی ۰ اور ۶ اور −۶ ہین

(۲۵۷) حل کرو $\text{لا}^3 - 7\,\text{لا}\,\text{ا}^2 + 6\,\text{ا}^3 = 0$ یہان ظاہر ہے کہ ایک قیمت لا = ا ہے تو ہم مساوات کو اسطرح لکھہ سکتے ہین کہ $\text{لا}^3 - \text{ا}^3 = 7\,\text{ا}^2(\text{لا}-\text{ا})$ اور قیمتونکی دریافت کرنیکے لئے اول لا − ا پر تقسیم کرو تو $\text{لا}^2 + \text{ا}\,\text{لا} + \text{ا}^2 = 7\,\text{ا}^2$

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرکے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ لا = ۲ ا یا −۳ ا پس تین قیمتین مساوات مفروضہ کی ا اور ۲ ا اور ۳ ا ہین

امثلہ نمبری ۲۷

(۱) $\text{لا}^4 - 13\,\text{لا}^2 + 36 = 0$ (۲) $\text{لا} - 5\sqrt{\text{لا}} - 14 = 0$

(۳) $\text{لا} + \sqrt{(\text{لا}+5)} = 7$ (۴) $\text{لا}^2 + \sqrt{(\text{لا}^2+9)} = 21$

(۵) $2\sqrt{(\text{لا}^2 - 2\,\text{لا} + 1)} + \text{لا}^2 = 23 + 2\,\text{لا}$ (۶) $\text{لا}^4 - 2\,\text{لا}^3 + \text{لا}^2 = 36$

(۷) $\sqrt{(\text{لا}^2 - 6\,\text{لا} + 16)} + (\text{لا}-3)^2 = 13$

(۸) $\sqrt{لا^۲ - ۹لا + ۲۸} + ۹لا = لا^۲ + ۳۶$ (۹) $۲لا^۲ + ۶لا = ۲۶۶ - \sqrt{لا^۲ + ۳لا - ۸}$

(۱۰) $لا^۲ - ۴لا - ۲\sqrt{لا^۲ - ۴لا + ۴} = ۳۱$

(۱۱) $لا + ۲\sqrt{لا^۲ + ۵لا + ۲} = ۱۰$ (۱۲) $۳لا + \sqrt{لا^۲ + ۷لا + ۵} = ۱۹$

(۱۳) $لا = ۷\sqrt{۲ - لا^۲}$ (۱۴) $\sqrt{لا + ۹} = ۲\sqrt{لا - ۳}$

(۱۵) $\sqrt{لا + ۸} - \sqrt{لا + ۳} = \sqrt{لا}$ (۱۶) $۵\sqrt{۱ - لا} + ۵لا = ۷$

(۱۷) $\sqrt{۳لا - ۳} + \sqrt{۵لا - ۱۹} = \sqrt{۲لا + ۸}$

(۱۸) $\sqrt{۲لا + ۱} + \sqrt{۷لا - ۲۶} = \sqrt{۳لا + ۴}$

(۱۹) $\sqrt{ب^۲ + ا\,لا} - \sqrt{ا^۲ + ب\,لا} = ا + ب$

(۲۰) $۲لا\sqrt{ا + لا^۲} + ۲لا^۲ = ا^۲ - ا$

(۲۱) $\frac{لا + \sqrt{۲ا^۲ - لا^۲}}{لا - \sqrt{۲ا^۲ - لا^۲}} = \frac{ا + ۱}{ا - ۱}$ (۲۲) $\frac{۱}{لا - ۱} - \frac{۱}{لا + ۱} = \frac{۳لا}{۱ + لا^۲}$

(۲۳) $\frac{۱}{لا + ۷} + \frac{۱}{لا - ۱} + \frac{۱}{لا + ۱} + \frac{۱}{لا - ۷} = ۰$

(۲۴) $\frac{۱}{لا + \sqrt{۲ - لا^۲}} + \frac{۱}{لا - \sqrt{۲ - لا^۲}} = لا$ (۲۵) $\frac{لا + \sqrt{لا^۲ - ۱}}{لا - \sqrt{لا^۲ - ۱}} - \frac{لا - \sqrt{لا^۲ - ۱}}{لا + \sqrt{لا^۲ - ۱}} = ۸\sqrt{لا^۲ - ۱}$

(۲۶) $\frac{لا + ا}{لا - ا} - \frac{لا - ا}{لا + ا} = \frac{ب + لا}{ب - لا} - \frac{ب - لا}{ب + لا}$

(۲۷) $لا^۳ + ۳ا\,لا^۲ = ۴ا^۳$ (۲۸) $۵لا^۲(ا - لا) = (ا^۲ - لا^۲)(لا + ۳ا)$

اٹھائیسواں باب سوالات مساوات درجۂ دوم

(۲۵۸) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۱۵ اور حاصل ۵۴ ہو۔ فرض کرو کہ لا ایک عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۵-لا دوسرے عدد کو تعبیر کرے گا اور بموجب فرض کے

$$لا(۱۵ - لا) = ۵۴$$

تقلیب سے $لا^۲ - ۱۵لا = -۵۴$

اسواسطے $لا^۲ - ۱۵لا + \left(\frac{۱۵}{۲}\right)^۲ = -۵۴ + \frac{۲۲۵}{۴} = \frac{۹}{۴}$

اسواسطے $لا - \frac{۱۵}{۲} = \pm \frac{۳}{۲}$

اسواسطے $لا = \frac{۱۵}{۲} \pm \frac{۳}{۲} = ۹$ یا ۶

اگر ہم لا = ۹ کے لیں تو دوسرا عدد ۱۵ - لا = ۶ اور اگر ہم لا = ۶ کی لیلیں تو ۱۵ - لا = ۹
پس دو عدد مطلوبہ ۹ و ۶ ہوئے با وجودیکہ مساوات درجۂ دوم سے دو قیمتیں لا کی
دریافت ہوتی ہیں مگر سوال کا حل ایک ہی طرح پر ہے ٭

(۲۵۹) ایک سوداگر نے کچھہ روپیہ کو اسباب خریدا اور اُسکو ۲۴ روپیہ کو بیچ ڈالا اس
بیچنے میں اوسکو اِس قدر نقصان فیصدی ہوا جس قدر روپیہ کو اسباب مول لیا تہا تو
بتاؤ کتنے کو اسباب مول لیا ۔ فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اوس روپیہ کو جو اوسنے
اسباب خریدنے میں لگایا تو لا - ۲۴ زر نقصان کو تعبیر کرے گا اور بموجب شرطِ سوال کے
نقصان اُسکا لا فیصدی روپیہ ہوا ہے تو نقصان اصل کا $\frac{لا}{۱۰۰}$ حصہ ہوگا

اسواسطے $لا \times \frac{لا}{۱۰۰} = لا - ۲۴$　　اسواسطے $لا^۲ - ۱۰۰ لا = - ۲۴۰۰$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۴۰ یا ۶۰ پس اِس حل سے جو نتیجہ
نکلیگا وہ یہہ ہوگا کہ سوداگر نے کیا تو ۴۰ روپیے کا یا ۶۰ روپیے کا اسباب خریدا تھا
اِن دونوں سے شرائط سوال پوری ہوتی ہیں ٭

(۲۶۰) ۹ روپیے برابر برابر کچھہ آدمیوں میں تقسیم ہوئے اگر وہ دو کم آدمیوں پر تقسیم ہوتے
تو ہر ایک کے حِصّہ میں ایک ایک آنہ زیادہ آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیونکی تو ہر ایک کا حصہ $\frac{۱۴۴}{لا}$ آنہ ہوگا

لیکن اگر وہاں لا - ۲ آدمی ہوتے تو ہر ایک کا حِصّہ $\frac{۱۴۴}{لا - ۲}$ آنہ ہوگا

اسواسطے بموجب شرائط سوال کے $\frac{۱۴۴}{لا - ۲} = \frac{۱۴۴}{لا} + ۱$

اسواسطے $۱۴۴ لا = ۱۴۴ (لا - ۲) + لا (لا - ۲)$

اسواسطے $لا^۲ - ۲ لا = ۲۸۸$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ لا = ۱۸ یا - ۱۶ کے پس اس سے معلوم ہوا کہ تعداد آدمیونکی
۱۸ ہی ہے جس سے شرائط سوال کی پوری ہوتی ہیں طالبعلم ضرور سابکو پوچھے گا کہ - ۱۶ کی معنی بھی

سوال کی شرائط پورا کر سکتے لئے کچھہ ہو سکتی ہین یا نہین سلئی ہم ایک سوال حل کرتے ہین جو اس سوال سے بہت ہی تعلق رکھتا ہے

(۲۶۱) ۹ روپیہ برابر برابر آدمیونمین تقسیم ہوئے اگر وہ دو یا زیادہ آدمیون پر تقسیم ہوتے تو ہر ایک کے حصہ مین ایک ایک آنہ کم آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرضکرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیونکی تو مثل سابق کے ہمکو یہہ مساوات حاصل ہوگی

$$\frac{۱۴۴}{لا + ۲} = \frac{۱۴۴}{لا} - ۱$$

اسواسطے $لا^{۲} + ۲ لا = ۲۸۸$

اسواسطے $لا = ۱۶ یا - ۱۸$

سوال اول مین تو ۱۸ ایک نتیجہ ایسا نکلا تھا کہ شرائط سوال کو پورا کرتا تھا اور -۱۶ بیکار تھا اوسکو کچھہ سوال سے لگاؤ نہ تھا یہان اس سوال مین ۱۶ ایک نتیجہ ایسا نکلا ہے کہ شرائط سوال کو پورا کرتا ہے اور -۱۸ محض بیکار اور سوال سے کچھہ تعلق نہین رکھتا

(۲۶۲) دفعہ ۲۶۱ مین جو نتیجے پیدا ہوئی ہین وہ اکثر سوالات کے حل کرنمین نکلتے ہین یعنے ایسے نتیجے پیدا ہوتے ہین کہ وہ سوال سے کچھہ علاقہ نہین رکہتے وجہ اسکی یہہ معلوم ہوتی ہے کہ ہمارے روزمرہ کی بول چال مین جو مطلب ادا ہوتا ہے وہ جبر مقابلہ مین زیادہ عام طور پر ادا ہوتا ہے اور مساوات شرائط سوال کے اور شرائط کو بھی بیان کرتے ہین تجربہ اور مشق سے ضرور طالبعلمونکو یہہ ملکہ پیدا ہو جائیگا کہ نتائج مین سے جو آخر کو سوال کے حل کرنے سے پیدا ہونگے اون نتائج کا وہ انتخاب کر لینگے جو سوال سے علاقہ رکہتے ہین اور یہہ بات بھی اونکو حاصل ہو جاویگی کہ جو نتیجے ایسے حاصل ہوئے ہین کہ وہ سوال سے کچھہ علاقہ نہین رکہتے ہین اونکی مطابقت سے سوال کو کچھہ اوسمین تغیر و تبدل کر کے بنالین اسکی توضیح دفعہ ۲۶۱ مین ہوئی اور اب ایک اور مثال لکھتے ہین

(۲۶۳) اگر ۱۰ آنہ ۲۰ سے کے آنبونمین زیادہ آتے تو ایک کوڑی آنبونکی قیمت مین ۳ پائی کم ہو جاتین تو بتاؤ فی کوڑی آنبونکی کیا قیمت ہے

فرض کرو کہ لا ایک کوڑی آنبون کی قیمت کو تعبیر کرتا ہے تو ہر ایک آنب کی قیمت $\frac{\text{لا}}{۲۰}$ ہوگی اسلئے تعداد آنبونکی جو ڈھائی آنہ کو خریدی جاوینگے $۳۰ \div \frac{\text{لا}}{۲۰}$ یعنی $\frac{۶۰۰}{\text{لا}}$ ہوگی اور اگر ۳ پائی فی کوڑی قیمت کم ہوتی تو تعداد آنبونکی جو ڈھائی آنہ مین خریدے جاتے $\frac{۶۰۰}{\text{لا}-۳}$ ہوتی اسواسطے بموجب شرط سوال کے

$$\frac{۶۰۰}{\text{لا}-۳} = \frac{۶۰۰}{\text{لا}} + ۱۰$$

اسواسطے $۶۰\,\text{لا} = ۶۰\,(\text{لا}-۳) + \text{لا}\,(\text{لا}-۳)$

اسواسطے $\text{لا}^۲ - ۳\,\text{لا} = ۱۸۰$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہم کو حاصل ہوتا ہے

کہ $\text{لا} = ۱۵$ یا -۱۲

پس اس سے معلوم ہوا کہ قیمت فی کوڑی آنبونکی ۱۵ پائی یعنی سوا آنہ ہے اور ۱۲ پائی یعنے ایک آنہ سوال مفصلہ ذیل کا جواب ہے کہ اگر ۱۰ آنب ۲ر کے آنبونمین کم آتے تو ایک کوڑی آنبونکی قیمت مین تین پائی زیادہ ہوجاتی

سوالات نمبری ۲۸

(۱) ۶۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اون کا حاصلضرب ۸۶۴ ہو

(۲) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ مجموعہ اونکا ۶۰ ہو اور مجموعہ اونکے مجذورونکا ۱۸۷۲

(۳) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا حاصلتفریق ۶ ہو اور اونکا حاصلضرب ۷۲۰

(۴) ایسے تین عدد دریافت کرو کہ دوسرا عدد دو نہائی اول عدد کی ہو اور تیسرا عدد نصف اول کا ہو اور مجموعہ اون عددون کے مربعون کا ۵۴۹ ہو

(۵) دو عددونکا حاصل تفریق ۲ ہے اور مجموعہ اونکے مربعونکا ۲۴۴ ہے ان اعداد کو دریافت کرو

(۶) ۱۰ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اونکا حاصلضرب اگر اونکے مربعون کے مجموعہ پر زیادہ کیا جائے تو ۷۶ حاصل ہون

(۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوسکو اوسکے جذر پر زیادہ کرین تو ۲۱۰ حاصل ہون

(۸) ایک عدد دوسرے عدد سے ۶ گنا ہے اور حاصلضرب ان عددونکا ۳۸۴ ہے اونکو بتلاؤ

(۹) محتاجونمین ۱۱۰ من آٹا تقسیم ہوا اگر ہر ایک محتاج کو ایک من آٹا اور زیادہ ملتا تو اوتنے من آٹا ملتا جتنے وہ غریب آدمی تہے تو بتاؤ آدمی کتنے تہے

(۱۰) مسافرون نے سرائین جاکر کھانا کھایا اور سب کھانے کی قیمت ۱۰ روپیہ ۱۵ ہوئے دو مسافر اونمین مفلس تھے اُنھون نے کچھہ نہین دیا اِس سببسے ہر ایک کو اپنے حصّہ مین دس آنے اور زیادہ دینے پڑے تو اون مسافرون کی تعداد بتلاؤ ؟

(۱۱) ایک حوض مین دو نالیوںسے پانی آتا ہے ایک نالی ایسی ہے کہ ۶ گھنٹہ پہلے بہ نسبت دوسری نالی کے حوض بھر دیتی ہے اور دو نالیوںسے ۴ گھنٹہ مین حوض پُر ہوتا ہے تو بتاؤ ہر ایک نالی سے کتنی دیر مین حوض پُر ہو گا ؟

(۱۲) ایک شخص نے کچھہ تھان کپڑے کے ۲۴ روپئے ۳ ر کو خریدے اور ۳ روپیہ فی تھان کے حساب سے سارا کپڑا ایسا ہوا بیچ ڈالا تو اُسکو فائدہ اتنا حاصل ہوا جتنے کو ایک تھان خریدا تھا تو بتاؤ تعداد تھانون کی کیا تھی ؟

(۱۳) زید و بکر ملکر ایک کام کو ۱۴ $\frac{2}{5}$ دنمین تمام کرتے ہین اور زید بکر سے اکیلا ۱۲ دن کم مین اوس کام کو پورا کرتا ہے تو بتاؤ زید کتنے دنونمین اکیلا اوس کام کو ختم کریگا ؟

(۱۴) ایک شخص نے ۱۸ ر کا گوشت خریدا اگر ایک پائی سیر گوشت کے دام زیادہ ہوتے تو اوسکو ۳ سیر گوشت کم ہاتھہ لگتا تو بتاؤ کتنا گوشت اُسنے خریدا ؟

(۱۵) ایک قسم کے چاولون کی ۱۴ سیر پلّہ کی قیمت بہ نسبت دوسری قسم کے چاولونکے پلہ کے پونے دو آنے زیادہ ہے اور پہلی قسم کے چاول سوا روپیہ کی بہ نسبت دوسری قسم کے چاولونکے آٹھہ سیر کم آتے ہین تو بتاؤ فی پلہ کیا قیمت ہے ؟

(۱۶) ایک شخص نے اسباب کچھہ روپیہ کا خریدا اور اُسکو ۲۴ روپیہ کو بیچ ڈالا اور اسکے بیچنے مین اُسکو اتنا فیصدی فائدہ ہوا جتنے کو اُسنے خریدا تھا تو بتاؤ کتنے کا اسباب خریدا تھا ؟

(۱۷) ایک مربع کا ضلع ایک سو دس انچھہ طول مین ہے تو اوس مستطیل کا طول اور عرض دریافت کرو جسکا مجموعہ اضلاع مربع کے مجموعہ سے ۴ انچھہ زیادہ ہے اور رقبہ اوس کا مربع کے رقبہ سے بقدر ۴ انچھہ مربع کے کم ہے ؟

(۱۸) اون بوتا مونکی قیمت فی درجن بتاؤ جو ایک آنہ مین ۲ کم آئین اگر قیمت فی درجن ایک پائی زیادہ ہو جائے ؟

(۱۹) دو قاصد زید و بکر ایک ہی وقت ۹۰ میل کے فاصلہ پر روانہ کئے گئے زید ایک میل فی گھنٹہ بکر سے زیادہ چلا اور بکر سے ایک گھنٹہ پہلے منزل مقصود پر پہنچ گیا تو بتاؤ ہر ایک نے کس قدر مسافت فی گھنٹہ طے کی ؟

(۲۰) ایک زمیندار پاس کچھہ بیگھہ زمین ہے جسکی جمع سرکاری ۸۷ روپیہ ۸ آنہ وہ ادا کرتا ہے ۸ بیگھے زمین تو اوس نے اپنے پاس رہنے دی اور باقی اور کاشتکارونکو جمع سرکاری سے ۵ ر فی بیگھہ زیادہ لگان پر دیدی اور اسیطرح اوسکو ساری جمع سرکاری اور ڈھائی روپیہ نفع کے حاصل ہوئے تو بتاؤ کتنے بیگھے زمین اوس پاس تھی ؟

(۲۱) دو شہر و نمین جنمین فاصلہ ۲۳۰ میل کا تھا زید و بکر ملنے کے ارادہ سے چلے زید ۸ میل فی یوم بہ نسبت بکر کے زیادہ چلتا ہے اور اتنے دنومین وہ دونون ملے کہ اُنکی تعداد نصف اُن میلونسے تھی جو بکر فی یوم چلتا تھا تو بتاؤ ایک نے کتنی مسافت ملاقات کے وقت تک طے کی ؟

(۲۲) ایک برتن شراب سے بھرا ہوا تھا اور اُسمین ۸۱ گیلن شراب خالص تھی ایک شخص نے کچھہ شراب نکالی اور اُسکی جگہہ پانی بھر دیا اور پھر دوبارہ اُس برتن مین سے اُسیقدر شراب پانی کی ملی ہوئی نکالی جسقدر پہلے شراب خالص نکالی تھی اب اوس برتن مین جو شراب خالص رہی وہ ۶۴ گیلن تھے تو بتاؤ ہر دفعہ اوس نے کتنی شراب نکالی ؟

(۲۳) ایک کمپنی تلنگون کی ہے وہ ایک مربع کی شکل پر کھڑی ہوئی تھی اور ایک پلٹن تھی جسمین ایسی ایسی ۸ کمپنیان تھین اور وہ ایک خالی مربع کی شکل میں جسکے اندر چار مربع در مربع بنائے تھے صف بصف کھڑی ہوئی تھین اور یہہ مربع پہلے مربع سے سولہ گُنا ہی تو بتاؤ کمپنی مین کتنے تلنگے تھے ؟

(۲۴) تین مساوی برتن پورے بھرے ہوئے رکھے ہین ایک برتن مین پانی اور دوسرے برتن مین برانڈی اور تیسرے مین برانڈی و پانی ملی ہوئی اگر دوسرے اور تیسرے برتن کو ایک برتن مین کرین تو یہہ

مخلوط شراب اور آب نوگنی تیز بہ نسبت اوس مخلوط شراب کے ہوگی جو پہلے اور تیسرے برتن کو ایک برتن مین کرنیسے بنتی ہی تو بتاؤ کس نسبت سی شراب و پانی تیسرے برتن مین بہرا ہوا ہے

(۲۵) ایک شخص نے پانچہزار روپیہ کسی خاص سود فیصدی پر قرض دئیے سال کے آخر مین اوسنے اپنا سود پایا اور ۵۲ روپیہ اوسمین سے صرف کئے اور باقی اصل مین ملاکر دوسرے سال پہر اوسی سود پر کہ پہلے سال لیا تہا قرض دی اور دوسرے سال کے انجام مین اوسنے سب روپیہ ۵۳۸۲ پایا تو بتاؤ سود کیا فیصدی تہا

اونتیسوان باب مساوات درجۂ دوم ایک مجہول سے زیادہ مجہولون کی

(۲۶۴) اب ہم چند مساواتین ہمساز درجۂ دوم کی حل کرینگے فقط اونکی دو صورتین ایسی ہین کہ جنکے لئے قاعدے بیان ہوسکتے ہین دونو صورتونمین دو مقدارین مجہول ہوتی ہین اور یہہ دونو مقدارین مجہول لا اور ی سے ہمیشہ تعبیر ہوتی ہین

(۲۶۵) صورت اول تو یہہ ہی کہ ایک مساوات اونمین سے مساوات درجۂ اول کی ہو اور دوسری مساوات درجۂ دوم کی **قاعدہ** مساوات درجۂ اول سے قیمت کسی مجہول کی رقمون مین نکالو اور اس قیمت کو مساوات درجۂ دوم مین بجاے اوس مجہول کے رکہہ لو

مثال حل کرو کہ ۳ لا + ۴ ی = ۱۸ و ۵ لا^2 − ۳ لا ی = ۲

مساوات اول سے ی = $\frac{۱۸ - ۳ لا}{۴}$ اس قیمت کو مساوات دوم مین رکہو تو

$$۵ لا^2 - \frac{۳ لا (۱۸ - ۳ لا)}{۴} = ۲$$

اسواسطے ۲۰ لا^2 − ۵۴ لا + ۹ لا^2 = ۸

اسواسطے ۲۹ لا^2 − ۵۴ لا = ۸

اس مساوات کو حل کرین تو معلوم ہوگا کہ لا = ۲ یا − $\frac{۴}{۲۹}$

اور اس قیمت کو قیمت ی مین رکہنے سے معلوم ہوگا کہ ی = ۳ یا $\frac{۲۶۷}{۵۸}$

(۲۶۶) حل کرو ۳ لا^2 + ۵ لا − ۸ ی = ۳۶ اور ۲ لا^2 − ۳ لا − ۴ ی = ۳

یہان دونو مساواتونمین سے کوئی مساوات درجۂ اول کی نہین ہے لیکن اونمین سے ہم مساوات درجۂ اول کی پیدا کرسکتے ہین اسطرحسے کہ اول مساوات کو ۲ مین اور دوسری کو ۳ مین ضرب دین تو

۶ لا۲ + ۱۰ لا - ۱۶ ی = ۷۲ اور ۶ لا۲ - ۹ لا - ۱۲ ی = ۹

اسواسطے تفریق کرنے سے ۱۰ لا - ۱۶ ی + ۹ لا + ۱۲ ی = ۷۲ - ۹

یعنی ۱۹ لا - ۴ ی = ۶۳

اس مساوات سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ی = (۱۹ لا - ۶۳)/۴ اس قیمت کو مساوات مفروضہ مین سے کسی مساوات

۳ لا۲ + ۵ لا - ۲ (۱۹ لا - ۶۳) = ۳۶

اسواسطے ۳ لا۲ - ۳۳ لا + ۹۰ = ۰

اسواسطے لا۲ - ۱۱ لا + ۳۰ = ۰

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرنے سے لا = ۵ یا ۶ اور اس قیمت کے رکھنے سے ی = ۸ یا ۱۲ ۳/۴ کے حاصل ہوتا ہے

(۲۶۷) دوسری صورت یہہ ہے کہ ارقام جنمین مقدار مجہول داخل ہر مساوات مین ہو دو کے درجہ کا جامہ متجانسہ ہو **قاعدہ** فرض کرو کہ ی = ن لا اس قیمت کو دونون مساواتون مین رکھو تو اونکو باہم تقسیم کرنے سے قیمت ن کی دریافت ہو جاویگی

مثال فرض کرو کہ لا۲ + لا ی + ۲ ی۲ = ۴۴ اور ۲ لا۲ - لا ی + ی۲ = ۱۶

فرض کرو کہ ی = ن لا اور اس قیمت ی کو مساواتون مین رکھو تو

لا۲ (۱ + ن + ۲ ن۲) = ۴۴ و لا۲ (۲ - ن + ن۲) = ۱۶

تقسیم کرنے سے (۱ + ن + ۲ ن۲)/(۲ - ن + ن۲) = ۴۴/۱۶ = ۱۱/۴

اسواسطے ۴ (۱ + ن + ۲ ن۲) = ۱۱ (۲ - ن + ن۲)

اسواسطے ۳ ن۲ - ۱۵ ن + ۱۸ = ۰

اسواسطے ن۲ - ۵ ن + ۶ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے ن = ۲ یا ۳

اس مساوات لا۲ (۱ + ن + ۲ ن۲) = ۴۴ مین بجائے ن کے ۲ رکھنے سے لا = ± ۲ کے حاصل ہوتا ہے

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۴ اور اگر اسی مساوات مین بجائے ن کی ۳ لکھین تو لا = ± √۲

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۳√۲

یا اسطرح حل کرو کہ اول مساوات کو ۲ مین ضرب دو تو

۲ لا۲ + ۲ لای + ۴ ی۲ = ۸۸ و ۲ لا۲ - لای + ی۲ = ۱۶

تفریق کرنے سے ۳ لای + ۳ ی۲ = ۷۲ اسواسطے ی۲ = ۲۴ - لای

اور پہر دوسری مساوات کو ۲ مین ضرب دو اور پہلی مساوات سے تفریق کرو

تو ۳ لا۲ - ۳ لای = - ۱۲

اسواسطے لا۲ = لای - ۴

پس ضرب دینے سے لا۲ی۲ = (۲۴ - لای) (لای - ۴)

یعنی ۲ لا۲ی۲ - ۲۸ لای = - ۹۶

اس مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ لای = ۸ یا ۶ یہ پہلی قیمت کو مساواتون میں رکہنے سے

لا۲ + ۲ ی۲ = ۳۶ اور ۲ لا۲ + ی۲ = ۲۴

اسے لا اور ی کی قیمتین معلوم ہوسکتی ہین اور اسیطرح سی دوسری قیمت لای کی مساواتون مین لکہنے سے

تو لا اور ی کی قیمتین معلوم ہوجاونگی

(۲۶۸) حل کرو ۲ لا۲ + ۳ لای + ی۲ = ۷۰ اور ۶ لا۲ + لای - ی۲ = ۵۰

فرض کرو کہ ی = ن لا اور اس قیمت کو بجای ی کے لکہو

تو لا۲ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷۰ اور لا۲ (۶ + ن - ن۲) = ۵۰

اسواسطے تقسیم کرنے سی (۲ + ۳ ن + ن۲) / (۶ + ن - ن۲) = ۷۰/۵۰ = ۷/۵

اسواسطے ۵ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷ (۶ + ن - ن۲)

اسواسطے ۱۲ ن۲ + ۸ ن - ۳۲ = ۰

اسواسطے ۳ ن۲ + ۲ ن - ۸ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوگا کہ ن = ۴/۳ یا - ۲

اس مساوات لا۲ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷۰ مین ن کی جگہہ ۴/۳ رکہو تو لا = ± ۳

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۴ اور قیمت ن = - ۲ مساوات مین رکہین تو وہ ٹہیک

نہین بیٹہتی اسلئے کہ لا۲ × ۰ = ۷۰ کے ہوتا ہے جو ناممکن ہے مساوات جتنے قیمت ن کی - ۲

نکلتی ہے وہ اسطرح سے لکہی جاسکتی ہے کہ

لا^۲ (۲+ن) (۱+ن) = ۷۰ اور لا^۲ (۲+ن) (۳-ن) = ۵۰

اسنے معلوم ہوتا ہی کہ قیمت ن کی جو ۲+ن=۰ کی لکہنی سی حاصل ہوتی وہ مساوات مین نہین لگ سکتی

تو (۱+ن)/(۳-ن) = ۷۰/۵۰ = ۷/۵ اسواسطے ن = ۴/۳

(۲۶۹) مساواتین ایسی بہی ہوتی ہین جنکی صورت ان دونون صورتون مین سے ایک بہی نہو اونکا حل فقط ذہن لڑانے سی ہوتا ہی اور بعضی حکمتیں بہی ہین جنسی کہ مساوات حل ہوجاتی ہی اور یہ حکمتین آنی تجربہ اور مشق پر موقوف ہین جب طالب علم مشق کریگا تو اوسکو ایک ملکہ حاصل ہوجاویگا کہ وہ مساوات کی صورت دیکہہ کر بتلاویگا کہ اس حکمت سی یہہ حل ہوتی ہی ایسی یہی چند مثالین لکہتے ہین

(۲۷۰) حل کرو لا+ی = ۵ اور لا^۳ + ی^۳ = ۶۵

تقسیم کرنی (لا^۳ + ی^۳)/(لا+ی) = ۶۵/۵

یعنی لا^۲ - لای + ی^۲ = ۱۳

اس مساوات اور مساوات لا+ی = ۵ کو ملاکر دیکہین تو وہ صورت اول پیدا ہوئی جسکے حل کرنیکا قاعدہ اول بیان ہوا ہے اور ایک اور طرح اس مساوات کے حل کرنیکی یہہ ہے کہ

لا+ی = ۵ مجذور کرو تو

لا^۲ + ۲لای + ی^۲ = ۲۵ (۱)

لا^۲ - لای + ی^۲ = ۱۳ (۲)

تفریق کرنے سے ۳لای = ۱۲

اسیواسطے لای = ۴

اور ۴لای = ۱۶ (۳)

مساوات (۳) کو مساوات (۱) سے تفریق کرو

تو لا^۲ - ۲لای + ی^۲ = ۹

جذر لینے سے لا-ی = ±۳

پس ان دو مساواتون لا+ی = ۵ و لا-ی = ±۳ سے معلوم ہوتا ہے

کہ لا = ۱ یا ۴ کے اور ی = ۴ یا ۱ کے

(۲۷۱) حل کرو $\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} = ۴۱$ و $\text{لا ی} = ۲۰$ یہہ مساوات بموجب صورت دوم کے حل ہو سکتی ہی
یا اسطرح سے بہی حل ہوتی ہین کہ ان سے یہہ مساواتین حاصل ہوتی ہین کہ

$\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} + ۲\,\text{لا ی} = ۴۱ + ۴۰ = ۸۱$

$\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} - ۲\,\text{لا ی} = ۴۱ - ۴۰ = ۱$

جذر لینے سی $\text{لا} + \text{ی} = \pm ۹$ و $\text{لا} - \text{ی} = \pm ۱$

اسواسطے $\text{لا} = \pm ۵$ یا ± ۴ اور $\text{ی} = \pm ۴$ یا ± ۵

(۲۷۲) حل کرو $\text{لا}^{۲} + \text{لا ی} + \text{ی}^{۲} = ۱۹$ اور $\text{لا}^{۴} + \text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + \text{ی}^{۴} = ۱۳۳$

تقسیم کرنے سے $\frac{\text{لا}^{۴} + \text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + \text{ی}^{۴}}{\text{لا}^{۲} + \text{لا ی} + \text{ی}^{۲}} = \frac{۱۳۳}{۱۹}$

یعنی $\text{لا}^{۲} - \text{لا ی} + \text{ی}^{۲} = ۷$

بس اب یہہ دو مساواتین حل کرنیکے لیئے حاصل ہوئین کہ

$\text{لا}^{۲} + \text{لا ی} + \text{ی}^{۲} = ۱۹$ و $\text{لا}^{۲} - \text{لا ی} + \text{ی}^{۲} = ۷$

جمع کرنے اور تفریق کرنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

$\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} = ۱۳$ اور $\text{لا ی} = ۶$

دفعہ ۲۷۱ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا کہ

$\text{لا} = \pm ۳$ یا ± ۲ اور $\text{ی} = \pm ۲$ یا ± ۳

(۲۷۳) حل کرو کہ $\text{لا} - \text{ی} = ۲$ و $\text{لا}^{۵} - \text{ی}^{۵} = ۲۴۲$

تقسیم کرنے سی $\frac{\text{لا}^{۵} - \text{ی}^{۵}}{\text{لا} - \text{ی}} = \frac{۲۴۲}{۲}$

یعنی $\text{لا}^{۴} + \text{لا}^{۳}\text{ی} + \text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + \text{لا ی}^{۳} + \text{ی}^{۴} = ۱۲۱$

یعنی $\text{لا}^{۴} + \text{ی}^{۴} + \text{لا ی}(\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲}) + \text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} = ۱۲۱$ (۱)

$\text{لا} - \text{ی} = ۲$

مجذور کرنے $\text{لا}^{۲} - ۲\,\text{لا ی} + \text{ی}^{۲} = ۴$

اسواسطے $\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} = ۴ + ۲\,\text{لا ی}$ (۲)

مجذور کرنے سے $\text{لا}^{۴} + ۲\,\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + \text{ی}^{۴} = ۴\,\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + ۱۶\,\text{لا ی} + ۱۶$

اسواسطے $\text{لا}^{۴} + \text{ی}^{۴} = ۲\,\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + ۱۶\,\text{لا ی} + ۱۶$ (۳)

اب مساوات (۲) و (۳) مساوات (۱) مین رکہنے سی $۲\,\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + ۱۶\,\text{لا ی} + ۱۶ + \text{لا ی}(۲\,\text{لا ی} + ۴) + \text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} = ۱۲۱$

یعنی $۵\,\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + ۲۰\,\text{لا ی} = ۱۰۵$

اسواسطے $\text{لا}^{۲}\text{ی}^{۲} + ۴\,\text{لا ی} = ۲۱$

اور اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ لا ی = ۳ یا -۷ کی
مان لو کہ لا ی = ۳
اوسکو مساوات لا - ی = ۲ کے ساتھہ ملا کر ہم یہہ نکالینگے کہ لا = ۳ یا -۱ اور ی = ۱ یا -۳ اور اگر
لا ی = -۷ کے لین تو قیمتین لا اور ی کی ناممکن نکلتے ہین اسوقت دفعہ ۲۳۶ کو ذرا دیکھہ لو

امثلہ نمبری ۲۹

(۱) لا - ی = ۱ و لا^2 - لا ی + ی^2 = ۲۱ (۲) ۲لا - ۵ی = ۳ و لا^2 + لا ی = ۲۰

(۳) لا + ی = ۷ (لا - ی) و لا^2 + ی^2 = ۱۰۰ (۴) ۵ (لا^2 - ی^2) = ۴ (لا^2 + ی^2) و لا + ی = ۸

(۵) لا - ی = ۳ و لا^2 + ی^2 = ۶۵ (۶) ۴لا - ۵ی = ۱ و ۲لا^2 - لا ی + ۳ی^2 + ۳لا - ۴ی = ۴۷

(۷) ۴لا + ۹ی = ۱۲ و ۲لا^2 + لا ی = ۶ی^2 (۸) (لا - ۶)^2 + (ی - ۵)^2 + ۲لا ی = ۶۰ و ۵ی - ۴لا = ۱

(۹) ۴لا^2 + ۲لا ی + ی^2/۴ + ۵/۱۲ (۴لا + ی) = ۴۱ و ۴لا - ی = ۴

(۱۰) لا/۱۲ + ی/۱۰ = لا - ی و ۷لا ی/۱۵ - ۲لا/۳ - ۲ی = ۰

(۱۱) ۳لا + ۲ی = ۵لا ی و ۱۵لا - ۴ی = ۴لا ی (۱۲) لا ی + ۲ = ۹ی و لا ی + ۲ = لا

(۱۳) ۸ (لا ی + ۱) = ۳۳ی و ۴ (لا ی + ۱) = ۳۳لا (۱۴) لا ی = لا + ی و لا = ب ی

(۱۵) لا/ا + ی/ب = ۲ و لا ی = ا ب (۱۶) لا/ا + ی/ب = ۲ و لا^2/ا + ی^2/ب = ا + ب

(۱۷) لا/ا + ی/ب = ۲ و لا^2 + ی^2 = ا لا + ب ی (۱۸) لا/ا + ی/ب = ۱ و لا^2/ا^2 + ی^2/ب^2 = ۱

(۱۹) لا^2 + لا ی = ۲۸ و لا ی - ی^2 = ۳ (۲۰) لا^2 + لا ی = ۴۵ و ی^2 + لا ی = ۳۶

(۲۱) ۲لا^2 - لا ی = ۵۶ و ۲لا ی - ی^2 = ۴۸ (۲۲) لا^2 - ۲لا ی = ۱۵ و لا ی - ۲ی^2 = ۷

(۲۳) لا^2 + ۳لا ی = ۲۸ و لا ی + ۴ی^2 = ۸ (۲۴) لا^2 + لا ی - ۶ی^2 = ۲۱ و لا ی - ۲ی^2 = ۴

(۲۵) لا^2 + ۳لا ی = ۵۴ و لا ی + ۴ی^2 = ۱۱۵ (۲۶) (لا + ی)/(لا - ی) + (لا - ی)/(لا + ی) = ۵/۲ و لا^2 + ی^2 = ۹۰

(۲۷) (لا^2 + ی^2)/(لا^2 - ی^2) = ۲۵/۷ و لا ی = ۴۸ (۲۸) (لا + ی)/(لا - ی) + (لا - ی)/(لا + ی) = ۱۰/۳ و لا^2 - ی^2 = ۳

(۲۹) لا (لا + ی) + ی (لا - ی) = ۱۵۸ و ۷لا (لا + ی) = ۲۷ی (لا - ی)

(۳۰) لا^2 ی (لا + ی) = ۸۰ و لا^2 ی (۲لا - ۳ی) = ۸۰

(۳۱) ۲لا^۲ − لای + ی^۲ = ۲ی و ۲لا^۲ + ۴لای = ۵ی

(۳۲) (لا+ی)/(لا−ی) + (لا−ی)/(لا+ی) = (ا^۲+۱)/ا و لا^۲ + ی^۲ = ب^۲

(۳۳) لا^۲ + لای = ا(ا + ب) و لا^۲ + ی^۲ = ا^۲ + ب^۲

(۳۴) لا^۲ + ۲لای − ی^۲ = ا^۲ + ۲ا − ۱ و (ا − ۱) لا(لا + ی) = ا(ا + ۱) ی(لا − ی)

(۳۵) لا − ی = ۲ و لا^۳ − ی^۳ = ۱۵۲ (۳۶) لا + ی = ۹ و لا^۳ + ی^۳ = ۱۸۹

(۳۷) لا^۲ + ی^۲ = ۲۰ و لای − لا − ی = ۲ (۳۸) لا − ی = ۱ و لا^۵ − ی^۵ = ۷۸۱

(۳۹) لا + ی = ۳ و لا^۵ + ی^۵ = ۳۳ (۴۰) لا^۲ + لای + ی^۲ = ۳۷ و لا^۴ + لا^۲ی^۲ + ی^۴ = ۱۴۸۱

(۴۱) لا/(لا − ی) − (لا − ی)/(لا + ی) = ۱ و ۲ + ۳لای = ۳لا

(۴۲) لا^۲ + ی^۲ = ۳۴ و لا − ی + √(لا^۲ − ی^۲) = ۲۰

(۴۳) لا^۲ + ی^۲ − ۱ = ۲لای و لای (لای + ۱) = ۶

(۴۴) ۴لا^۲ + ی^۲ + ۲(۲لا + ی) = ۶ و ۴لای (لای + ۱) = ۳

(۴۵) لا^۲ + لای = ۸لا + ۳ و ی^۲ + لای = ۸ی + ۶

(۴۶) لا^۲ − لای = ۲لا + ۵ و لای − ی^۲ = ۲ی + ۲

(۴۷) ۲لا + ی + ۶√(۲لا + ی + ۴) = ۲۳ و ۴لا^۲ − ۶لا = ی^۲ + ۳ی

(۴۸) ۱۸ + ۹(لا + ی) = ۲(لا + ی)^۲ و ۶ − (لا − ی) = (لا − ی)^۲

(۴۹) لا^۲ − لای = ا(لا + ۱) + ب + ا و لای − ی^۲ = ای + ب

(۵۰) ا^۲/لا^۲ + ی^۲/ب^۲ = ۱۸ و اب/لای = ۱ (۵۱) ا^۲/لا^۲ − ی^۲/ب^۲ = ۱۲ و اب/لای = ۲

(۵۲) لا^۲ = الا + بی و ی^۲ = ای + بلا (۵۳) لا^۲ی ی = ا و لای^۲ی = ب و لای ی^۲ = ح

(۵۴) (لا + ی)(لا + ی) = ا^۲ و (ی + ی)(ی + لا) = ب^۲ و (ی + لا)(ی + ی) = ح^۲

(۵۵) ۳ی ی + ۲ی لا − ۴لای = ۱۶ و ۲ی ی − ۳ی لا + لای = ۵ و ۴ی ی − ی لا − ۳لای = ۱۵

(۵۶) ۶(لا^۲ + ی^۲ + ی^۲) = ۱۳(لا + ی + ی)^۲ = ۴۸۱/۶ و لای = ی^۲

تیسوان باب سوالات مساوات درجہ دوم
جنمین ایک مجہول سے زیادہ مجہول مقداریں ہیں

(۲۷۴) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور مجموعہ اوسکی ہندسون کے مربعون کا برابر ہے حاصل جمع اوس عدد اور حاصل ضرب ہندسون کی اور اگر ۳۶ اوس عدد پر زیادہ کریں تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں اوس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے دہائیون اور ر اکائیون کو تو عدد ۱۰لا + ر ہوگا اور جب اوسکے ہندسے معکوس ہونگے تو ۱۰ر + لا وہ ہو جاویگا اور بموجب شرائط سوال کے

لا۲ + ر۲ = لار + ۱۰لا + ر (۱)

۱۰لا + ر + ۳۶ = ۱۰ر + لا (۲)

مساوات (۲) سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ۹ر = ۹لا + ۳۶ اسواسطے ر = لا + ۴

اس قیمت کو مساوات (۱) مین رکھو تو لا۲ + (لا + ۴)۲ = لا(لا + ۴) + لا + ۱۰لا + ۴

اسواسطے لا۲ − ۷لا + ۱۲ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے یہہ ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ لا = ۳ یا ۴ ہے اسواسطے ر = ۷ یا ۸ کے پس معلوم ہوا کہ عدد مطلوبہ ۳۷ یا ۴۸ ہے یہہ دونو عدد ایسے ہیں کہ اونمیں سے ہر ایک پر شرائط سوال صادق آتی ہیں

(۲۷۵) ایک شخص نے پہاڑ کی جڑ سے چوٹی پر جانیکا ارادہ کیا اول آدہی دور جس چال سے چڑہا اوسے آدہ میل فی گھنٹہ کم چال سے آخر آدہی دور چلا اور چوٹی پر ۵½ گھنٹہ مین پہونچ گیا اترتی دفعہ وہ یکساں چال سے نیچے ۳¾ گھنٹہ مین اتر آیا اور یہہ اوترتی کی چال ایک میل فی گھنٹہ زیادہ اوس چال سے ہی جسسے وہ اول آدہی دور چڑہا تہا تو بتاؤ پہاڑ کی چوٹی کتنی اونچی ہے اور اوسکی چال کیا ہے

فرض کرو کہ ۲لا میل پہاڑ کی چوٹی بلند ہے اور ر میل فی گھنٹہ کی چال سے وہ اول آدہی دور چلا تو لا/ر گھنٹہ مین وہ آدہی دور چڑہا ہوگا اور آخر آدہی دور لا/(ر − ½) گھنٹہ مین اسواسطے

لا/ر + لا/(ر − ½) = ۵½ (۱)

ایسے ہی ۲لا/(ی+۱) = ۳ ۳/۴ (۲)

مساوات (۲) سے ۲لا = ۱۵/۴ (ی+۱)

اسواسطے لا = ۱۵/۸ (ی+۱)

اور مساوات (۱) سے لا(۲ی − ۱/۲) = ۱۱/۲ ی(ی − ۱/۲)

اب قیمت رکھنے سے ۱۵/۸ (ی+۱)(۲ی − ۱/۲) = ۱۱/۲ ی(ی − ۱/۲)

اسواسطے ۱۵(ی+۱)(۴ی − ۱) = ۴۴ی(۲ی − ۱)

اسواسطے ۲۸ی² − ۸۹ی + ۱۵ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ی = ۳ یا ۵/۲۸ قیمت ۵/۲۸ تو کچھہ کام مین نہین آسکتی اسلیے کہ ی زیادہ ۱/۲ سے ہے

اسواسطے ی = ۳ تو لا = ۱۵/۲ پس چوٹی کی بلندی ۱۵ میل ہے

مشلہ نمبری ۳۰

(۱) دو عددون کے مربعون کا مجموعہ ۱۱۷۰ اور حاصل تفریق ۲۷ ہے دریافت کرو اعداد

(۲) حاصلضرب دو عددون کا ۱۰۸ ہے اور اونکا مجموعہ اونکی فرق سے دوچند ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۳) حاصلضرب دو اعداد کا ۱۹۲ ہے اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۶۴۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۴) حاصلضرب دو اعداد کا ۱۲۸ ہے اور حاصلتفریق اونکے مربعون کا ۱۹۲ ہے بتاؤ اعداد

(۵) حاصلضرب دو عددون کا اونکی مجموعہ سے چھہ گنا ہے اور مجموعہ اونکی مربعون کا ۳۲۵ ہے دریافت کرو اعداد

(۶) حاصلضرب دو عددون کا ۶۰ گنا اونکے حاصلتفریق سے ہے اور مجموعہ اونکی مربعون کا ۲۴۴ ہے اون عددون کو دریافت کرو

(۷) مجموعہ دو عددون کا چھہ گنا اونکے حاصلتفریق سے ہے اور اونکا حاصلضرب اونکے مجموعہ سے بقدر ۲۳ کے زیادہ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۸) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ پہلے کا دوچند مع دوسرے کے سہ چند کے برابر ۶۰ کے ہو اور پہلے عدد کے مربع کا دوچند مع دوسرے کے مربع کے سہ چند کے برابر ۸۴۰ کے ہو

(۹) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکے حاصل تفریق کو اونکی مربعون کے حاصل تفریق مین ضرب دین تو ۳۲ حاصل ہون اور اگر اونکے مجموعہ کو اونکے مربعون کے مجموعہ مین ضرب دین تو ۲۷۲ حاصل ہون

(۱۰) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اگر اونکی حاصل تفریق پر اونکی مربعون کا حاصل تفریق زیادہ کرین تو ۱۴ حاصل ہون اور اگر اونکے مجموعہ پر اونکے مربعون کا مجموعہ زیادہ کرین تو ۲۶ حاصل ہون

(۱۱) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ برابر ہو اونکے حاصل ضرب کے اور اگر اونکے مجموعہ پر اونکے مربعون کا مجموعہ زیادہ کیا جاوے تو ۱۲ حاصل ہون

(۱۲) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ مع اونکی حاصل ضرب کے برابر ۳۴ کے ہو اور اگر اونکے مربعون کے مجموعہ مین سے اونکا مجموعہ تفریق کیا جاوے تو حاصل تفریق برابر ۴۲ کے ہو

(۱۳) دو عددون کا حاصل تفریق ۳ ہی اور اونکے مکعبون کا حاصل تفریق ۲۷۹ ہے اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) مجموعہ دو عددون کا ۲۰ ہے اور مجموعہ اونکے مکعبون کا ۹۲۴۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۱۵) ایک مستطیل ہے جسکا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہی اور دوسرے مستطیل ۹ فیٹ طول مین چھوٹی اور ۱۰ فیٹ عرض مین بڑی ہے اور اوسمین بھی رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہیں تو اول مستطیل کا طول و عرض دریافت کرو

(۱۶) ایک شخص نے موٹا کپڑا ۲۰ روپیہ کا اور باریک کپڑا ۲۲$\frac{1}{2}$ روپیہ کا خریدا باریک کپڑا موٹے کپڑے سے قیمت مین ۴ گز زیادہ تھا اور موٹا کپڑا باریک کپڑے سے ۱۰ گز طول مین زیادہ تھا تو بتاؤ ہر یک قسم کا کتنا کتنا کپڑا خریدا تھا

(۱۷) ایک شخص کو کچھ مسافت طی کرنی تھی اوسنے ۴۰ میل چلکر اپنی چال ۲ میل فی گھنٹہ زیادہ کی اگر اس زیادہ کی ہوئی چال سی تمام مسافت اوسنے طی کی ہوتی تو ۴۰ منٹ پہلی منزل مقصود پر پہونچتا لیکن اگر وہ اپنی پہلی چال سی چلا جاتا تو ۲۰ منٹ دیر کر پہونچتا تو بتاؤ وہ کتنی مسافت تھی

(۱۸) ایک عدد مین دو ہندسے ہین اور ایک مرتبہ عشاریہ کا ہی اوسمین ہی ہندسون کے مجذورون کا

حاصل تفریق ۲۰ ہی اور اگر ہندسون کو معکوس کر دین تو مجموعہ دو عدد دونکا ۱۱ ہوجاتا ہی اوس عدد کو دریافت کرو

(۱۹) ایک شخص نے چاول خریدے اور پانچ روپیہ سیکڑہ نفع اصل پر لیکر فروخت کئے تو ۱۶ روپیہ نفع کے حاصل ہوئے لیکن اگر وہ ۱۴ آنہ من نفع لیکر بیچتا تو اوسکو اوتنی روپیہ فائدہ ہو جتنی آنہ مین اوسنے چاول مول لیے ہین تو بتاؤ کتنے من خریدے اور کیا من مول لئے

(۲۰) دو کاریگر موہن اور سوہن مختلف مزدوری پر لگائے گئے موہن نے کچھ دنون کام کرکے ۴۰ روپیہ مزدوری کے پائے مگر سوہن اون دنون مین ۹ دن غیر حاضر رہا تھا اوسکو ۹ روپیہ مزدوری کے ملے لیکن اگر سوہن اوتنے دنون کام کرتا اور موہن ۹ روز غیر حاضر رہتا تو دونو کو یکسان ملتا تو بتاؤ کتنے دنون کام کیا اور ہر ایک کو مزدوری کیا ملی

(۲۱) دو شہرون سے دو ریل گاڑیان اسٹیشن ملنے کے ارادہ سے ایک شہر کی طرف ایک ہی وقت روانہ ہوئین اور اونکی رفتارین ہر گھنٹہ مین یکسان ہین جب وہ اسٹیشن ملین تو یہہ معلوم ہوا کہ ایک نے اونمین سے بہ نسبت دوسرے کے ۱۰۸ میل زیادہ چلی ہی اور اگر وہ اپنی اپنی چال سے چلی جاوین تو ایک ۹ گھنٹہ مین اور دوسری ۱۶ گھنٹہ مین شہرون مین پہونچ جاوین تو بتاؤ شہرون مین فاصلہ کتنا ہی اور ہر یک کی رفتار کیا ہے

(۲۲) دریا کے کنارہ پر دو شہر ا اور ب ۱۸ میل کے فاصلہ پر واقع ہین ایک شخص ا سے ب تک ۴ گھنٹہ مین پہنچا اسطرح سے کہ اول آدہی دور کشتی مین چلا اور پہر آدہی دور پیدل چلا اور پہر ا تک دفعہ آدہی دور اوسی چال سے پیدل چلا جس چال سے گیا تہا پہر کشتی مین سوار ہوا اور اس نے دیکہا کہ دریا پر کشتی چلتی ہتی ۱$\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ بہ نسبت جانیکے زیادہ آیا اور ۳$\frac{1}{2}$ گھنٹہ مین پہونچ گیا تو کشتی کی رفتار اور آدمی کی چال بتلاؤ

(۲۳) ۲ میل پر زید و بکر کی آپسمین دوڑ ہوئی اول دوڑ مین بکر دو منٹ پہلے زید سے مقام مقصود پر پہونچ گیا دوسری دوڑ مین زید نے ۲ میل چال فی گھنٹہ زیادہ کر دی اور بکر نے اوسیقدر کم تو زید منزل مقصود پر ۲ منٹ پہلے پہونچا بتاؤ اول دوڑ مین ہر یک کی رفتار کیا تہی

(۲۷۴) دو مسافر زید و بکر دو شہرون ف و ق سی ایک ہی وقت مین چلی زید شہر ف سے اس ارادہ سے چلا کہ شہر ق مین ہوتا ہوا جاوٴن اور بکر شہر ق سی اوسی طرف چلا جس طرف کہ زید چلتا تہا جب زید و بکر ملے تو معلوم ہوا کہ وہ دونو ملکر ۳۰ میل چلی ہین اور زید چار گہنٹے ہوئے کہ ق مین گذرا تہا اور بکر ف سی اتنی دور ہوگیا کہ اگر اس اپنی چال سی وہان قصد پہونچنے کا کرے تو ۹ گہنٹہ مین پہونچے بتاوٴ شہرون کا فاصلہ کیا ہے

اکتیسوان باب صعود کے بیان مین

(۲۷۶) ہم پہلی قوت کی تعریف بیان کر آئے ہین کہ وہ حاصلضرب متساوی اجزاء ضربی کا ہوتا ہے اور یہہ بہی بیان کردیا ہے کہ وہ کس طرح لکہی جاتی ہین اور کیونکر پڑہے جاتی ہین دفعات ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ کو دیکہو جس عمل سی یہہ قوا معلوم ہوتے ہین اوسکو صعود کہتے ہین یہہ عمل صعود حقیقت مین عمل ضرب کی ایک خاص صورت ہی لیکن یہہ صورت خاص ایسی کثیر الوقوع ہے کہ ضرور اوسیکے واسطے ایک باب مخصوص کیا جاوے تو مناسب ہے طالب علم دیکہینگے کہ بعض نتائج تو ہمنے ایسے آگے لکہے ہین کہ وہ اونکو جانتے ہین اور سارا باب اصول جبریہ سی استخراج کرکے لکہا ہے

(۲۷۷) ایک مقدار منفی کی قوت جفت درجہ کی مثبت اور طاق درجہ کی منفی ہوتی ہی یہہ قاعدہ علامات کا ایک سیدہا نتیجہ ہے مثلاً −ا × −ا = ا^{2} و −ا × −ا × −ا = ا^{2} × −ا = −ا^{3} اور −ا × −ا × −ا × −ا = −ا^{3} × −ا = ا^{4} اور علی ہذا القیاس

پس دفعات آیندہ مین جہان کہین ہم یہہ کہین کہ علامت مناسب مقرر لیجائین تو اونکا مطلب یہی ہوگا کہ علامت کو بموجب اس دفعہ کے تجویز کرو

(۲۷۸) ایک قوت کی قوت پانے کا قاعدہ یہہ ہے کہ اعداد جو قوا کو تعبیر کرتے ہون اونکو ضرب دیکر حاصلضرب کو نیا قوت نما بناوٴ اور علامت مناسب تجویز کرو

مثلاً (ا^{3})^{2} = ا^{6} و (−ا^{3})^{3} = −ا^{9} و (ز^{4})^{3} = ز^{12} و (−ا^{4})^{3} = −ا^{12} یہہ ایک سیدہا نتیجہ قانون قوا کا ہے جو دفعہ ۱۵۹ مین ثابت کیا گیا ہے مثلاً

$(ا^2)^3 = ا^2 \times ا^2 \times ا^2 = ا^{2+2+2} = ا^{2\times 3} = ا^6$ اس قاعدہ سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے جو دفعہ ذیل مین مذکور ہوتا ہے

(۲۷۹) ایک صحیح جملہ مفرد کے قوا درپافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ ہر جز ضربی کی قوت نما کو اوس عدد مین کہ قوت کو تعبیر کرتا ہے ضرب دیکر لکھدو اور ماحصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$(ا^2 ب^3)^2 = ا^4 ب^6$ و $(-ا^2 ب^3)^3 = -ا^6 ب^9$ و $(ا ب^2 ج^3)^4 = ا^4 ب^8 ج^{12}$ و

$(-ا^2 ب^3 ج)^5 = -ا^{10} ب^{15} ج^5$ و $(2 ا ب^2 ج^3)^6 = 2^6 ا^6 ب^{12} ج^{18} = 64 ا^6 ب^{12} ج^{18}$

(۲۸۰) ایک کسر کی قوت حاصل کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ نسب نما و شمار کنندہ دونون کا صعود موافق قوت مطلوبہ کے لو اور ماحصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$\left(\frac{ا}{ب^2}\right)^2 = \frac{ا^2}{ب^4}$ و $\left(-\frac{ا^2}{ب^3}\right)^3 = -\frac{ا^6}{ب^9}$ و $\left(\frac{2ا^2}{3ب}\right)^4 = \frac{2^4 ا^8}{3^4 ب^4} = \frac{16 ا^8}{81 ب^4}$ یہہ استنباط دفعہ ۲۷۵

(۲۸۱) جملہ ثنائی کی بعض قوا کا ذکر دفعات ۸۲ و ۸۸ مین ہوا ہے کہ

$$(ا+ب)^2 = ا^2 + 2اب + ب^2$$

$$(ا+ب)^3 = ا^3 + 3ا^2ب + 3اب^2 + ب^3$$

اگر طالب علم مشق کی طور سے چوتھی و پانچوین قوت نکالین تو یہہ حاصل ہوگا

$$(ا+ب)^4 = ا^4 + 4ا^3ب + 6ا^2ب^2 + 4اب^3 + ب^4$$

$$(ا+ب)^5 = ا^5 + 5ا^4ب + 10ا^3ب^2 + 10ا^2ب^3 + 5اب^4 + ب^5$$

$$(ا+ب)^6 = ا^6 + 6ا^5ب + 15ا^4ب^2 + 20ا^3ب^3 + 15ا^2ب^4 + 6اب^5 + ب^6$$

اسطرح سے نتائج مفصلہ ذیل بھی حاصل ہونگے

$$(ا-ب)^2 = ا^2 - 2اب + ب^2$$

$$(ا-ب)^3 = ا^3 - 3ا^2ب + 3اب^2 - ب^3$$

$$(ا-ب)^4 = ا^4 - 4ا^3ب + 6ا^2ب^2 - 4اب^3 + ب^4$$

$$(ا-ب)^5 = ا^5 - 5ا^4ب + 10ا^3ب^2 - 10ا^2ب^3 + 5اب^4 - ب^5$$

$$(ا-ب)^6 = ا^6 - 6ا^5ب + 15ا^4ب^2 - 20ا^3ب^3 + 15ا^2ب^4 - 6اب^5 + ب^6$$

پس اصلی قوا $(ا+ب)$ سے قوا $(ا-ب)$ نہایت آسانی سے اسطرح حاصل ہو سکتی ہین کہ جس رقم مین ب کی قوت طاق ہو اوسکی اول کی علامت بدل دو

(۲۸۲) ایک ضابطہ آگے جملہ ثنائی کے صعود کا بیان ہوگا جسے طالب علم بے مشقت ضرب

جملہ ثنائی کے قواعد نکال لیا کرینگے

(۲۸۳) دفعہ ۸۴ مین جس طرح شکل عامہ جبریہ کو استعمال مین لائے ہین اوسیطرح دفعہ ۲۸۱ کی شکل عامہ کو بہی کام مین لا سکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ چوتہی قوت $۲لا - ۳ی$ کی دریافت کرنی ہے، تو $(ا - ب)^{۴}$ مین بجائے ا کے $۲لا$ اور بجائے ب کے $۳ی$ رکہو تو $(۲لا - ۳ی)^{۴} =$

$$(۲لا)^{۴} - ۴(۲لا)^{۳}(۳ی) + ۶(۲لا)^{۲}(۳ی)^{۲} - ۴(۲لا)(۳ی)^{۳} + (۳ی)^{۴}$$

$$= ۱۶لا^{۴} - ۹۶لا^{۳}ی + ۲۱۶لا^{۲}ی^{۲} - ۲۱۶لای^{۳} + ۸۱ی^{۴}$$

(۲۸۴) مختلف طرح عمل کرنے سے صعود حاصل ہوتا ہی مثلاً فرض کرو کہ $ا + ب$ کی چہٹی قوت دریافت کرنی ہی تو ایک طریقہ صعود کا یہہ ہے کہ $ا + ب$ کو چہہ مرتبہ ضرب دین دوسرا یہہ کہ $ا + ب$ کا مکعب دریافت کرین اور پہر اس مکعب کا مربع لین تو چہٹی قوت حاصل ہوگی اسواسطے کہ مجذور $(ا + ب)^{۳}$ کا $(ا + ب)^{۶}$ ہی تیسرا یہہ ہے کہ مربع $ا + ب$ کا دریافت کرین اور ما حصل کا مکعب لین تو چہٹی قوت حاصل ہوگی کیونکہ $(ا + ب)^{۲}$ کا مکعب $(ا + ب)^{۶}$ ہی اور اسیطرح $ا + ب$ کی اٹہوین قوت $(ا + ب)^{۴}$ کے مربع لینے سے حاصل ہوسکتی ہے یا $(ا + ب)^{۲}$ کی چوتہی قوت دریافت کرنے سے

(۲۸۵) بعض مثالین صعود جملہ ثلاثی کی دفعات ۸۵ و ۸۸ مین لکہی گئی ہین اسطرح سے کہ

$$(ا + ب + ح)^{۲} = ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} + ۲اب + ۲بح + ۲اح$$

اور $(ا + ب + ح)^{۳} =$

$$ا^{۳} + ب^{۳} + ح^{۳} + ۳ا^{۲}(ب + ح) + ۳ب^{۲}(ا + ح) + ۳ح^{۲}(ا + ب) + ۶ابح$$

یہہ قوانین جبریہ جس طرح دفعہ ۸۴ مین مذکور ہوئے ہین کام مین آسکتی ہین مثلاً فرض کرو $(۱ - ۲لا + ۳لا^{۲})^{۲}$ دریافت کرنا ہی قانون عامہ $(ا + ب + ح)^{۲}$ مین بجائے ا کے ۱ اور بجائے ب کے $-۲لا$ اور بجائے ح کے $۳لا^{۲}$ لکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(۱ - ۲لا + ۳لا^{۲})^{۲} =$$

$$(۱)^{۲} + (-۲لا)^{۲} + (۳لا^{۲})^{۲} + ۲(۱)(-۲لا) + ۲(-۲لا)(۳لا^{۲}) + ۲(۱)(۳لا^{۲})$$

= ۱ + ۴ لا^۲ + ۹ لا^۴ − ۴ لا − ۱۲ لا^۳ + ۶ لا^۲

= ۱ − ۴ لا + ۱۰ لا^۲ − ۱۲ لا^۳ + ۹ لا^۴ اور علی ہذا القیاس (۱ − ۲ لا + ۳ لا^۲)^۳

= (۱)^۳ + (−۲ لا)^۳ + (۳ لا^۲)^۳ + ۳ (۱)^۲ (−۲ لا + ۳ لا^۲) + ۳ (−۲ لا)^۲ (۱ + ۳ لا^۲) + ۳ (۳ لا^۲)^۲ (۱ − ۲ لا)

+ ۶ (۱) (−۲ لا) (۳ لا^۲)

= ۱ − ۸ لا^۳ + ۲۷ لا^۶

+ ۳ (−۲ لا + ۳ لا^۲) + ۱۲ لا^۲ (۱ + ۳ لا^۲) + ۲۷ لا^۴ (۱ − ۲ لا) − ۳۶ لا^۳

= ۱ − ۶ لا + ۲۱ لا^۲ − ۴۴ لا^۳ + ۶۳ لا^۴ − ۵۴ لا^۵ + ۲۷ لا^۶

(۱۸۶) جملہ کثیر الارقام کا مجذور قیاس سے دو قاعدون سے دریافت ہو سکتا ہے مثلاً

(ا + ب + ح + د)^۲ کو دریافت کرنا ہی تو تو وہ = ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ + د^۲ + ۲ اب + ۲ اح + ۲ اد + ۲ بح + ۲ بد + ۲ حد

پس اسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیر الارقام کا شامل ہوتا ہے ہر رقم کی مربع اور دو دو رقمون کے حاصلضرب کو دوچند مجموعہ کے اب اس نتیجہ کو اس صورت مین لکھتے ہین کہ

(ا + ب + ح + د)^۲ = ا^۲ + ۲ ا (ب + ح + د) + ب^۲ + ۲ ب (ح + د) + ح^۲ + ۲ ح د + د^۲

اسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیر الارقام کا شامل ہوتا ہی ہر رقم کے مربع مع دوچند حاصل ضرب ہر رقم اور مجموعہ اون ارقام کے جو اوسکے آگے آوین

امثلہ نمبری ۳۱

دریافت کرو

(۱) (۲ لا^۲ ی^۳ ح^۲)^۲ (۲) (−۲ لا^۲ ی^۳)^۳ (۳) (−۳ ا ب^۲ ح^۳)^۴

(۴) (−۲ لا^۲ / ۳ ی)^۲ (۵) (−۴ لا / ۳ ی)^۳ (۶) (− لا^۳ / ۲ ی^۲)^۴

(۷) (ا + ب)^۴ (۸) (ا − ب)^۴ (۹) (ا + ب)^۳ (ا − ب)^۳

(۱۰) (۱ − لا)^۳ (۱۱) (۲ + لا)^۳ (۱۲) (۳ − ۲ لا)^۳

(۱۳) (۱ + لا)^۴ (۱۴) (لا − ۲)^۴ (۱۵) (۲ لا + ۳)^۴

(۱۶) (ا لا + ب ی)^۳ + (ا لا − ب ی)^۳ (۱۷) (ا لا + ب ی)^۴ + (ا لا − ب ی)^۴

(۱۸) (۱ + لا)^۵ − (۱ − لا)^۵ (۱۹) (۱ + لا)^۴ (۱ − لا)^۴

(۲۰) (۱ + لا + لا^۲)^۲ (۲۱) (۱ − لا + لا^۲)^۲ (۲۲) (۱ + لا − لا^۲)^۲

(۲۳) (۱ + ۳لا + ۲لا^{۲})^{۲} (۲۴) (۱ - ۳لا + ۳لا^{۲})^{۲}

(۲۵) (۲ + ۳لا + ۴لا^{۲})^{۲} + (۲ - ۳لا + ۴لا^{۲})^{۲} (۲۶) (۱ + لا + لا^{۲})^{۳}

(۲۷) (۱ - لا + لا^{۲})^{۳} (۲۸) (۱ + لا - لا^{۲})^{۳} (۲۹) (۱ + ۳لا + ۲لا^{۲})^{۳}

(۳۰) (۱ - ۳لا + ۳لا^{۲})^{۳}

(۳۱) (۲ + ۳لا + ۴لا^{۲})^{۳} - (۲ - ۳لا + ۴لا^{۲})^{۳}

(۳۲) (۱ - لا + لا^{۲} + لا^{۳})^{۲} (۳۳) (۱ + ۲لا + ۳لا^{۲} + ۴لا^{۳})^{۲}

(۳۴) (ا + ب + ح + د)^{۲} - (ا - ب + ح - د)^{۲}

(۳۵) (ا + ب + ح + د)^{۲} + (ا - ب + ح - د)^{۲}

(۳۶) (۱ + ۳لا + ۳لا^{۲} + لا^{۳})^{۲} (۳۷) (۱ - ۶لا + ۱۲لا^{۲} - ۸لا^{۳})^{۲}

(۳۸) (۱ + ۴لا + ۶لا^{۲} + ۴لا^{۳} + لا^{۴})^{۲} (۳۹) (۱ - لا)^{۳} (۱ + لا + لا^{۲})^{۳}

(۴۰) (۱ - لا + لا^{۲})^{۳} (۱ + لا + لا^{۲})^{۳}

بتیسوان باب نزول کا بیان

(۲۸۷) صعود کا عکس نزول ہی یعنی جس ترکیب سے کسی عدد یا جملہ مفروضہ کا کوئی مرتبہ نزول کا معلوم ہوتا ہے اوسی نزول کہتی ہین اکثر لفظ نکالنی کا نزول کے ساتھ بولتی ہین یہہ اکثر کہینگے کہ جذر نکالو یا جذرالکعب نکالو اور یہہ کم کہتے ہین کہ جذر دریافت کرو یا پاؤ

اس باب مین مضامین کی ترتیب اسطرح سی ہی کہ اول قاعدہ علامات کی تین سیدہے نتیجے دوم نزول جملہ مفرد کا سوم جذر جملہ مرکب کا چہارم جذر اعداد کا پنجم جذرالکعب جملہ مرکب اور اعداد کا

(۲۸۸) مثبت مقدار کا نزول جفت مرتبہ کا مثبت ہوتا ہے یا منفی اسواسطے کہ ۱ × ۱ = ۱^{۲} اور -۱ × -۱ = ۱^{۲} پس اسواسطے جذر ۱^{۲} کا ۱ اور -۱ مین سی ہر ایک ہے یعنی +۱ یا -۱

(۲۸۹) کسی مقدار کے طاق مرتبہ نزول پر وہ علامت ہوتی ہے جو اس مقدار پر ہوتی ہے، مثلاً کعب ۱^{۳} کا ۱ ہے اور کعب -۱^{۳} کا -۱ ہے

(۲۹۰) کسی مقدار منفی کا نزول جفت مرتبہ کا نہین نکل سکتا مثلاً - اً کا جذر ممکن نہین کہ نکل سکے اسلیئے کہ جو مقدار فی نفسہ ضرب دیجاویگی اوسکا حاصلضرب مثبت ہوگا مقدار منفیہ کی جفت مرتبہ کے نزول کو مقدار ناممکن یا مقدار موہوم و معدوم کہا کرتے ہین

(۲۹۱) صحیح جملہ مفرد کی نزول نکالنی کا قاعدہ یہہ ہے کہ اوس جملہ کی ہر جز ضربی کی قوت نما کو اوس عدد پر تقسیم کرو کہ نزول کو تعبیر کرتا ہے اور علامت مناسب اوسکے اول لگادو مثلاً

$$\sqrt{(16 a^2 b^4)} = \sqrt{(4^2 a^2 b^4)} = \pm 4 a b^2$$

$$\sqrt[3]{(-8 a^6 b^9 c^{12})} = \sqrt[3]{(-2^3 a^6 b^9 c^{12})} = -2 a^2 b^3 c^4$$

و $$\sqrt[4]{(256 x^8 y^4)} = \sqrt[4]{(4^4 x^8 y^4)} = \pm 4 x^2 y$$

(۲۹۲) ایک کسر کے نزول نکالنی کا قاعدہ یہہ ہے کہ نسب نما و شمار کنندہ کا نزول نکالکر لکھو اور اوسپر علامت مناسب لکھو

مثلاً $$\sqrt{\left(\frac{4a^4}{9b^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{2^2 a^4}{3^2 b^2}\right)} = \pm \frac{2a^2}{3b}$$

و $$\sqrt[3]{\left(-\frac{27 a^6}{64 b^3}\right)} = \sqrt[3]{\left(-\frac{3^3 a^6}{4^3 b^3}\right)} = -\frac{3a^2}{4b}$$

(۲۹۳) فرضکرو کہ اً کا کعب دریافت کرنا ہی اس صورت مین قوت نما ۲ مراتب نزول ۳ پر پورا تقسیم نہین ہوسکتا تو اوسکی تعبیر کرنیکا طریقہ سوا اسکے نہین ہے کہ حاصل کو $\sqrt[3]{a^2}$ سے تعبیر کرین اور ایسی ہی $\sqrt{a}$ و $\sqrt[3]{a}$ و $\sqrt[4]{a^3}$ کسی اور طرح سی بالفعل نہین تعبیر ہوسکتا ایسی مقادیر کو مقادیر اصم یا مقادیر نزولی کہتے ہین خاص اونکا بیان آگے دو بابون مین ہوگا

(۲۹۴) اب جملہاے مرکب کے نزول نکالنے کا طریقہ لکھتے ہین جذر $a^2 + 2ab + b^2$ کا $a + b$ ہے پس جس طریقہ سے $a^2 + 2ab + b^2$ سے $a + b$ کو ہم نکال لین اوسے عام قاعدہ جملہاے مرکبہ کے جذر نکالنے کا سمجھنا چاہیے

$$a^2 + 2ab + b^2 \;(\; a + b$$
$$a^2$$
$$2a + b \;)\; 2ab + b^2$$
$$2ab + b^2$$

×

ارقام کو موافق قوار حروف ا کے لکہو تو اول رقم اٰ ہو گی اور اسکا جذر ا ہی پہلی رقم جذر مطلوب
کی ہو گی اور اسکی مجذور یعنی اٰ کو سارے جملہ مین سے تفریق کرو اور ۲ا ب + بٰ کو نیچے اتار لو
اور ۲ ا ب کو ۲ا پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ب دوسری رقم جذر مطلوب کی ہو گی اب اول رقم
کے دو چند کو اور دوسری رقم کو جمع کرو یعنی ۲ا + ب بناؤ اور اسکو دوسری رقم یعنی ب مین
ضرب دو اور حاصل ضرب یعنی ۲ا ب + بٰ کو باقی مین سے تفریق کرو تو بالفعل عمل کا خاتمہ
ہو جائیگا اور اگر زیادہ رقمین ہون تو جو عمل ہمنے ا پر کیا ہے وہ ا + ب پر کرو اور ا + ب کا
مجذور یعنی اٰ + ۲ا ب + بٰ کو اسی تفریق کرکے باقی کو ۲ (ا + ب) پر تقسیم کرو تا کہ
ایک رقم جذر مین نکل آوے اور نیا مفروق حاصل کرنیکے لئے مجموعہ ۲ (ا + ب) اور نئی رقم کو
جو ابہی نکالی ہے نئی رقم مین ضرب دو اور یہی عمل کئے جاؤ جبتک جذر مطلوب دریافت ہو جاے

(۲۹۵) مثالین

۴لاٰ + ۱۲ لا ی + ۹ یٰ (۲لا + ۳ی
۴لاٰ
۴لا + ۳ی) ۱۲ لا ی + ۹ یٰ
۱۲ لا ی + ۹ یٰ
×

۴ لاٰ − ۲۰ لاٰ + ۳۷ لاٰ − ۳۰ لا + ۹ (۲ لاٰ − ۵ لا + ۳
۴ لاٰ
۴ لاٰ − ۵ لا) − ۲۰ لاٰ + ۳۷ لاٰ − ۳۰ لا + ۹
− ۲۰ لاٰ + ۲۵ لاٰ
۴ لاٰ − ۱۰ لا + ۳) ۱۲ لاٰ − ۳۰ لا + ۹
۱۲ لاٰ − ۳۰ لا + ۹
×

لاٰ − ۴ لاٰ ی + ۱۰ لاٰ یٰ − ۱۲ لا یٰ + ۹ یٰ (لاٰ − ۲ لا ی + ۳ یٰ
لاٰ
۲ لاٰ − ۲ لا ی) − ۴ لاٰ ی + ۱۰ لاٰ یٰ − ۱۲ لا یٰ + ۹ یٰ
− ۴ لاٰ ی + ۴ لاٰ یٰ
۲ لاٰ − ۴ لا ی + ۳ یٰ) ۶ لاٰ یٰ − ۱۲ لا یٰ + ۹ یٰ
۶ لاٰ یٰ − ۱۲ لا یٰ + ۹ یٰ
×

لا^{6} + ۴ لا^{5} − ۱۰ لا^{3} + ۴ لا + ۱ (لا^{3} + ۲ لا^{2} − ۲ لا − ۱

لا^{6}

۲ لا^{3} + ۲ لا^{2}) ۴ لا^{5} − ۱۰ لا^{3} + ۴ لا + ۱

۴ لا^{5} + ۴ لا^{4}

۲ لا^{3} + ۴ لا^{2} − ۲ لا) − ۴ لا^{4} − ۱۰ لا^{3} + ۴ لا + ۱

− ۴ لا^{4} − ۸ لا^{3} + ۴ لا^{2}

۲ لا^{3} + ۴ لا^{2} − ۴ لا − ۱) − ۲ لا^{3} − ۴ لا^{2} + ۴ لا + ۱

− ۲ لا^{3} − ۴ لا^{2} + ۴ لا + ۱

(۲۹۶) دفعہ ۲۸۸ مین لکھا گیا ہے کہ جفت مرتبہ کے سب نزولون کے دوہری علامتین ہوتی ہین پس جذر ا^{2} + ۲ ا ب + ب^{2} کا ا + ب یا −ا − ب ہے اور واقعی جب ا^{2} + ۲ ا ب + ب^{2} کے جذر نکالنے کا عمل کرتے ہین تو اول جذر ا^{2} کا نکالتے ہین وہ ا یا −ا دونو ہوسکتی ہین پس اگر −ا جذر لین اور عمل بطور سابق کرین تو ہمکو −ا − ب حاصل ہوجائیگا اور یہی امر سب اور صورتون مین مثلاً دفعہ ۲۹۵ کی آخر مثال مین جذر نکالنے مین اول جذر لا^{6} کا نکالتے ہین اور وہ لا^{3} اور −لا^{3} مین سے ہر ایک ہوسکتا ہے پس اگر −لا^{3} لکھین اور عمل بطور سابق کرین تو ہمکو

− لا^{3} − ۲ لا^{2} + ۲ لا + ۱ حاصل ہوگا

(۲۹۷) چوتھی مرتبہ کا نزول ایک جملہ کا جذر کے جذر نکالنے سے حاصل ہوگا اور علی ہذا القیاس آٹھہ مرتبہ کا نزول کسی جملہ کا نکالنا ہو تو چوتھی مرتبہ کا نزول نکالکر جذر نکال لو اور علی ہذا القیاس

(۲۹۸) حساب مین ہم جانتے ہین کہ ہر عدد کا جذر پورا نہین نکل سکتا ہے مثلاً ۲ کا پورا جذر نہین دریافت ہوسکتا جبر مقابلہ مین بہی ہر جملہ کا جذر پورا پورا نہین نکل سکتا بعض اوقات ایسی مثالین آجاتی ہین مثلاً ۱ − ۲ لا کا جذر چار مرتبہ تک دریافت کرو

۱ − ۲ لا (۱ − لا − لا^{2}/۲ − لا^{3}/۲

۱

− ۲ لا

۲ − لا) − ۲ لا + لا^{2}

− لا^{2}

۲ − ۲ لا − لا^{2}/۲) − لا^{2} + لا^{3} + لا^{4}/۴

− لا^{3} − لا^{4}/۴

۲ − ۲ لا − لا^{2} − لا^{3}/۲) − لا^{3} + لا^{4} + لا^{5}/۲ + لا^{6}/۴

− ۵ لا^{4}/۴ − لا^{5}/۲ − لا^{6}/۴

پس ۱-۲لا کی چار رقمین جذر مین نکالنے کے بعد باقی - ۵لا^۴/۴ - لا^۵/۲ - لا^۶/۴ رہتی ہے تو
اسّے معلوم ہوا کہ (۱-لا- لا^۲/۲ - لا^۳/۲)^۲ = ۱-۲لا + ۵لا^۴/۴ + لا^۵/۲ + لا^۶/۴

(۹۹) جو کچھہ اوپر تحقیقات جملہ جبریہ کی جذر نکالنے مین ہوئی ہے اوسے وہ قاعدہ اعداد کے جذر کے نکالنے کا جو حساب مین ہوتا ہے ثابت ہو سکتا ہے جذر ۱۰۰ اکا ۱۰ ہے اور جذر ۱۰۰۰۰ اکا ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰۰۰۰۰ اکا ۱۰۰۰ ہے اور علی ہذا القیاس پس اسّے معلوم ہوتا ہے کہ جو اعداد ۱۰۰ سے کم ہین اونکے جذر مین ایک ہندسہ اور جو ۱۰۰ و ۱۰۰۰۰ اکے درمیان مین ہین اونکی جذر مین دو ہندسے اور جو اعداد ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ اکے درمیان مین ہین اونکی جذر مین تین ہندسے اور علی ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوا کہ اکائی پر نقطہ لگا کر ایک ایک مرتبہ چہوڑ کر نقطے لگاوین تو تعداد نقاط سے تعداد جذر کے ہندسون کی دریافت ہوگی مثلاً جذر ۵۶۳۲۴ مین دو ہندسے ہونگی اور جذر ۶۴۲۷۵۶۱۱ مین تین ہندسے ہونگے

(۳۰۰) فرض کرو جذر ۳۲۴۹ نکالنا ہے عدد پر موجب قاعدہ کے نشان نقطون کے لگا تو معلوم ہوا کہ دو ہندسے جذر مین ہونگے فرض کرو کہ ا+ب جذر کو تعبیر کرتا ہے ا دہایون کو اور ب اکایون کو تو ا کوئی بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ اکا ہونا چاہئے جسکا مجذور ۳۲۰۰ سے کم ہو سو وہ ۵۰ ہے اب ا^۲ کو یعنی ۵۰ کے مجذور کو عدد معلوم مین سے تفریق کرو تو باقی ۷۴۹ رہینگی اب اس باقی کو ۲ا یعنی ۱۰۰ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۷ ہوگا اور یہی ب کی قیمت ہوگی تو (۲ا+ب) ب یعنی ۱۰۷×۷ یعنی ۷۴۹ وہ عدد ہے جسکو تفریق کرنا چاہے جب اسّے تفریق کیا تو کچھہ نہ بچا تو اسے معلوم ہوا کہ ۵۰+۷ یا ۵۷ جذر مطلوب ہے اوپر لکھا ہے کہ ا بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ اکا ہونا چاہئے جسکا مجذور ۳۲۰۰ سے کم ہے اسلئے کہ یہہ بات تو ظاہر ہے کہ ا دس کے اس اضعاف سے جو فرض کیا گیا ہے زیادہ بڑا اضعاف ۱۰ اکا نہین ہو سکتا لیکن بشرط امکان یہہ فرض کر سکتے ہین کہ ا کوئی ضعاف ۱۰ اکا ایسا ہو کہ وہ اس ضعاف

```
۳۲۴۹ (۵۰+۷
۲۵۰۰
۱۰۰+۷) ۷۴۹
       ۷۴۹
```

مفروضہ سے بقدر لا کے کم ہو تو چونکہ لا دہائی کے مرتبہ پر ہے اور ب اکائی
کے مرتبہ پر تو لا + ب کم بہ نسبت ا کے ہوگا اسلیئے لا + ب کا مجذور اُسی کم ہوگا اسلیئے
لا + ب بہ نسبت اصلی جذر کے کم ہوگا اسے ثابت ہوا کہ ا دس کا بڑے سے بڑا اضعاف
ہونا چاہیئے جو ۳۲۰۰ مین سے تفریق ہو سکے اگر جذر مین تین مرتبہ کے ہندسے ہوں تو ہم فرض کرو کہ
ا تعبیر کرتا ہی سیکڑوں کو اور ب دہائیوں کو تو ا و ب بموجب قاعدہ بالا کے دریافت کرکے
سیکڑوں و دہائیوں کو ایک عدد تصور کرکے قیمت ا کی مقرر کرو اور اوس سے باکی یعنی قیمت
اکائیوں کے لیئے نکال لو تو جذر مطلوب حاصل ہو جاویگا

(۴۰۱) یہہ صفر جو عمل مین لکھے جاتے ہین اونکو اختصار کے لیئے دور کردو تو بیان مذکور بالا سے
یہہ قاعدہ مستنبط ہوتا ہے

کہ اکائیوں پر ایک نقطہ لگاؤ اور پہر آگے ایک ایک مرتبہ بیچمین چہوڑکر نقطے لگاؤ پس اسطرح سے
عدد دوروں مین تقسیم ہو جاویگا پس اول جذر بڑے سے بڑا ایسا دریافت کرو کہ جسکا
مجذور دور اول مین شامل ہو تو یہہ عدد ہندسہ اول جذر کا ہوگا اوسکی مجذور کو اول
دور مین سے تفریق کرو اور باقی کے ساتہہ دوسرے دور کو اتار لو اور اس مقدار کے
آخر عدد کو ساقط سمجہکر دو چند اوس جزو جذر پر جو ابہی دریافت کرکے لکہا ہے تقسیم کرو
اور جو خارج قسمت ہو اوسکو جذر مین بہی اور مقسوم علیہ مین بہی اول لکہدو اور جو
صورت اب مقسوم علیہ کی بنجاوے اوسکو اوس جز جذر مین کہ دوسری مرتبہ مین دریافت
کیا تہا ضرب دو اور حاصلضرب کو مفروق بناؤ اور مقسوم مین سے تفریق کرو اگر اور دور ہون
تو اونکو اسیطرح سے اتار اتار کر یہی عمل کیئے جاؤ جب تک عدد کے سارے
ہندسے ختم ہون

(۳۰۲) جذر ۱۳۲۴۹۶ و ۵۳۲۲۲۴۹ کا نکالو

۳۶۴) ۱۳۲۴۹۶ (
۹
۶۶) ۴۲۴
۳۹۶
۷۲۴) ۲۸۹۶
۲۸۹۶
×

۲۳۰۷) ۵۳۲۲۲۴۹ (
۴
۴۳) ۱۳۲
۱۲۹
۴۶۰۷) ۳۲۲۴۹
۳۲۲۴۹

پہلی مثال مین جب اول صورت جذر مین دریافت کرلی اور باقی نکال اور دو رقم اتار لیا تو ۴۲۴
حاصل ہوئی اور بموجب قاعدہ کے ۴۲ کو ۶ پر تقسیم کیا تو خارج قسمت دوسری صورت جذر کی ۷
حاصل ہوئی اور ظاہرا ۷ دوسری صورت ہونی چاہیے لیکن ۶۷ کو ۷ مین ضرب دینے سے حاصل ضرب
۴۶۹ زیادہ ۴۲۴ سے حاصل ہوتا ہی اسی معلوم ہوا کہ بہت بڑا جذر کے دوسرے عدد کے
لئے ہے اسلئے ۶ مقرر کرکے آزمایش کی تو مطلب براری ہوئی اسطرح سے بعض اوقات
ایک بڑا اندیسہ ابتدا عمل مین جذر کی لئے مقرر کرکے ہمکو بار بار آزمایش کرنی پڑتی ہے
دوسرے مثال مین طالب علم جان لین کہ صفر جذر مین جب واقع ہوتا ہی تو کیا عمل کرنا پڑتا ہے

(۳۰۳) اسی قاعدہ جذر سے کسور عشاریہ کے جذر نکالنی کا بھی قاعدہ مستنبط ہوتا ہے
اسبات کو خوب سمجھہ بوجھہ لو کہ اگر کسی عشاریہ کا مجذور کرین تو اوسمین مراتب عشاریہ
کے جفت درجہ ہونگے اسلئے کسی طاق مرتبہ کے کسر عشاریہ کا پورا جذر نہین نکل سکتا
جذر ۳۲٫۴۹ کا ایک دسوان حصہ جذر ۱۰۰×۳۲٫۴۹ یعنی ۳۲۴۹ کا ہی اور ایسی ہی
جذر ۰۰۳۲۴۹٫ کا ایک ہزاروان حصہ جذر ۱۰۰۰۰۰۰×۰۰۳۲۴۹٫ کا ہے یعنی
۳۲۴۹ کا پس اسطرح سے قاعدہ عشاریہ کے جذر نکالنی کا مستنبط کرسکتے ہین کہ اکائی پر
نقطہ دیکر اوسکے داہنے باینے ایک ایک مرتبہ چھوڑکر نقطے لگاؤ اور مثل اعداد صحاح کے
اوسکا جذر دریافت کرو اور جذر مین اوتنے مرتبے عشاریہ کے مقرر کرو جتنی دو دو حصہ عشری
مین عدد کے ہون اسمین طالب علم کو چاہیے کہ وہ نہایت احتیاط نقاط لگانے مین کرے اور اس
بات کا خوب خیال رکھے کہ اکائی سے نقطے لگانے شروع کرے اور داہنے باینے طرف ایک ایک

مرتبہ چھوڑ کر نقطے لگائی

(۳۰۴) اگر کسی صحیح عدد کے جذر میں اکائیاں تک نکال لیں مگر پھر بھی باقی رہے تو اوس سے جانا جاہیے کہ عدد کا جذر پورا نہیں نکل سکتا وہاں اکائی کی اول میں علامت اعشاریہ لکھکر اوسکی اوپر جفت صفر جسقدر چاہیں لگالیں اور آگے جذر نکالنا شروع کریں تو صحیح عدد پر اسطرح سے ایک جز عشری جذر میں نکل کر زیادہ ہو جاویگا اور جذر تقریبی جسقدر چاہیں نکال لیں اور علی ہذا القیاس اگر عدد اعشاریہ کا پورا جذر نہ نکل سکتا ہو تو اوس پر بھی صفر اسیطرح زیادہ کرکے جذر کا عمل کرو اور جسقدر چاہو جذر حقیقی کے قریب قریب جذر نکال لو

(۳۰۵) ۴۰ کا جذر سات مرتبہ اعشاریہ کے نکالنے کی ترتیب ذیل میں درج ہے

۴۰: ۰۰ : (۶٫۳۲۴۵۵۵

۳۶

۱۲۳) ۴۰۰

۳۶۹

۱۲۶۲) ۳۱۰۰

۲۵۲۴

۱۲۶۴۴) ۵۷۶۰۰

۵۰۵۷۶

۱۲۶۴۸۵) ۷۰۲۴۰۰

۶۳۲۴۲۵

۱۲۶۴۹۰۵) ۶۹۹۷۵۰۰

۶۳۲۴۵۲۵

۱۲۶۴۹۱۰۵) ۶۷۲۹۷۵۰۰

۶۳۲۴۵۵۲۵

۴۰۵۱۹۷۵

(۳۰۶) اب ہم ایک جملہ مرکب کے جذر الکعب نکالنے کی ترکیب لکھتے ہیں ا^3 + ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 کا جذر الکعب ا + ب ہے پس ا^3 + ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 سے ا + ب نکالنے کی حکمت لکھکر اوس سے قاعدہ کلیہ ہر جملہ مرکب کے جذر الکعب نکالنے کا استخراج کرینگے

ا^3 + ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 (ا + ب

ا^3

۳ا^2) ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3

۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3

بموجب حرف ا کے قوا کے

ارقام کو بالترتیب لکھو تو اول رقم $ا^۳$ ہوگی اور اوسکا کعب ا ہی یہہ جذر الکعب مطلوب کے اول رقم بناؤ اور اوسکی مکعب کو یعنی $ا^۳$ کو ساری جملہ مین سے تفریق کرو اور باقی $۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$ کو نیچے اُتار لو اور $۳ا^۲ب$ کو $۳ا^۲$ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ب نکلیگا اور یہہ دوسری رقم جذر الکعب مطلوب کی ہوگی اور پھر $۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$ کو باقی مین سے تفریق کرو تو کل جذر الکعب ا + ب حاصل ہو جائیگا اور عمل ختم ہو جائیگا

لیکن اگر اور زیادہ رقمین ہون تو ا + ب پر وہ عمل کرنا چاہئے جو اوپر عمل کیا ہی مکعب ا + ب کا یعنی $ا^۳ + ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$ اوسی تفریق ہوا ہے تو باقی کو $۳(ا + ب)^۲$ پر تقسیم کرکے ایک اور نئی رقم دریافت کرین اور علی ہذا القیاس آگے عمل بطور سابق کرین

(۳۰۷) پیچیدہ جملون اور اعداد کے جذر الکعب کے نکالنے مین آسانی اسطرح ہی کہ عمل دفعہ بالا کو تین جگہہ لکھین جس طرح نیچے لکھا ہے

خانہ سوم	خانہ دوم	خانہ اول
$ا^۳ + ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳ (ا + ب$	$ا^۲$	$۳ا + ب$
$ا^۳$	$(۳ا + ب) ب$	
$۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$	$۳ا^۲ + ۳اب + ب^۲$	
$۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$		

اول رقم کے جذر الکعب یعنی ا کو دریافت کرو اور $ا^۳$ کو جملہ کے نیچے لکھو جو تیسرے خانہ میں لکھا ہے اور اوسکو تفریق کرو اور ۳ا کو اول خانہ پر لکھو اور $۳ا^۲$ کو دوسرے خانہ پر اور $۳ا^۲ب$ کو $۳ا^۲$ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت حاصل کرو اور ب کو اول خانہ مین جو جملہ لکھا ہی اوسپر زیادہ کرو اور اب جو جملہ بنجاوی اوسکو ب مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو دوسرے مقام کی جملہ کے نیچے لکھو اور اوسکو اوس جملہ پر جو وہان بالفعل لکھا ہو زیادہ کرو تو $۳ا^۲ + ۳اب + ب^۲$ حاصل ہوگا اسکو ب مین ضرب دو تو حاصل $۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$ ہوگا اوسکو تیسرے خانہ پر لکھکر تفریق کرو پس اسطرح سی گویا کہ $(ا + ب)^۳$ کے تفریق کرنیکا اصل جملہ مین سے عمل کیا اگر وہان اور زیادہ رقمین ہون تو یہی عمل جاری رکھو

(۳۰۸) جب اور آگے عمل کرنا پڑے تو ہمکو خانہ اول پر کچھہ ایسا زیادہ کرنا چاہئے کہ جسمے جملہ
خانہ اول کا چند اوس جملہ جذر الکعب سے کہ اتبک نکلا ہے ہو جاوے اور یہہ بات سطر ثانی
سے حاصل ہوتی ہے کہ خانہ اول مین ۳ا + ب پر ب زیادہ کرین تو ۳ا + ۳ب حاصل ہوگا
اور یہہ چند ا + ب یعنی اوس حصہ جذر الکعب کا ہے جو اتبک دریافت ہوا ہے
اور سوائے اسکے ہمکو دوسرے خانہ مین ایسی رقم کوئی زیادہ کرنی چاہئے کہ چند مجذور اوس حصہ کا
جو جذر الکعب کا اتبک دریافت ہوا معلوم ہو جائے

آسان ترکیب یہہ ہے کہ خانہ دوم مین (۳ا + ب) ب اور ۳ا۲ + ب
جسکے نیچے ۳ا۲ + ۳اب + ب۲ لکھی ہوئی ہیں

۲ب
۳ا۲ + ۳اب

اسکے نیچے ب۲ اور لکھو اور تینون سطرون کے
تینون جملون جمع کرلو تو ۳ا۲ + ۶اب + ۳ب۲ یعنی (ا + ب)۲ کا چند حاصل ہوگا
یعنی چند مجذور اوس حصہ کا جو اتبک دریافت ہوا ہے

(۳ا + ب) ب
۳ا۲ + ۳اب + ب۲
ب۲
۳ا۲ + ۶اب + ۳ب۲

(۳۰۹) مثالین

۸لا۶ − ۳۶لا۵ + ۱۰۲لا۴ − ۱۷۱لا۳ + ۲۰۴لا۲ − ۱۴۴لا + ۶۴ کا جذر الکعب نکالو

خانہ اول
۶لا۲ − ۳لا
−۶لا
۶لا۲ − ۹لا + ۴

خانہ دوم
۱۲لا۴
−۳لا (۶لا۲ − ۳لا)
۱۲لا۴ − ۱۸لا۳ + ۹لا۲
۹لا۲
۱۲لا۴ − ۳۶لا۳ + ۲۷لا۲
۴ (۶لا۲ − ۹لا + ۴)
۱۲لا۴ − ۳۶لا۳ + ۵۱لا۲ − ۳۶لا + ۱۶

خانہ سوم
۲لا۲ − ۳لا + ۴) ۸لا۶ − ۳۶لا۵ + ۱۰۲لا۴ − ۱۷۱لا۳ + ۲۰۴لا۲ − ۱۴۴لا + ۶۴ (
۸لا۶
− ۳۶لا۵ + ۱۰۲لا۴ − ۱۷۱لا۳ + ۲۰۴لا۲ − ۱۴۴لا + ۶۴
− ۳۶لا۵ + ۵۴لا۴ − ۲۷لا۳
۴۸لا۴ − ۱۴۴لا۳ + ۲۰۴لا۲ − ۱۴۴لا + ۶۴
۴۸لا۴ − ۱۴۴لا۳ + ۲۰۴لا۲ − ۱۴۴لا + ۶۴

جذر الکعب ۸ لا۶ کا ۲ لا۲ ہے اور یہہ اول رقم جذر الکعب مطلوب کی ہے ۸ لا۶ کو جملہ معلوم کی تحت تیسرے خانہ مین لکھو اور اسکو تفریق کرو اور ۲ لا۲ کے چند کو اول خانہ مین اور چند مجذور ۲ لا۲ کو دوسرے خانہ مین لکھو یعنی ۶ لا۲ اول خانہ مین اور ۱۲ لا۴ دوسرے خانہ مین لکھو - ۳۶ لا۵ کو ۱۲ لا۴ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت - ۳ لا حاصل ہوگا اور یہہ دوسرے رقم جذر الکعب کی ہوگی اس رقم کو اول خانہ مین لکھو اور اب جو جملہ اول خانہ مین پیدا ہوا ہے یعنی ۶ لا۲ - ۳ لا کو - ۳ لا مین ضرب دو اور حاصلضرب کو دوسرے خانہ مین لکھدو اور اس خانہ کی جملہ کے ساتھ جمع کرو تو ۱۲ لا۴ - ۱۸ لا۳ + ۹ لا۲ حاصل ہوگا اسکو - ۳ لا مین ضرب دیکر حاصلضرب کو تیسرے خانہ مین لکھکر تفریق کرو تو تیسرے خانہ مین باقی نکلیگی اور جذر الکعب مطلوب کا حصہ ۲ لا۲ - ۳ لا حاصل ہوگا اب خانہ اول اور دوم کو موجب دفعہ ۲۰۸ کے درست کرین یعنی دو چند - ۳ لا یعنی - ۶ لا کو خانہ اول مین لکھکر جمع کرو تو ۶ لا۲ - ۹ لا حاصل ہونگی یعنی سہ چند اوس حصہ جذر الکعب کا جو اب تک دریافت ہوا ہے اور مجذور - ۳ لا یعنی ۹ لا۲ دوسرے خانہ مین لکھکر آخر تینون سطرون کے جملون کو جمع کرین تو ۱۲ لا۴ - ۳۶ لا۳ + ۲۷ لا۲ ہوگا یہہ سہ چند مجذور جذر الکعب کے اوس حصہ کا ہے جو اب تک نکلا ہے - اب جو باقی تیسرے خانہ مین ہے اوسکو اس جملہ پر جو اب حاصل ہوا ہے تقسیم تو ۴ نکلینگی اور یہہ آخر رقم جذر الکعب مطلوب کی ہوگی اور اوسپر عمل اوسیطرح کرین جیسا کہ پہلے کیا تھا یعنی اس رقم کو اول خانہ مین لکھدین تو جملہ اول خانہ مین ہوگا یہہ ہوگا کہ ۶ لا۲ - ۹ لا + ۴ اسکو ۴ مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو نیچے خانہ دوم کے جملہ کے لکھین اور ان دو کو جمع کرین تو ۱۲ لا۴ - ۳۶ لا۳ + ۵۱ لا۲ - ۳۶ لا + ۱۶ حاصل ہوگا اسکو ۴ مین ضرب دیکر حاصلضرب کو تیسرے خانہ مین لکھین اور تفریق کرین اور کچھہ باقی نہین رہیگی اسلئے ثابت ہوا کہ ۲ لا۲ - ۳ لا + ۴ جذر الکعب مطلوب ہے

(۲۱۰) جو کچھہ جملہای جبریہ کے جذر الکعب کی تحقیقات اوپر ہوئی وہ اعداد کے جذر الکعب نکالنے مین بھی بکار آمد ہے اور اوسی ترکیب سے اعداد کا جذر الکعب نکل سکتا ہے

جذر الکعب ۱۰۰۰ کا ۱۰ ہے اور ۱۰۰۰۰۰۰ کا ۱۰۰ ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ جذر الکعب اون اعداد کا

جو ۱۰۰۰ اسے کم ہے ایک ہندسہ رکہتا ہے اور جذر الکعب اون اعداد کا کہ ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ اسکے
درمیان واقع ہین دو ہندسے رکہتا ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ اگر اکائی پر ایک نقطہ کا نشان کرکے
دو دو مرتبہ بیچمین چہوڑ کر نشان نقطہ کا کرین تو تعداد ان نقاط کی جذر الکعب کی ہندسون کی تعداد بتلا دیگے
مثلاً جذر الکعب ۴۴۲۲۴۵۰۴۰ مین دو ہندسے ہون اور جذر الکعب ۴۰۹۲۱۸۱۲۱ مین تین ہندسے ہین
اب فرضکرو کہ جذر الکعب ۲۷۴۶۲۵ کا دریافت کرنا ہے

۶۰ + ۵) ۲۷۴۶۲۵ — ۱۸۰ + ۵ — ۱۰۸۰۰
۲۱۶۰۰۰ — ۹۲۵
۵۸۶۲۵ — ۱۱۷۲۵
۵۸۶۲۵

نقطون کے نشان قاعدہ کے موافق لگاؤ جس سے معلوم ہو جاے کہ جذر الکعب مطلوب مین دو ہندسے ہین
فرض کرو ا + ب جذر الکعب کو تعبیر کرتا ہے اس طرح سے کہ ا دہائیون کو اور ب اکائیون کو
اب ا کوئی بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ کا ہو جسکا مکعب ۲۷۴۰۰۰ سے کم ہو سو وہ ۶۰ ہے
پس مکعب ۶۰ یعنی ۲۱۶۰۰۰ کو تیسرے خانہ مین عدد معلوم کے نیچے لکہو اور تفریق کرو اور تین چند
۶۰ کو اول خانہ مین لکہو یعنی ۱۸۰ اور تین چند مجذور ۶۰ کو دوسرے خانہ مین یعنی ۱۰۸۰۰
اور اب عدد خانہ سوم کو عدد خانہ دوم پر تقسیم کرو یعنی ۵۸۶۲۵ کو ۱۰۸۰۰ پر تو ۵ حاصل
ہونگے یہہ قیمت ب کی ہوگی پس ۵ کو اول خانہ پر زیادہ کرو اور اس حاصل جمع کو ۵ مین ضرب دو
یعنی ۱۸۵ کو ۵ مین ضرب دو تو ۹۲۵ حاصل ہونگے اور اوسکو دوسرے خانہ مین لکہو اور جو عدد
وہان ہین اوسکی ساتہہ جمع کرو تو ۱۱۷۲۵ حاصل ہونگے اسکو ۵ مین ضرب دو
اور حاصلضرب کو تیسرے خانہ مین لکہو اور تفریق کرو اب باقی صفر ہے اسلیے ۶۵ جذر الکعب
مطلوب ہے صفرونکو علیحدہ کردو تو اختصار کے ساتہہ عمل اسطرح سے ہوگا

۲۷۴۶۲۵ (۶۵ — ۱۸۵ — ۱۰۸
۲۱۶ — ۹۲۵
۵۸۶۲۵ — ۱۱۷۲۵
۵۸۶۲۵

(۳۱۱) جذر الکعب ۱۰۹۲۱۵۳۵۲ کا نکالو

۱۰۹ ۲۱۵۳۵۲ (۴۷۸
۶۴
۴۵۲۱۵
۳۹۸۲۳
۵۳۹۲۳۵۲
۵۳۹۲۳۵۲
×

۴۸
۸۸۹
۵۴۸۹
۴۹
۶۶۲۷
۱۱۳۴۴
۶۷۴۰۴۴

۱۲۷
۱۴
۱۴۱۸

جب جذر الکعب مین دو ہندسے یعنی ۴۷ حاصل ہوگئے تو بموجب دفعہ ۳۰۸ کے اول اور دوسرے خانہ کو پر کیا ۷ کے دو چند ۱۴ کو اول خانہ مین لکھکر دونو سطرون کو جمع کرلیا اور ۱۴۱ حاصل کئی اور دوسرے خانہ مین مجذور ۷ کا لکھکر اور آخر تینون سطرون کو جمع کرکے ۶۶۲۷ حاصل کئے اور پھر عمل بطور سابق کیا تو جذر الکعب ۴۷۸ حاصل ہوا
اثناء عمل مین ہم یہہ خیال کر سکتے ہین کہ جذر الکعب مین دوسرا ہندسہ ۸ یا ۹ ہو لیکن امتحان کرنے سے معلوم ہوگا کہ یہہ اعداد بڑی ہین جذر کیطرح کئی اعداد پر امتحان عموماً ابتداء عمل مین کرنا پڑتا ہے

(۳۱۲) ۸۶۵۳۰۰۲۸۷۷ کا نکالو

۸۶۵۳۰۰۲۸۷۷ (۲۰۵۳
۸
۶۵۳۰۰۲
۶۱۵۱۲۵
۳۷۸۷۷۸۷۷
۳۷۸۷۷۸۷۷
×

جذر الکعب
۱۲ ۳۰ ۲۵
۱۲۳۰۲۵
۲۵
۱۲۶۰۷۵
۱۸۴۵۹
۱۲۶۲۵۹۵۹

۶۰۵
۱۰
۶۱۵۳

اس مثال سے طالب علم کو یہہ معلوم ہوگا کہ جب صفر جذر الکعب مین واقع ہوتا ہے تو کیا کرنا پڑتا ہے

(۳۱۳) جب ایک عدد مین مراتب اعشاریہ ہون تو اوسکے مکعب مین اوسے سہ چند مراتب اعشاریہ ہونگی پس اگر ایک عدد ایسا ہو کہ اوسمین مراتب اعشاریہ ہون اور وہ مکعب کامل ہو اور اپنی سادہ صورت مین لکھا ہو تو اوسمین ضرور تعداد مراتب کوئی اضعاف ۳ کا ہوگا اور اوسکے جذر الکعب مین تہائی مراتب اوس عدد سے ہونگے پس اس سے معلوم ہوا کہ اکائی پر نقطہ کا

نشان کرکے چپ طرف سے دو دو مراتب چھوڑ کر نقاط لگائیں اور صحیح کے طور پر جذر الکعب نکالیں تو اوسمیں تعداد مراتب اعشاریہ کے موافق تعداد نقاط کے ہونگے جو عدد کے اعشاریہ حصے پر لگے ہوئے ہیں

(۳۱۴) ۱۴۱۰۲٫۳۲۷۲۹۶ کا جذر الکعب نکالو

۱۴۱۰۲٫۳۲۷۲۹۶ (۲۴٫۱۶

۸
۶۱۰۲
۵۸۲۴
۲۷۸۳۲۷
۱۷۳۵۲۱
۱۰۴۸۰۶۲۹۶
۱۰۴۸۰۶۲۹۶

۱۲
۲۵۶
۱۴۵۶
۱۶
۱۷۲۸
۷۲۱
۱۷۳۵۲۱
۱
۱۷۴۲۴۳
۴۳۴۱۶
۱۷۴۶۷۷۱۶

۴۴
۸
۷۲۱
۲
۷۲۴۳

(۳۱۵) اگر کسی صحیح یا اعشاریہ عدد کا جذر الکعب پورا نہ نکلتا ہو تو اوسکی اول صفر زیادہ کرکے عمل جذر الکعب جہاں تک دل چاہے کئے جاؤ جتنا عمل کروگے اوتنا جذر الکعب تقریبی نکالوگے یعنی ایسا جذر الکعب نکلیگا جو حقیقی جذر الکعب کے قریب ہو جائیگا جیسے ۴ر کا جذر الکعب چار مرتبہ تک نکالکر لکھتے ہیں

۵٫۴۰۰ (۱٫۷۵۴۸

۳۴۳
۵۷۰۰۰
۴۶۰۱۷
۱۰۹۸۳۰۰۰
۹۶۷۱۲۵۶
۱۳۱۱۷۴۴۰۰۰
۱۳۰۱۴۸۴۰۳۲
۱۰۲۵۹۹۶۸

۱۴۷
۶۳۹
۱۵۳۳۹
۹
۱۵۹۸۷
۱۳۱۷۶
۱۶۱۱۸۷۶
۳۶
۱۶۲۵۰۸۸
۱۶۶۷۰۴
۱۶۲۶۸۵۵۰۴

۲۱۳
۶
۲۱۹۶
۱۲
۲۲۰۸۸

نمبر مشق ۳۲

دریافت کرو قیمت

(۱) $\sqrt[3]{(9\,\overline{ا}\,\overline{ب}^{3})}$　(۲) $\sqrt[3]{(8\,\overline{ا}\,\overline{ب}^{3})}$　(۳) $\sqrt[3]{(-64\,\overline{ا}\,\overline{ب}^{6})}$

(۴) $\sqrt[4]{(16\,\overline{ا}\,\overline{ب}\,\overline{ح}^{3})}$　(۵) $\sqrt[5]{-\overline{ا}^{5}\,\overline{ب}\,\overline{ح}^{15}}$

(۸) $\sqrt[4]{\frac{81\text{ا}^8}{\text{ب}^4\text{ج}^{12}}}$ (۹) $\sqrt[5]{\frac{\text{ا}^5}{32\text{ب}^{10}}}$ (۱۰) $\sqrt[6]{\frac{64\text{ا}^6\text{ب}^{12}}{\text{ج}^{24}}}$

جملہائے مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۱۱) $16\text{ا}^2+40\text{اب}+25\text{ب}^2$ (۱۲) $49\text{ا}^4-84\text{ا}^2\text{ب}+36\text{ب}^2$

(۱۳) $36\text{لا}^4+12\text{لا}^2+1$ (۱۴) $64\text{ا}^2+48\text{ابج}+9\text{ب}^2\text{ج}^2$

(۱۵) $\frac{25\text{ا}^2+20\text{اب}+4\text{ب}^2}{25\text{ا}^2+20\text{اج}+4\text{ج}^2}$ (۱۶) $\frac{9\text{لا}^4-24\text{لا}^2+16}{4\text{لا}^2-12\text{لا}+9}$

(۱۷) $\text{لا}^4+2\text{لا}^3+3\text{لا}^2+2\text{لا}+1$ (۱۸) $1-2\text{لا}+5\text{لا}^2-4\text{لا}^3+4\text{لا}^4$

(۱۹) $\text{لا}^4+6\text{لا}^3+25\text{لا}^2+48+64$ (۲۰) $\text{لا}^4-4\text{لا}^3+8\text{لا}+4$

(۲۱) $1-4\text{لا}+10\text{لا}^2-12\text{لا}^3+9\text{لا}^4$

(۲۲) $4\text{لا}^8-4\text{لا}^6-7\text{لا}^4+4\text{لا}^2+4$

(۲۳) $\text{لا}^4-2\text{ا}\text{لا}^3+5\text{ا}^2\text{لا}^2-4\text{ا}^3\text{لا}+4\text{ا}^4$

(۲۴) $\text{لا}^4-2\text{ا}\text{لا}^3+(\text{ا}^2+2\text{ب}^2)\text{لا}^2-2\text{ا}\text{ب}^2\text{لا}+\text{ب}^4$

(۲۵) $\text{لا}^6-12\text{لا}^5+60\text{لا}^4-160\text{لا}^3+240\text{لا}^2-192\text{لا}+64$

(۲۶) $\text{لا}^6+4\text{ا}\text{لا}^5-10\text{ا}^3\text{لا}^3+4\text{ا}^5\text{لا}+\text{ا}^6$

(۲۷) $1-2\text{لا}+3\text{لا}^2-4\text{لا}^3+5\text{لا}^4-4\text{لا}^5+3\text{لا}^6-2\text{لا}^7+\text{لا}^8$

(۲۸) $\frac{4\text{لا}^2}{9\text{ی}^2}-\frac{\text{لا}}{\text{ی}}-\frac{16\text{لا}^2}{15\text{ای}}+\frac{9\text{ی}^2}{16\text{ا}^2}+\frac{6\text{لا}}{5\text{ی}}+\frac{16\text{لا}^2}{25\text{ی}^2}$

چوتھے مرتبہ کا نزول دریافت کرو

(۲۹) $1+4\text{لا}+6\text{لا}^2+4\text{لا}^3+\text{لا}^4$

(۳۰) $16\text{لا}^4-96\text{لا}^3\text{ی}+216\text{لا}^2\text{ی}^2-216\text{لا}\text{ی}^3+81\text{ی}^4$

(۳۱) $1-4\text{لا}+10\text{لا}^2-16\text{لا}^3+19\text{لا}^4-16\text{لا}^5+10\text{لا}^6-4\text{لا}^7+\text{لا}^8$

(۳۲) $\left[\text{لا}^4-2(\text{ا}+\text{ب})\text{لا}^3+(\text{ا}^2+4\text{اب}+\text{ب}^2)\text{لا}^2-2\text{اب}(\text{ا}+\text{ب})\text{لا}+\text{ا}^2\text{ب}^2\right]^2$

آٹھویں مرتبہ کا نزول جملہائے مفصلہ ذیل کا دریافت کرو

(۳۳) $\text{لا}^8+8\text{لا}^7+28\text{لا}^6+56\text{لا}^5+70\text{لا}^4+56\text{لا}^3+28\text{لا}^2+8\text{لا}+1$

(۳۴) (لا^{۴} − ۲ لا^{۳} ی + ۳ لا^{۲} ی^{۲} − ۲ لا ی^{۳} + ی^{۴})

اعداد مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۳۵) ۱۱۵۶ (۳۶) ۲۰۲۵ (۳۷) ۳۷۲۱ (۳۸) ۵۱۸۴ (۳۹) ۷۵۶۹

(۴۰) ۹۸۰۱ (۴۱) ۱۵۱۲۹ (۴۲) ۱۰۳۰۴۱ (۴۳) ۱۶۵۶۴۹

(۴۴) ۳۰۸۰٫۲۵ (۴۵) ۴۱٫۲۱۶۴ (۴۶) ٫۸۳۵۳۹۶

(۴۷) ۱۵۲۲۷۵۶ (۴۸) ۲۹۳۷۶۴۰۰ (۴۹) ۳۸۴۵۲۴٫۰۱

(۵۰) ۴۹۸۱٫۵۳۶۴ (۵۱) ۶۴٫۱۲۸۰۶۴ (۵۲) ٫۲۴۳۷۳۹۶۹

(۵۳) ۱۴۴۱۶۸۰۴۹ (۵۴) ۲۵۴۰۷۶٫۴۸۳۶ (۵۵) ۳٫۲۵۵۱۳۷۶۴

(۵۶) ۴٫۵۴۴۹۹۷۶۱ (۵۷) ٫۵۶۸۷۸۷۳۰۵۶ (۵۸) ۱۹۶۵۴۰۶۰۲۲۴۱

ہر یک عدد کا جذر پانچ مرتبہ کے اعشاریہ تک نکالو

(۵۹) ٫۹ (۶۰) ۶٫۲۱ (۶۱) ٫۴۳ (۶۲) ٫۰۰۸۵۲ (۶۳) ۱۷

(۶۴) ۱۲۹ (۶۵) ۳۴۷٫۲۵۹ (۶۶) ۱۴۲۹۵٫۳۸۷

جذر الکعب جملہائے مفصلہ ذیل کا نکالو

(۶۷) ۸ لا^{۳} + ۳۶ لا^{۲} ی + ۵۴ لا ی^{۲} + ۲۷ ی^{۳}

(۶۸) ۱۷۲۸ لا^{۶} + ۱۷۲۸ لا^{۴} ی^{۳} + ۵۷۶ لا^{۲} ی^{۶} + ۶۴ ی^{۹}

(۶۹) لا^{۶} − ۳ لا^{۴} (ا + ب) + ۳ لا^{۲} (ا + ب)^{۲} − (ا + ب)^{۳}

(۷۰) لا^{۶} + ۳ لا^{۵} + ۶ لا^{۴} + ۷ لا^{۳} + ۶ لا^{۲} + ۳ لا + ۱

(۷۱) لا^{۶} − ۳ ا لا^{۵} + ۵ ا^{۳} لا^{۳} − ۳ ا^{۵} لا − ا^{۶}

(۷۲) ۸ لا^{۶} + ۴۸ ح لا^{۵} + ۶۰ ح^{۲} لا^{۴} − ۸۰ ح^{۳} لا^{۳} − ۹۰ ح^{۴} لا^{۲} + ۱۰۸ ح^{۵} لا − ۲۷ ح^{۶}

(۷۳) ۱ − ۹ لا + ۳۹ لا^{۲} − ۹۹ لا^{۳} + ۱۵۶ لا^{۴} − ۱۴۴ لا^{۵} + ۶۴ لا^{۶}

(۷۴) ۱ − ۳ لا + ۶ لا^{۲} − ۱۰ لا^{۳} + ۱۲ لا^{۴} − ۱۲ لا^{۵} + ۱۰ لا^{۶} − ۶ لا^{۷} + ۳ لا^{۸} − لا^{۹}

چھٹے مرتبہ کا نزول جملہہاے مفصلۂ ذیل کا دریافت کرو

(۷۵) $۱ + ۱۲ لا + ۶۰ لا^{۲} + ۱۶۰ لا^{۳} + ۲۴۰ لا^{۴} + ۱۹۲ لا^{۵} + ۶۴ لا^{۶}$

(۷۶) $۷۲۹ لا^{۶} - ۱۴۵۸ لا^{۵} + ۱۲۱۵ لا^{۴} - ۵۴۰ لا^{۳} + ۱۳۵ لا^{۲} - ۱۸ لا + ۱$

اعداد کا جذر الکعب دریافت کرو

(۷۷) ۱۹۶۸۳ (۷۸) ۴۲۸۷۵ (۷۹) ۱۵۷۴۶۴

(۸۰) ۲۲۶۹۸۱ (۸۱) ۶۸۱۴۷۲ (۸۲) ۷۷۸۶۸۸

(۸۳) ۲۶۲۸۰۷۲ (۸۴) ۳۲۴۱۷۹۲ (۸۵) ۵۴۰۱۰۱۵۲

(۸۶) ۶۰۲۳۶،۲۸۸ (۸۷) ۱۹۱،۱۰۲۹۷۶ (۸۸) ۲۲۲۰۳۴۸۸۶۴،

(۸۹) ۱۳۷۱۳۳۰۶۳۱ (۹۰) ۲۰۹۱۰۵۱۸۸۷۵

(۹۱) ۹۱۳۹۸۶۴۸۴۶۶۱۲۵ (۹۲) ۵۳۴۰۱۰۴۳۹۳۲۳۹

تینتیسواں باب قوت نما

(۳۱۶) دفعہ ۱۶ میں جو تعریف قوت نما کی لکھی ہے اوسکی بموجب وہ مثبت اور صحیح عدد ہوتا ہے اب ہم اس تعریف کو توسیع کے ساتھہ بیان کرینگے اور قوت نما کی خواہ کسر ہو خواہ منفی ہو تعریف لکھینگے

(۳۱۷) اگر م و ن مثبت صحیح اعداد ہوں

تو $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$

دفعہ ۵۹ میں اس بیان کا ثبوت ہو چکا ہے لیکن اوس ثبوت کو یہاں مکرر لکھنا خالی از منفعت نہیں ہے

$ا^{م} = ا \times ا \times ا \ldots$ م جز ضربی تک بموجب دفعہ ۱۶

$ا^{ن} = ا \times ا \times ا \ldots$ ن جز ضربی تک بموجب دفعہ ۱۶

اسواسطے $ا^{م} \times ا^{ن} = ا \times ا \times ا \ldots \times ا \times ا \times ا \ldots$ م + ن جز ضربی تک

$= ا^{م+ن}$ بموجب دفعہ ۱۶ کے

اور اسیطرح سے اگر ع کوئی مثبت صحیح ہو تو

$ا^{م} \times ا^{ن} \times ا^{ع} = ا^{م+ن+ع}$ اور علی ہذا القیاس

(۳۱۸) اگر م و ن مثبت صحیح اعداد ہون اور م بڑا بہ نسبت ن کے ہو تو بموجب دفعہ ۳۱۷ کے

$$ا^{م-ن} \times ا^{ن} = ا^{م-ن+ن} = ا^{م}$$

اسواسطے $\frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = ا^{م-ن}$

(۳۱۹) قوت نما کسری اور قوت نما منفی کی تعریف ابتک کچھہ نہین کی گئی ہی اونکی تعریف چاہیے جو کچھہ کرو مگر آسانی اسمین ہے کہ ارتباط $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$ کو خواہ م اور ن کچھہ ہی ہون صحیح اور درست مان کر حدود او نکے بنا لیئے جائین

مثلاً $ا^{\frac{١}{٢}}$ کے معنی تبلاؤ

بموجب فرض کے $ا^{\frac{١}{٢}} \times ا^{\frac{١}{٢}} = ا^{١} = ا$ پس $ا^{\frac{١}{٢}}$ ایسا عدد ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو فی نفسہ ضرب دین تو حاصل ا ہوا اور بموجب حدود کے ایسا عدد جذر ا کا ہی پس $ا^{\frac{١}{٢}}$ برابر جذر ا کے ہوا یعنی $ا^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{ا}$

معنی $ا^{\frac{١}{٣}}$ کے دریافت کرو

بموجب فرض کے $ا^{\frac{١}{٣}} \times ا^{\frac{١}{٣}} \times ا^{\frac{١}{٣}} = ا^{\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}} = ا^{١} = ا$

پس اسے معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{١}{٣}}$ جذر الکعب ا کے برابر ہی یعنی $ا^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{ا}$

بتلاؤ $ا^{\frac{٢}{٣}}$ کے کیا معنی ہین

بموجب فرض کے $ا^{\frac{٢}{٣}} \times ا^{\frac{٢}{٣}} \times ا^{\frac{٢}{٣}} = ا^{٢}$

پس اسواسطے $ا^{\frac{٢}{٣}} = \sqrt[٣]{ا^{٢}}$

ان مثالون سے طالب علم سمجھنے کے قابل ہوجاویگا کہ قوت نما کسری کے کیا معنی ہین اب ہم دو دفعات ذیل مین حدود کو علامات عامہ مین بیان کرتے ہین

(۳۲۰) معنی $ا^{\frac{١}{ن}}$ کے تبلاؤ ن ایک صحیح اور مثبت عدد ہے

بموجب فرض کے $ا^{\frac{١}{ن}} \times ا^{\frac{١}{ن}} \ldots$ ن اجزا ضربی تک $= ا^{\frac{١}{ن}+\frac{١}{ن}+\frac{١}{ن}\ldots}$ ن رقمون تک $= ا$

پس معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{١}{ن}}$ برابر ا کے ن مرتبہ کے نزول کے ہی یعنی $ا^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{ا}$

(۳۲۱) $ا^{\frac{م}{ن}}$ کے معنی بتلاؤ جب م اور ن مثبت اور صحیح اعداد ہین بموجب فرض کے

$ا^{\frac{م}{ن}} \times ا^{\frac{م}{ن}} \times ا^{\frac{م}{ن}} \ldots$ ن اجزا ضربی تک $= ا^{\frac{م}{ن}+\frac{م}{ن}+\frac{م}{ن}\ldots}$ ن رقمون تک $= ا^{م}$

اسواسطے $a^{\frac{m}{n}}$ برابر ن مرتبہ کے نزول a^m کے ہے

یعنی $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ پس اسے معلوم ہوا کہ $a^{\frac{m}{n}}$ سے مراد یہہ ہے ا کی م قوت کی ن مرتبہ کا نزول ہو
یعنی جب قوت نما کسر ہو تو شمار کنندہ مرتبہ صعود کو اور نسب نما مرتبہ نزول کو تعبیر کریگا

(۳۲۲) پس مثبت قوت نما کی خواہ وہ صحیح یا کسر ہو معنی بتلائے گئے پس اب منفی قوت نما کے معنی بتلانے رہے مثلاً a^{-2} کے معنی بتلاؤ کہ کیا ہین

بموجب فرض کے $a^{-2} \times a^{2} = a^{-2+2} = a^{0} = 1$

اسواسطے $a^{-2} = \frac{a^0}{a^2} = \frac{1}{a^2}$

اب ہم اس حدود کو علامات عامہ مین بیان کرتے ہین

(۳۲۳) دریافت کرو کہ کیا معنی a^{-n} کے ہین جب ن ایک مثبت عدد صحیح یا کسر ہو

بموجب فرض کے م کچھہ ہی ہو $a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$

اب ہم فرض کرتے ہین کہ م مثبت اور بڑا بہ نسبت ن کے تو اوپر کی طرح

$a^{m-n} \times a^{n} = a^{m}$ اور اسواسطے $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$

اسواسطے $a^m \times a^{-n} = \frac{a^m}{a^n}$

اسواسطے $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

اس مطلب کو الفاظ مین بیان کرنے کے لئے متکافی کے معنی بتلانے پڑے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی متکافی کہلاتی ہے اگر اون دونون کا حاصلضرب واحد کے برابر ہو جیسے کہ لا متکافی $\frac{1}{لا}$ کا ہے

پس اسے معلوم ہوا کہ a^{-n} متکافی a^{n} کا ہے اس نتیجہ کو علامات مین اتنی طورون سے لکھہ سکتے ہین یعنی

کہ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ و $a^{n} = \frac{1}{a^{-n}}$ و $a^{n} \times a^{-n} = 1$

(۳۲۴) قوت نما منفی کے معنی جو اوپر بیان ہو چکے اوسے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

خواہ م بڑا ہو ن سے خواہ چھوٹا ہو ن سے اسواسطے اگر م چھوٹا ن سے ہو تو

$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} = a^{-(n-m)} = a^{m-n}$

فرضکرو کہ م = ن تو $ا^م ÷ ا^ن$ ظاہر برابر اکے ہی اور $ا^{م-ن}$ = ۱ آخر رمز کے معنی ابتک

سمجھہ نہین مقرر ہوئے ہین پس ہم کو اختیار ہی کہ اوسکا مفہوم جو چاہین ٹہرالین اور ہم یہہ کیا کرتے ہین کہ

$ا^۰ = ۱$

(۳۲۵) قوت نما کا تمام و کمال بیان بڑے جبر مقابلہ مین کیا گیا ہے یہان مثالین اور جتنی

قوتین جو حدود اور کسور کے چند خواص سے مبتدیون کے سمجھہ مین اتی ہین لکھہ دی ہین بیان

کامل جسکو دیکھنا ہو وہ بڑے جبر مقابلہ مین دیکھے

(۳۲۶) اگر م اور ن اعداد صحیح ہون تو ہمکو معلوم ہے کہ $(ا^م)^ن = ا^{من}$ بموجب دفعہ ۲۷۹ کے

لیکن یہہ نتیجہ اوس صورت میں بہی صحیح ہے جب م و ن اعداد صحیح نہ ہون

مثلاً $(ا^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۲}} = ا^{\frac{۱}{۶}}$ ہو گی

اسواسطے کہ فرض کرو $(ا^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۲}}$ = لا اب طرفین کا چوتہی قوت کا صعود لو تو $ا^{\frac{۲}{۳}}$ = $لا^۴$

اور اب دونو طرف کو تیسری قوت مین اٹہایا تو $ا^۲ = لا^{۱۲}$ اسواسطے لا = $ا^{\frac{۱}{۶}}$ اور یہی ثابت

کرنا تہا

(۳۲۷) اگر ن ایک مثبت صحیح عدد ہو تو ہمکو معلوم ہے کہ $ا^ن × ب^ن = (اب)^ن$ یہہ نتیجہ درست ہوگا

اگر ن عدد صحیح مثبت نہو

مثلاً $ا^{\frac{۱}{۳}} × ب^{\frac{۱}{۳}} = (اب)^{\frac{۱}{۳}}$ اسواسطے اگر طرفین کو تیسری قوت مین اٹہائین تو ہر طرف

مین اب حاصل ہوگا پس ہر یک طرف جذر الکعب اب کا ہے اور اسیطرح سے

$ا^{\frac{۱}{ن}} × ب^{\frac{۱}{ن}} × ح^{\frac{۱}{ن}} .... = (ا ب ح ...)^{\frac{۱}{ن}}$

فرضکرو کہ ا و ب و ح .. وغیرہ م مقداریں ہین اور ہر یک اونمین سے برابر ا کے ہے

تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا

$(ا^{\frac{۱}{ن}})^م = (ا^م)^{\frac{۱}{ن}}$

یعنی $(ا^{\frac{۱}{ن}})^م = ا^{\frac{م}{ن}}$ پس ا کے ن مرتبہ کے نزول کی م قوت برابر ہے ا کے م قوت کے ن مرتبہ کے نزول کے

(۳۲۸) ایک ہی کسر مختلف صورتون مین لکھی جاتی ہے اور کچھہ اوسکی قیمت اور قدر نہین بدلتی مثلاً $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ اسسے معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{2}{3}}=ا^{\frac{4}{6}}$ اور یہی امر واقعی ہے اسلیے کہ اگر دونو طرف مساوات کو چھٹی قوت مین اوٹھائین تو دونو طرف $ا^{4}$ حاصل ہوگی پس معلوم ہوا کہ ہر طرف مساوات کی چھٹی مرتبہ کا نزدل $ا^{4}$ کا ہے

(۳۲۹) اب چند مثالین قوت نما کسری اور منفی کے لکھتے ہین

• ضرب دو $ا^{\frac{2}{3}}\,ب^{\frac{3}{4}}\,ح^{\frac{1}{3}}$ کو $ا^{\frac{1}{2}}\,ب^{\frac{1}{3}}\,ح^{\frac{2}{3}}$ مین

$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{7}{6}$ و $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\frac{13}{12}$ و $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$

اسواسطے $ا^{\frac{2}{3}}\,ب^{\frac{3}{4}}\,ح^{\frac{1}{3}}\times ا^{\frac{1}{2}}\,ب^{\frac{1}{3}}\,ح^{\frac{2}{3}}=ا^{\frac{7}{6}}\,ب^{\frac{13}{12}}\,ح$

• تقسیم کرو $لا^{\frac{3}{4}}\,ی^{\frac{2}{3}}$ کو $لا^{\frac{1}{2}}\,ی^{\frac{1}{6}}$ پر $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

اسواسطے $لا^{\frac{3}{4}}\,ی^{\frac{2}{3}}\div لا^{\frac{1}{2}}\,ی^{\frac{1}{6}}=لا^{\frac{1}{4}}\,ی^{\frac{1}{2}}$

ضرب دو $لا+لا^{\frac{1}{3}}+لا^{-\frac{1}{3}}$ کو $لا^{\frac{1}{3}}+لا^{-\frac{1}{3}}-لا^{-1}$ مین

$$
\begin{array}{r}
لا+لا^{\frac{1}{3}}+لا^{-\frac{1}{3}} \\
لا^{\frac{1}{3}}+لا^{-\frac{1}{3}}-لا^{-1} \\
\hline
لا^{\frac{4}{3}}+لا^{\frac{2}{3}}+1 \\
لا^{\frac{2}{3}}+1+لا^{-\frac{2}{3}} \\
-1-لا^{-\frac{2}{3}}-لا^{-\frac{4}{3}} \\
\hline
لا^{\frac{4}{3}}+2لا^{\frac{2}{3}}+1 \qquad -لا^{-\frac{4}{3}}
\end{array}
$$

اب یہان اول سطر مین $لا^{\frac{1}{3}}\times لا=لا^{\frac{1}{3}+1}=لا^{\frac{4}{3}}$ و $لا^{\frac{1}{3}}\times لا^{\frac{1}{3}}=لا^{\frac{2}{3}}$ و $لا^{\frac{1}{3}}\times لا^{-\frac{1}{3}}=لا^{0}=1$

تقسیم کرو $لا^{\frac{1}{2}}-3لا^{\frac{1}{3}}\,ی^{-\frac{1}{4}}+3لا^{\frac{1}{6}}\,ی^{-\frac{1}{2}}-ی^{-\frac{3}{4}}$ کو $لا^{\frac{1}{3}}-2لا^{\frac{1}{6}}\,ی^{-\frac{1}{4}}+ی^{-\frac{1}{2}}$ پر

$$
\begin{array}{r}
لا^{\frac{1}{3}}-2لا^{\frac{1}{6}}ی^{-\frac{1}{4}}+ی^{-\frac{1}{2}}\;)\;لا^{\frac{1}{2}}-3لا^{\frac{1}{3}}ی^{-\frac{1}{4}}+3لا^{\frac{1}{6}}ی^{-\frac{1}{2}}-ی^{-\frac{3}{4}}\;(\;لا^{\frac{1}{6}}-ی^{-\frac{1}{4}} \\
لا^{\frac{1}{2}}-2لا^{\frac{1}{3}}ی^{-\frac{1}{4}}+لا^{\frac{1}{6}}ی^{-\frac{1}{2}} \\
\hline
-لا^{\frac{1}{3}}ی^{-\frac{1}{4}}+2لا^{\frac{1}{6}}ی^{-\frac{1}{2}}-ی^{-\frac{3}{4}} \\
-لا^{\frac{1}{3}}ی^{-\frac{1}{4}}+2لا^{\frac{1}{6}}ی^{-\frac{1}{2}}-ی^{-\frac{3}{4}} \\
\hline
\end{array}
$$

امثلہ نمبری ۲۳

دریافت کرو

(۱) $۹^{\frac{۱}{۲}}$ (۲) $۴^{\frac{۳}{۲}}$ (۳) $(۱۰۰)^{-\frac{۱}{۲}}$ (۴) $(۱۰۰۰)^{-\frac{۲}{۳}}$ (۵) $(۸۱)^{-\frac{۳}{۴}}$

(۶) مختصر کرو $(ا^{\frac{۲}{۳}})^{۳}$ (۷) $(ا^{۲})^{-۳}$ (۸) $\sqrt{ا^{۴}}$ (۹) $\sqrt[۳]{ا^{۲}}$

ضرب دو

(۱۰) $ا^{\frac{۱}{۲}} \times ا^{\frac{۱}{۳}} \times ا^{\frac{۱}{۴}}$

(۱۱) $لا^{\frac{۳}{۲}} + ی^{\frac{۳}{۲}}$ کو $لا^{\frac{۳}{۲}} - ی^{\frac{۳}{۲}}$ میں

(۱۲) $ا^{\frac{۲}{۳}} + ا^{\frac{۱}{۳}} ب^{\frac{۱}{۳}} + ب^{\frac{۲}{۳}}$ کو $ا^{\frac{۱}{۳}} - ب^{\frac{۱}{۳}}$ میں

(۱۳) $لا + لا^{\frac{۱}{۲}} + ۲$ کو $لا + لا^{\frac{۱}{۲}} - ۲$ میں

(۱۴) $لا^{۲} + لا + ۱$ کو $لا^{۴} - لا^{۲} + ۱$ میں

(۱۵) $ا^{-\frac{۲}{۳}} + ا^{-\frac{۱}{۳}} + ۱$ کو $ا^{-\frac{۱}{۳}} - ۱$ میں

(۱۶) $ا^{\frac{۴}{۳}} - ۲ + ا^{-\frac{۴}{۳}}$ کو $ا^{\frac{۲}{۳}} - ا^{-\frac{۲}{۳}}$ میں

(۱۷) $ا + ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۲}} - لا^{\frac{۱}{۳}} ی^{\frac{۲}{۳}}$ کو $ا + ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۲}} + لا^{\frac{۱}{۳}} ی^{\frac{۲}{۳}}$ میں

(۱۸) $لا^{\frac{۳}{۲}} - لا ی^{\frac{۱}{۲}} + لا^{\frac{۱}{۲}} ی - ی^{\frac{۳}{۲}}$ کو $لا + لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{\frac{۱}{۲}} + ی$ میں

تقسیم کرو

(۱۹) $لا^{\frac{۲}{۳}} - ی^{\frac{۲}{۳}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۳}} - ی^{\frac{۱}{۳}}$ پر

(۲۰) $ا - ب$ کو $ا^{\frac{۱}{۳}} - ب^{\frac{۱}{۳}}$ پر

(۲۱) $۶۴ لا^{-۱} + ۲۷ ی^{-۲}$ کو $۴ لا^{-\frac{۱}{۳}} + ۳ ی^{-\frac{۲}{۳}}$

(۲۲) $لا^{\frac{۳}{۲}} - لا ی^{\frac{۱}{۲}} + لا^{\frac{۱}{۲}} ی - ی^{\frac{۳}{۲}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۲}} - ی^{\frac{۱}{۲}}$ پر

(۲۳) $ا^{\frac{۴}{۳}} + ا^{\frac{۲}{۳}} ب^{\frac{۲}{۳}} + ب^{\frac{۴}{۳}}$ کو $ا^{\frac{۲}{۳}} + ا^{\frac{۱}{۳}} ب^{\frac{۱}{۳}} + ب^{\frac{۲}{۳}}$

(۲۴) $ا^{\frac{۴}{۳}} + ب^{\frac{۲}{۳}} - ج^{\frac{۲}{۳}} + ۲ ا^{\frac{۲}{۳}} ب^{\frac{۱}{۳}}$ کو $ا^{\frac{۲}{۳}} + ب^{\frac{۱}{۳}} + ج^{\frac{۱}{۳}}$ پر

(۲۵) $لا^{\frac{۴}{۳}} - ۲ ا^{\frac{۲}{۳}} لا^{\frac{۲}{۳}} + ا^{\frac{۴}{۳}}$ کو $لا^{\frac{۲}{۳}} - ۲ ا^{\frac{۱}{۳}} لا^{\frac{۱}{۳}} + ا$

(۲۶) $لا^{\frac{۱}{۲}} - ۴ لا^{\frac{۳}{۸}} ی^{\frac{۱}{۸}} + ۶ لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{\frac{۱}{۴}} - ۴ لا^{\frac{۱}{۸}} ی^{\frac{۳}{۸}} + ی^{\frac{۱}{۲}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۴}} - ۲ لا^{\frac{۱}{۸}} ی^{\frac{۱}{۸}} + ی^{\frac{۱}{۴}}$ پر

جملہ ہای مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۲۷) $\text{لا}^{\frac{1}{2}} - 4 + 4\,\text{لا}^{-\frac{1}{2}}$

(۲۸) $(\text{لا} + \text{لا}^{-1})^{2} - 4\,(\text{لا} - \text{لا}^{-1})$

(۲۹) $\text{لا}^{\frac{5}{3}} - 4\,\text{لا}^{\frac{4}{3}} + 2\,\text{لا}^{\frac{7}{6}} + 4\,\text{لا} - 4\,\text{لا}^{\frac{5}{6}} + \text{لا}^{\frac{2}{3}}$

(۳۰) $4\,\text{لا}^{\frac{3}{2}} - 12\,\text{لا}^{\frac{3}{4}} + 25 - 24\,\text{لا}^{-\frac{3}{4}} + 16\,\text{لا}^{-\frac{3}{2}}$

چونتیسوان باب مقادیر اصم کے بیان مین

(۳۳۰) جب ایک عدد کا نزول پورا پورا نہین نکل سکتا تو اوسکو اصم یا غیر منطق کہتے ہین مثلاً
$\sqrt{7}$ و $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ و $\sqrt[3]{4}$ و $\sqrt{\frac{2}{3}}$ و $\sqrt{5}$ مقادیر اصم ہین

اور جب نزول کسی جملہ جبریہ کا بغیر استعمال قوت نمار کسری کے نہ تعبیر ہو سکتا ہو اوسے بہی جملہ اصم یا غیر منطق کہتے ہین

مثلاً جملہای ذیل اصم ہین

$\sqrt[3]{\text{ا}^{2}}$ و $\sqrt[3]{(\text{ا}^{3} + \text{ب}^{3})}$ و $\sqrt{(\text{ا}^{2} + \text{اب} + \text{ب}^{2})}$ و $\sqrt{\frac{\text{ا}}{\text{ب}}}$ و $\sqrt{\text{ا}}$

باب گذشتہ مین جو اصول بیان ہوئے ہین انہین سے قواعد مقادیر اصم یا غیر منطق معین ہو سکتے ہین

اور اس باب مین اون اصول سے بڑی استعانت ہوتی ہے اون اصولون کو فقط امثال حسابیہ مین کام مین لائینگے

(۳۳۱) بعض اعداد اور جملے بظاہر تو غیر منطق معلوم ہوتے ہین مگر فی الحقیقت وہ مقادیر اصم نہین ہوتے مثلاً $\sqrt{9}$ بظاہر ایک مقدار اصم ہے لیکن فی الحقیقت نہین ہے اسواسطے $\sqrt{9} = 3$ اور $\sqrt{(\text{ا}^{2} + 2\,\text{اب} + \text{ب}^{2})}$ بظاہر ایک مقدار اصم ہے مگر در حقیقت نہین ہے اسلئے کہ $\sqrt{(\text{ا}^{2} + 2\,\text{اب} + \text{ب}^{2})} = \text{ا} + \text{ب}$

(۳۳۲) کبہی کبہی اسکی ضرورت آسانی کے لیئے پڑتی ہے کہ ایک مقدار منطق کو ایک مقدار اصم کی صورت مین تحویل کرین اوسکی ترکیب یہہ ہے کہ جس نزول کی بابت مقدار منطق

کو لانا چاہتے ہین اوسکے موافق صعود اوسکا لین اور پہر اوس صعود پر وہی علامت نزول جسکے ماتحت مقدار کو لانا چاہتے تہے لکہہ دین مثلاً

$$3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} \text{ و } 4 = \sqrt[3]{4^3} = \sqrt[3]{64} \text{ اور } \text{ا} = \sqrt[4]{\text{ا}^4} \text{ اور } \text{ا} + \text{ب} = \sqrt[5]{(\text{ا}+\text{ب})^5}$$

(۳۳۳) منطق اور اصم مقداروں کے حاصلضرب کو مقدار اصم بنانیکا قاعدہ یہہ ہے کہ مقدار منطق کو موافق دفعہ بالا کے تحویل مقدار اصم کی صورت مین کرکے موافق دفعہ ۳۲۷ کی ضرب دیکر حاصلضرب لکہدو مثلاً

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{18} \text{ و } 2\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{32} \text{ اور } \text{ا}\sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{ا}^2}\sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{ا}^2\text{ب}}$$

(۳۳۴) اسکے بالعکس ایک مقدار اصم حاصلضرب ایک مقدار اصم اور منطق کا بن سکتا ہے اگر زیر علامت نزول ایک جز ضربی کا نکل سکتا ہو

مثلاً $\sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

اور $\sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{8 \times 6} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{6} = 2\sqrt[3]{6}$

$$\sqrt[3]{\text{ا}^3\text{ب}} = \sqrt[3]{\text{ا}^3} \times \sqrt[3]{\text{ب}} = \text{ا}\sqrt[3]{\text{ب}}$$

(۳۳۵) ایک کسر اصم کی تحویل ایک اور ایسے جملہ کی صورت مین ہو سکتی ہے جسکا کوئی جز صحیح ہو

مثلاً $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{2 \times 8}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9 \times 2}{9 \times 3}} = \sqrt[3]{\frac{18}{27}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3}$$

(۳۳۶) جن مقادیر اصم کا قوت نما متحد نہو تو اونکی مساوی ایسے درفت ہو سکتے ہین کہ جنکا قوت نما متحد ہو اس بات کے سمجھنے کے لئے دفعہ ۳۲۷ دیکہہ لو

مثلاً $\sqrt{5}$ اور $\sqrt[3]{11}$ کا قوت نما متحد کرنا چاہتے ہین

$$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \text{ اور } \sqrt[3]{11} = 11^{\frac{1}{3}} \text{ اور } 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125} \text{ اور } 11^{\frac{1}{3}} = 11^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(11)^2} = \sqrt[6]{121}$$

پس قوت نما متحد ہو گیا

(۳۳۷) دفعہ بالا اس کام مین آتی ہے کہ مقادیر اصم کی چہوٹائی بڑائی اوسے معلوم ہو جاتی ہے

جن مقادیر اصم کی چھوٹائی بڑائی دریافت کرنی ہو اونکا قوت نما متحد کرکے دیکھ لو کہ کون چھوٹا کون بڑا ہے
مثلاً مثال گذشتہ مین اگر ہمکو دریافت کرنا ہوتا کہ $\sqrt[3]{5}$ یا $\sqrt{11}$ بڑا ہے تو ہمکو قوت نما کی یکسان کرنی سے معلوم ہو گیا کہ پہلا بڑا ہے اسلیے کہ ۱۲۵ بڑا ۱۲۱ سے ہے

(۳۳۸) اگر مقادیر اصم کے اجزا ایک ہی ہون یا ایک ہو سکتے ہون تو اونکو اصم مقادیر متماثلہ کہتے ہین
مثلاً $4\sqrt{7}$ و $5\sqrt{7}$ کو اصم مقادیر متماثلہ کہینگے اور $5\sqrt[3]{2}$ اور $4\sqrt[3]{16}$ بھی مقادیر متماثلہ ہین اسلیے کہ

$$4\sqrt[3]{16} = 8\sqrt[3]{2}$$

(۳۳۹) جمع و تفریق مقادیر اصم متماثلہ کی اسطرح سے ہوتی ہے کہ اونکے امثال کو جمع و تفریق کرکے حاصل کے آگے مقدار اصم لکھدو
مثلاً

$$\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (2+5-4)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt[3]{\tfrac{2}{3}} + \tfrac{1}{4}\sqrt[3]{\tfrac{256}{9}} = 3\sqrt[3]{\tfrac{2}{3}} \text{ و } \ldots =$$

$$\tfrac{2}{3}\sqrt[3]{\tfrac{12}{8}} + \tfrac{1}{4}\sqrt[3]{\tfrac{12\times 64}{27}} = \tfrac{2}{3}\sqrt[3]{\tfrac{12}{2}} + \tfrac{1}{4}\,\tfrac{4\sqrt[3]{12}}{3} = \tfrac{2\sqrt[3]{12}}{3}$$

(۳۴۰) مفرد مقادیر اصم کو جنکے قوت نما ایک سے ہون ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اصم اجزا ضربی کو باہم اور منطق اجزا ضربی کو باہم علیحدہ علیحدہ ضرب دے لو تو حاصل حاصل ضرب ہوگا
مثلاً

$$3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6} \text{ و } 4\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{6} \ldots 28 = 30\sqrt{\ldots}$$

$$2\sqrt[3]{4} \times 3\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{8} = 6\times 2 = 12$$

(۳۴۱) جن مقادیر اصم کے قوت نما یکسان نہین ہین اونکی ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اونکی تحویل ایسے مقادیر اصم کی طرف کرلو جنکی قوت نما یکسان ہون اور پہر اون پر عمل موافق قاعدہ گذشتہ کے کرو
مثلاً $4\sqrt[3]{5}$ کو $2\sqrt{11}$ مین ضرب دو
بموجب دفعہ ۳۳۶ کے $\sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{125}$ و $\sqrt{11} = \sqrt[6]{121}$

پس حاصلضرب $8\sqrt[6]{(125)\times(121)}$ یعنی $8\sqrt[6]{15125}$ ہوا

(۳۴۲) مرکب جملہا اصم کی ضرب بہی مثل جملہا مرکب جبریہ کے ہوتی ہے

مثلاً $(6\sqrt{3}-5\sqrt{2})\times(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$

$$=36+18\sqrt{6}-10\sqrt{6}-30=6+8\sqrt{6}$$

(۳۴۳) مفرد مقادیر اصم کی تقسیم کا قاعدہ مثل قاعدہ ضرب کے ہے اور ماحصل کا اختصار بموجب دفعہ ۳۳۵ ہوتا ہے

مثلاً $3\sqrt{2}\div4\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}\sqrt{\frac{6}{9}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

$$4\sqrt{5}\div2\sqrt[3]{11}=\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt[3]{11}}=2\sqrt[6]{\frac{125}{121}}=$$

$$=2\sqrt[6]{\frac{125}{121}}=2\sqrt[6]{\frac{125\times(11)^4}{121\times(11)^4}}=\frac{2\sqrt[6]{1830125}}{11}$$

دیکھو کہ دفعہ ۳۳۵ کی استعانت سے نتائج ایسی صورتمین تحویل کرکے لکھے ہین کہ اونکا حساب لگانا نہایت آسان ہوگیا ہے مثلاً تقریبی قیمت عددی $3\sqrt{2}\div4\sqrt{3}$ کی دریافت کرنی ہو تو فقط ۶ کے جذر کو نکال لو اور ۴ پر تقسیم کردو

(۳۴۴) تقسیم مین فقط وہ صورت بکار آمد ہے کہ جسمین مقسوم علیہ ایک جملہ ایسا ہو کہ اوسمین دو مقدارین درجہ دوم کی یعنی جنپر جذر ہو واقع ہون اسی جگہہ پر تقسیم ہونیکے یہی معنی عملاً ہوتے ہین کہ کسر کے نسب نما کو ایک مقدار منطق بناوین اور اس عمل کا نام بھی یہی ہے کہ کسر کے نسب نما کا منطق بنانا

مثلاً یہہ کسر ہو کہ $\frac{4}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ اب اس کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو $5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ مین ضرب دین تو کسر کی قیمت نہین تبدیل ہوگی اور اوسکا نسب نما منطق ہوجاویگا اسطرح کہ

$$\frac{4}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{4(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}=\frac{4(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{50-12}=\frac{10\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{19}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{8+3\sqrt{6}}{12-2}=\frac{8+3\sqrt{6}}{10}$$

(۳۴۵) اب ہم ایک ترکیب بیان کرتے ہین جس سے ایسی جملہ ثنائی کا جذر نکل آئیگا بشرطیکہ اوسکے رقمون مین ایک رقم دوسرے درجہ کی ہو مثلاً فرض کرو کہ ہم $7+4\sqrt{3}$ کا جذر دریافت کرنا چاہتے ہین

چونکہ $(\sqrt{لا}+\sqrt{ی})^2=لا+ی+2\sqrt{لای}$ پس اگر قیمت لا اور ی کی لا + ی = ۷ اور

$2\sqrt{\text{لا ی}} = 4\sqrt{3}$ سے دریافت کرلیں تو جذر $7+4\sqrt{3}$ کا دریافت ہوجاویگا اور تمام ترکیب عمل کی اسطرح ہوگی کہ

فرض کرو کہ $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{\text{لا}} + \sqrt{\text{ی}}$

مجذور کیا تو $7+4\sqrt{3} = \text{لا} + \text{ی} + 2\sqrt{\text{لا ی}}$

فرض کرو کہ $\text{لا} + \text{ی} = 7$ اور $2\sqrt{\text{لا ی}} = 4\sqrt{3}$

مجذور کرو اور تفریق کرو تو $(\text{لا}+\text{ی})^2 - 4\,\text{لا ی} = 49 - 48 = 1$

یعنی $(\text{لا}-\text{ی})^2 = 1$ کو اور $\text{لا}-\text{ی} = 1$ چونکہ $\text{لا}+\text{ی} = 7$ اور $\text{لا}-\text{ی} = 1$ تو $\text{لا} = 4$ اور $\text{ی} = 3$

اسواسطے $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$

اور علی ہذا القیاس $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

امثلہ نمبری ۳۴

مختصر کرو

(۱) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32}$ (۲) $2\sqrt[3]{4} + 5\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{108}$

(۳) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{5\frac{1}{3}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ۳ $\frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

ضرب دو

(۵) $\sqrt{5} + \sqrt{1\frac{1}{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$ کو $\sqrt{3}$ میں

(۶) $\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt[3]{16}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ کو $\sqrt[3]{4}$ میں

(۷) $1 + \sqrt{2}$ کو $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ میں (۸) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ کو $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

کسور مفصلہ ذیل کے نسب نما کو منطق بناؤ

(۹) $\frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ (۱۰) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(۱۱) $\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+2\sqrt{3}}$ (۱۲) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{5}}$

جذر نکالو

(۱۳) $14 + 6\sqrt{5}$ (۱۴) $16 - 6\sqrt{7}$ (۱۵) $8 + 4\sqrt{3}$

(۱۶) $4-\sqrt{15}$

(۱۷) مختصر کرو $\frac{1}{\sqrt{(5+\sqrt{24})}}$ (۱۸) $\frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$

(۱۹) $\frac{\sqrt{(12+6\sqrt{3})}}{1+\sqrt{3}}$ (۲۰) $\sqrt{(3+\sqrt{5})}+\sqrt{(3-\sqrt{5})}$

پینتیسوان باب نسبت کے بیان مین

(۳۴۶) جب ایک عدد دوسرے عدد کے ساتھہ باعتبار قدر کے مقابلہ کیا جائے تو اوسکو نسبت کہتے ہین اور مقابلہ کرنیکے یہہ معنی ہین کہ ایک عدد کو دیکھین کہ وہ دوسرے عدد کا کونسا اضعاف ہے یا جز ہے یا اجزا ہین مثلاً ۶ کا مقابلہ ۳ سے کیا جائے تو اوسکے معنی یہہ ہین کہ ہم یہہ خیال کرین کہ ۶ کی قدر بلحاظ ۳ کے کیا ہی ظاہر ہی کہ اوسکی قدر باعتبار ۳ کے دوچند ہونے کی ہے ۳ دو دفعہ ۶ مین شامل ہی اور اگر ہم ۶ کو ۲ کے ساتھہ مقابلہ کرین تو ظاہر ہی کہ اوسکی قدر بدلی جائیگی اسلیئے کہ اوسکی قدر اب سہ چند ہونیکی ہو جائیگی ۶ مین ۲ تین دفعہ شامل ہی اسلیئے ۶ ۳ کے مقابلہ مین اتنا بڑا نہین ہے جتنا کہ ۲ کے مقابلہ مین

(۳۴۷) نسبت ا و ب کی اسطرح سی لکھی جاتی ہے کہ دو نقطہ اونکے درمیان اسطرح سے لکھدیتے ہین جیسے ا : ب اور اول کو مقدم نسبت اور دوسرے کو تالی نسبت کہتے ہین

(۳۴۸) ایک نسبت کا اندازہ اوس کسر سے ہوتا ہے کہ جسکا شمار کنندہ مقدم نسبت اور نسب نما تالی نسبت ہو مثلاً نسبت ا و ب کا اندازہ $\frac{ا}{ب}$ سے ہوگا اور اختصاراً یہہ کہا کرتے ہین کہ نسبت ا و ب کی برابر $\frac{ا}{ب}$ کے ہے یا $\frac{ا}{ب}$ ہے

(۳۴۹) پس اس سے معلوم ہوا کہ جب ہم یہہ کہتے ہین کہ ا و ب کی نسبت برابر ج و د کی نسبت کے ہے تو اوس سے یہہ مطلب ہوتا ہی کہ $\frac{ا}{ب}=\frac{ج}{د}$

(۳۵۰) اگر ارقام نسبت کو ایک ہی مقدار مین ضرب دین یا تقسیم کرین تو نسبت مین فرق نہین آویگا

اسواسطے کہ بموجب دفعہ ۱۳۵ $\frac{ا}{ب}=\frac{م ا}{م ب}$

(۳۵۱) دو یا زیادہ نسبتون کا باہم مقابلہ اسطرح سے کیا کرتے ہین کہ جو کسرین ان نسبتون کا اندازہ کرین اونکا نسب نما یکسان کرین مثلاً ایک نسبت ا اور ب کی اور دوسری نسبت ج اور د کی ہو تو اول نسبت $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{اد}}{\text{بد}}$ دوسری نسبت $\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{بج}}{\text{بد}}$ اگر ا د بڑا بہ نسبت ب ج کے ہے تو نسبت اول بڑی بہ نسبت دوسری کے ہی اور اگر ا د برابر ب ج کے ہے تو نسبت اول برابر نسبت ثانی کے اور اگر ا د چھوٹا بہ نسبت ب ج کے تو نسبت اول چھوٹی بہ نسبت دوسری کے

(۳۵۲) اگر مقدم بڑا تالی سی ہو تو اوسے نسبت کبری غیر متساوی اور اگر مقدم چھوٹا تالی سی ہو تو نسبت صغری غیر مساوی اور اگر مقدم برابر تالی کے تو نسبت مساوی کہتے ہین

(۳۵۳) اگر ارقام نسبت پر کوئی عدد زیادہ کرین تو نسبت کبری متساوی چھوٹی اور صغری غیر مساوی بڑی ہو جاویگی مثلاً نسبت $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ ہو اور دو نو رقمون پر لا زیادہ کر کے ایک اور نئی نسبت $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{\text{ب}+\text{لا}}$ پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (ا+لا) بڑا ا (ب+لا) سی ہی یعنی ب لا بڑا ا لا یا ب بڑی ا سے ہو تو نسبت $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ بڑی نسبت $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{\text{ب}+\text{لا}}$ سے ہوگی اور علی ہذا القیاس چھوٹی ہونیکی کیفیت ہے

(۳۵۴) اگر ارقام نسبت مین سے کسی عدد کو جو ہر ایک رقم نسبت سی چھوٹا ہو تفریق کرین تو نسبت کبری غیر مساوی بڑھیگی اور نسبت صغری غیر مساوی گھٹیگی فرض کرو کہ نسبت $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ ہو اور دونو رقمون مین سے لا کی تفریق کرنے سی ایک نئی نسبت $\frac{\text{ا}-\text{لا}}{\text{ب}-\text{لا}}$ پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (ا - لا) بڑا ا (ب - لا) سے ہو یعنی ب لا چھوٹا ا لا سی یا ب چھوٹا ا سے ہو تو نسبت $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ بڑی نسبت $\frac{\text{ا}-\text{لا}}{\text{ب}-\text{لا}}$ سے ہوگی اور علی ہذا القیاس چھوٹی ہونی کی کیفیت ہے

(۳۵۵) اگر کئی نسبتین ہون اور اون سبکی مقدمونکو باہم ضرب دے لین اور سب تالیون کو تو ان حاصل ضربون کی نسبت کو نسبت مولفہ اون نسبتون کی کہینگے مثلاً نسبت اج : ب د نسبت مولفہ نسبتون ا : ب اور ج : د کی ہے اور اگر ایک ہی نسبت ا : ب کو مکرر لین تو نسبت مولفہ اونکی یعنی نسبت $\text{ا}^۲ : \text{ب}^۲$ حاصل ہوگی اور اسکو نسبت مثناۃ بالتکریر نسبتون کی کہتے ہین اور نسبت $\text{ا}^۳ : \text{ب}^۳$ کو نسبت مثلثہ نسبت ا : ب کی کہتے ہین

(۳۵۶) مساوی نسبتون مین یہہ مسئلہ بڑے کام کا ہی فرض کرو کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د} = \frac{ر}{س}$ تو ہر یک ان نسبتون سے برابر

$$\left(\frac{ع\,ا^ن + ق\,ح^ن + ف\,ر^ن}{ع\,ب^ن + ق\,د^ن + ف\,س^ن}\right)^{\frac{1}{ن}}$$ کے

ہوگی خواہ ع و ق و ف کیسی ہی عدد ہوں فرض کرو کہ ک $= \frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د} = \frac{ر}{س}$ تو ک ب = ا

ک د = ح اور ک س = ر

اسواسطے ع (ک ب)^ن + ق (ک د)^ن + ف (ک س)^ن = ع ا^ن + ق ح^ن + ف ر^ن

اسواسطے ک^ن $= \frac{ع\,ا^ن + ق\,ح^ن + ف\,ر^ن}{ع\,ب^ن + ق\,د^ن + ف\,س^ن}$

اسواسطے ک $= \left(\frac{ع\,ا^ن + ق\,ح^ن + ف\,ر^ن}{ع\,ب^ن + ق\,د^ن + ف\,س^ن}\right)^{\frac{1}{ن}}$ اگر اس سے زیادہ نسبتین لین تو یہہ شکل اسیطرح سے ثابت ہوگی ایک خاص مثال کے لئے فرض کرو کہ ن = ۱ تو اگر $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د} = \frac{ر}{س}$ تو ہر یک نسبت انمین سے برابر $\frac{ع\,ا + ق\,ح + ف\,ر}{ع\,ب + ق\,د + ف\,س}$ کے اور ایک خاص صورت مین فرض کرو کہ ع = ق = ف تو ہر یک مساوی نسبتون مین سے برابر $\frac{ا + ح + ر}{ب + د + س}$ کے ہوگی

مسئلہ نمبری ۳۵

(۱) ۱۴ر کی نسبت ایک آنہ کم چار روپیہ سے کیا ہے

(۲) موافق اس ترتیب کے ان نسبتون کو لکھدو کہ بڑی نسبت اول ہو اور اوس سے چھوٹی بعد اور علے ہذالقیاس ۳ : ۴ و ۷ : ۱۲ و ۸ : ۹ و ۲ : ۳ و ۵ : ۸

(۳) نسبت مولفہ نسبتون ۴ : ۱۵ و ۲۵ : ۳۶ کی بتلاؤ

(۴) دو عددون مین نسبت ۲ و ۳ کے ہی اور اگر سات ہر یک پر زیادہ کی جاوین تو انمین نسبت ۳ و ۴ کی ہوجاتی ہے اون اعداد کو تبلاؤ

(۵) دو عدد ایسی ہین کہ اونمین نسبت ایسی ہی جیسے ۴ و ۵ مین اور اگر ہر یک مین سے ۶ کم کئے جائین تو اونمین نسبت ۳ و ۴ کی ہوجاتی ہے اون عددون کو تبلاؤ

(۶) دو عددون مین نسبت ۵ و ۸ کی ہی اور اگر ۲ چھوٹے عدد پر زیادہ کرین اور ۵ بڑے مین سے کم کرین تو نسبت ۲۸ و ۲۷ کی ہو جاتی ہے اون عددون کو تبلاؤ

(۷) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر نسبت ۵ : ۳ کی ہر رقم پر زیادہ کیا جاے تو ایک نسبت ایسی پیدا ہو کہ وہ تین چوتہائی ہو اوس نسبت کی جو نسبت مذکور کی ہر رقم مین سے اوس عدد کی کم کرنے سے پیدا ہوتی،

(۸) دو ایسی عدد دریافت کرو کہ اونمین نسبت ایسی ہو جیسی ۲ کو ۳ سی اور اونکی حاصل تفریق کو اونکے مجذوروں کے حاصل تفریق سے نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۱ کو ۲۵ ہے

(۹) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اون مین نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۳ کو ہی ۴ سی اور اون کے مجموعہ کو اونکی مربعون کے مجموعہ ایسی نسبت ہو جیسی کہ ۷ کو ۵۰ ہے

(۱۰) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اون مین نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۵ کو ۶ سی اور اون کے مجموعہ کو اونکی مجذوروں کے حاصل تفریق سی ایسی نسبت ہو جیسی کہ ۱ کو ۷ ہی

(۱۱) دریافت کرو قیمت لا کی ایسی کہ نسبت لا : ا نسبت مثناۃ بالتکریر نسبت ۸ : لا کی ہو

(۱۲) قیمت لا کی ایسا دریافت کرو کہ نسبت ا - لا : ب - لا نسبت مثناۃ بالتکریر نسبت ا : ب کی ہو

(۱۳) ۲۵۰ سکہ ایک شخص پاس ہین اونمین اٹہنیان چونیان دوانیان ہین اور اونکی تعداد ایسی ہی جیسی کہ ۱۴ : ۸ : ۳ تو بتاؤ ہر یک قسم کے سکے کتنے ہین

(۱۴) اگر ب - ا : ب + ا = ۴ا - ب : ۱۶ - ب دریافت کرو ا : ب

(۱۵) اگر $\frac{ل}{ا-ب} = \frac{م}{ب-ح} = \frac{ن}{ح-ا}$ تو ثابت کرو کہ ل + م + ن = ۰

چھتیسوان باب تناسب کے بیان مین

(۳۵۷) چار عدد متناسب کہلاتی ہین جب پہلا عدد دوسرے عدد کا اضعاف یا حصہ یا حصے ایسی ہی ہون جیسی کہ تیسرا عدد چوتہی عدد کا ہے یعنی جب $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ تو اعداد ا د ب ح و د کو متناسب کہینگے اور اوسکو اسطرح سے کہا کرتے ہین کہ ا وہ نسبت رکہتا ہے

ب سے جو ج نسبت رکھتا ہے د سے اور اوسکو اسطرح بیان کرتے ہین کہ ا : ب :: ج : د یا اسطرح سے کہ ا : ب = ج : د ارقام ا اور د کو اطراف اور ب اور ج کو اوساط کہتے ہین

(۳۵۸) جب دو نسبتین برابر ہون تو چارون عدد جو اون نسبتون مین ہین متناسب ہونگے اور اس باب مین ان دو مساوی نسبتون کا ذکر ہے

(۳۵۹) جب چار اعداد متناسب ہون تو حاصل ضرب اطراف کا برابر حاصلضرب اوساط کے ہوتا ہے
فرض کرو کہ ا و ب و ج و د چار اعداد متناسب ہین

تو $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$

ضرب ب د مین دو تو ا د = ب ج

پس اگر متناسب اعداد مین سے تین معلوم ہون تو چوتہا اس ارتباط ا د = ب ج سے معلوم ہو جاویگا

اگر ب = ج تو ا د = ب² یعنی اگر پہلا عدد دوسرے عدد سے وہ نسبت رکہے جو دوسرا رکہتا ہے تیسرے عدد سے تو حاصل ضرب اطراف کا برابر مجذور وسط کے ہوگا

جب ا : ب :: ب : د تو ب کو وسط تناسب ا اور د کا کہتے ہین اور اس تناسب کو تناسب علے التوالی

(۳۶۰) اگر حاصلضرب دو عددون کا برابر حاصلضرب دو اور عددون کے ہون تو یہ اعداد متناسب ہونگے اور اونمین سے ایک حاصلضرب کی رقمین اطراف ہونگین اور دوسرے کی رقمین اوساط اسواسطے فرض کرو کہ لا ی = ا ب تقسیم کرو ا ی پر تو $\frac{لا}{ا} = \frac{ب}{ی}$

یعنی لا : ا :: ب : ی بموجب دفعہ ۳۵۷ کے

(۳۶۱) اگر ا : ب :: ج : د اور ج : د :: ر : س تو ا : ب :: ر : س

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ اور $\frac{ج}{د} = \frac{ر}{س}$ پس $\frac{ا}{ب} = \frac{ر}{س}$ تو ا : ب :: ر : س

(۳۶۲) اگر چار اعداد متناسب ہون تو وہ معکوس ہونے پر بہی متناسب رہینگے اگر ا : ب :: ج : د تو ب : ا :: د : ج

اسواسطے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ ایک کو ان دو تو پر تقسیم کرو

تو $\frac{\text{ب}}{\text{ا}}=\frac{\text{د}}{\text{ح}}$ یعنی ب : ا :: د : ح اسکو عکس نسبت کہتے ہین

(۳۶۳) اگر چار اعداد متناسب ہون تو وہ ابدال سے بہی متناسب رہینگی یعنی اگر

ا : ب :: ح : د تو ا : ح :: ب : د

اسواسطے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ طرفین کو $\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ مین ضرب دو تو $\frac{\text{ا}}{\text{ح}}=\frac{\text{ب}}{\text{د}}$

یعنی ا : ح :: ب : د

(۳۶۴) اگر چار عدد متناسب ہون تو اول اور دوم کے مجموعہ کو دوم سے وہ نسبت ہوگی جو تیسرے اور چوتہے کے مجموعہ کو چوتہے سے یعنی اگر ا : ب :: ح : د تو ا+ب : ب :: ح+د : د

اسواسطے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ ان مساویون پر ا زیادہ کرو تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}+1=\frac{\text{ح}}{\text{د}}+1$ یعنی

$\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{د}}$ یا ا + ب : ب :: ح + د : د

(۳۶۵) اول اور دوم کے حاصل تفریق کو دوم سے وہ نسبت ہوگی جو سوم چہارم کی حاصل تفریق کو ہی چہارم سے اسواسطے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ ان مساویون مین سے ا تفریق کرو تو

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}}-1=\frac{\text{ح}}{\text{د}}-1$ یعنی $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$ یعنی ا - ب : ب :: ح - د : د

(۳۶۶) ایسی ہی اول اور دوم کی حاصل تفریق کو اول سے وہ نسبت ہوگی جو سوم و چہارم کے حاصل تفریق کو نسبت ہی سوم سے بموجب دفعہ آخر کے $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$ اور $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}}{\text{د}}$

اسواسطے $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}}\times\frac{\text{ب}}{\text{ا}}=\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}\times\frac{\text{د}}{\text{ح}}$ یا $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}}=\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{ح}}$ یعنی ا - ب : ا :: ح - د : ح

اسواسطے ا : ا - ب :: ح : ح - د

(۳۶۷) اگر چار اعداد متناسب ہون تو اول اور دوم کے مجموعہ کو اول و دوم کے حاصل تفریق سے وہ نسبت ہوگی جو تیسرے اور چوتہی کی مجموعہ کو ہے تیسرے اور چوتہی کی حاصل تفریق سے یعنی

اگر ا : ب :: ح : د تو ا + ب : ا - ب :: ح + د : ح - د

بموجب دفعات ۳۶۴ اور ۳۶۵ کے $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{د}}$ و $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}}=\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$

اسواسطے $\frac{ا+ب}{ب} \div \frac{ا-ب}{ب} = \frac{ح+د}{د} \div \frac{ح-د}{د}$ یعنی $\frac{ا+ب}{ا-ب} = \frac{ح+د}{ح-د}$

یعنی $ا + ب : ا - ب :: ح + د : ح - د$

(۳۶۸) اس سے معلوم ہوا کہ اگر چار اعداد متناسب ہون تو اون سے اور بہت سے متناسب اعداد نکل سکتی ہین دفعہ ۳۵۶ کو بہی دیکہہ لو

(۳۶۹) تناسب کی تعریف مین اس بات کو بیان کیا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی قطعًا ذواضعاف یا جز یا اجزا دوسری مقدار کی ہوتی ہے لیکن یہہ ہمیشہ ضرور نہین کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی ذواضعاف یا جز ہوا کرے مثلاً ایک مربع کا ضلع طول مین ایک انچہہ ہو تو اوسکی مربع کا قطر طول مین $\sqrt{۲}$ انچہہ ہوگا اب دیکہہ لو بیان کہ $\sqrt{۲}$ ایک مقدار اصم ہے اوسکا پورا جذر نہین نکل سکتا

اسلئے نسبت قطر اور ضلع مربع کی صحیح اعداد مین نہین بیان ہو سکتی جب دو مقدارین ایسی ہون کہ اونکی نسبت اعداد مین صحیح صحیح نہ بیان ہو سکی تو اونکو متباین کہتے ہین اور اونکی نسبت کو نسبت اصم علم حساب طالب علم کو بتلا دیگا کہ جب دو مقدارین متباین ہون تو گو اونکی نسبت اعداد مین تحقیقی نہ بتلا سکین لیکن تقریبی جسقدر چاہین بتلا سکتے ہین مثلاً دو عدد ہم ایسی دریافت کر سکتے ہین کہ ایک اونمین $\sqrt{۲}$ سے چہوٹا ہو اور دوسرا بڑا اور ان دونو عددون مین فرق اسقدر کم ہو جسقدر ہم چاہین

(۳۷۰) ہم ایک مسئلہ دو مقادیر متباین کی نسبت کی باب مین لکہتے ہین

فرض کرو کہ لا اور ر دو مقدارین ہین اور یہہ بہی مان لو کہ ہم اس بات کو جانتے ہین کہ خواہ ق کیسا ہی بڑا ہو لیکن ہم ف ایک ایسا عدد دریافت کر سکتے ہین کہ لا اور ر دونو $\frac{ف}{ق}$ اور $\frac{ف+۱}{ق}$ کے درمیان واقع ہون تو لا اور ر آپسمین برابر ہونگی اسواسطے کہ لا اور ر کے درمیان فرق $\frac{۱}{ق}$ سے بڑا نہین ہو سکتا اور ق کو بہت بڑا ماننے سے $\frac{۱}{ق}$ چہوٹا ہو سکتا ہے ہر مقدار سے جو ہم مقرر کرین لیکن لا اور ر اگر غیر مساوی مقدارین ہین تو اونکا حاصل تفریق

ایک معین مقدار ہوگی اسلیئے وہ ہر مقدار سے جو فرض کیجاوے کم نہین ہوسکتی پس اسواسطے لا اور ۲۵ اپسمین برابر ہین

(۳۷۱) متناسب کی تعریف ایک تو اس باب مین بیان ہوئی اور ایک تعریف اوسکی اقلیدس کے مقالہ پنجم مین لکھی ہے اب ہم ان دونو تعریفون کا مقابلہ کرتے ہین اقلیدس نے تعریف تناسب کی یہہ کی ہے کہ چار مقدارین متناسب وہ ہین جنمین اضعاف متساویہ جسقدر اول کی لئے جاوین اوسیقدر تیسرے مقدار کی اور اضعاف متساویہ جسقدر دوسرے مقدار کی لئے جاوین اوسیقدر چوتھی مقدار کی اب اگر اول کی اضعاف بڑے ہون دوسرے کے اضعاف سے تو تیسرے کے بڑے ہون چوتھے کے اضعاف سے اور اگر اول کے اضعاف برابر ہون دوسرے کے اضعاف کے تو تیسرے کے اضعاف برابر ہون چوتھے کے اضعاف کی اور علی ہذالقیاس اگر چھوٹے تو چھوٹے

(۳۷۲) اب ہم یہہ ثابت کرینگے کہ جن مقدارون پر جبر مقابلہ کی تعریف تناسب کی صادق آتی ہے اون پر اقلیدس کی تعریف بھی صادق آتی ہے

اسواسطے کہ فرض کرو ا : ب :: ح : د تو $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ اسواسطے $\frac{ف ا}{ق ب} = \frac{ف ح}{ق د}$ خواہ ف اور ق کچھہ ہی عدد ہون اب ظاہر ہے کہ اگر ف ا بڑا ق ب سے ہی تو ف ح بھی بڑا ق د سے ہے اور اگر ف ا چھوٹا ق ب سے ہے تو ف ح چھوٹا ق د سے ہی اور علی ہذالقیاس اگر برابر تو برابر پس دیکھہ لو یہان اقلیدس کی تعریف تناسب کی مقادیر ا و ب اور ح اور د پر صادق آئی

(۳۷۳) اب ہم یہہ ثابت کرتے ہین کہ جن مقدارون پر اقلیدس کی تعریف تناسب کی صادق آتی ہے اون پر جبر مقابلہ کی تعریف بھی صادق آویگی فرض کرو کہ ا و ب و ح و د چار مقدارین ہین اور ف اور ق خواہ کوئی سے عدد ہون ف ا اگر بڑا ق ب سے ہے تو ف ح بڑا ق د سے ہی اور علی ہذالقیاس اگر برابر تو برابر اور اگر چھوٹا تو چھوٹا

اول فرض کرو کہ ح اور د متوافق ہین اور ف اور ق ایسی ہین کہ ف ح = ق د کے

تو بموجب فرض کے ف ا = ق ب تو $\frac{ف ا}{ق ب}$ = ۱ = $\frac{ف ح}{ق د}$ اسواسطے $\frac{ا}{ب}$ = $\frac{ح}{د}$

اسواسطے ا : ب : : ح : د

دوم فرض کرو کہ ح اور د مین تباین یعنی دونو مقدارین ایسی ہین کہ وہ کسی ایک مقدار کی

ذو اضعاف نہین تو ہم صحیح عدد ف اور ق ایسی نہین دریافت کرسکتے کہ ف ح = ق د

کی ہو لیکن ہم جو چاہین اضعاف د کی لے سکتے ہین مثلاً ق د لیجئے تو یہہ اضعاف درمیان

مین دو اضعاف متصلہ د کے واقع ہونگے یا یہہ کہو کہ ف ح اور (ف + ۱) ح کے درمیان

واقع ہین پس $\frac{ف ح}{ق د}$ بہ نسبت واحد کے چھوٹا ہے

اور $\frac{(ف+۱) ح}{ق د}$ بڑا بہ نسبت واحد کے ہی بیان سے معلوم ہوا کہ بموجب فرض کے $\frac{ف ا}{ق د}$

واحد سے چھوٹا اور $\frac{(ف+۱) ا}{ق د}$ واحد سے بڑا ہے پس $\frac{ح}{د}$ اور $\frac{ا}{ب}$ دونو بڑے بہ نسبت

$\frac{ف}{ق}$ کے ہین اور دونو چھوٹے بہ نسبت $\frac{(ف+۱)}{ق}$ کے ہین اور یہہ بات خواہ ف اور

ق کیسی ہی بڑے ہون صحیح ہے تو اسے یہہ نتیجہ نکالتے ہین کہ $\frac{ا}{ب}$ اور $\frac{ح}{د}$ غیر مساوی

بموجب دفعہ ۳۰۷ کے نہین اسواسطے ا : ب : : ح : د یعنی چارون مقدارون ا و ب

اور ح و د پر جبر مقابلہ کی تعریف صادق آتی ہے

(۳۰۷ہ) یہہ اکثر بیان ہوتا ہے کہ جو تعریف تناسب کی جبر مقابلہ مین ہے وہ علم ہندسہ

مین نہین مستعمل ہوسکتی اسواسطے کہ علم ہندسہ مین کوئی ترکیب ایسی نہین ہے کہ جسی نتیجہ عمل

قسمت کا یعنی خارج قسمت تعبیر ہوسکے خطوط مستقیم علم ہندسہ کے طور پر تعبیر ہوسکتے ہین

لیکن اعداد مطلق جو اس بات کو تبلادین کہ ایک خط دوسرے خط مین کے دفعہ شامل ہے

نہین تعبیر ہوسکتے یہہ بات ہی خیال کرنی چاہیئے کہ اقلیدس نے تعریف تناسب کی

ایسی کی ہی کہ وہ ہر طرح کی مقادیر پر خواہ اون مین توافق ہو خواہ تباین صادق آتی ہے

اور جبر مقابلہ مین ایسی تعریف تناسب کی کی گئی ہی کہ وہ فقط مقادیر پر کہ اونمین توافق ہے

ٹھیک ٹھیک صادق آتی ہے پس یہہ اقلیدس نے جو تعریف تناسب کی اختیار کی ہے اوسکی
مناسب ہونیکی لئی یہہ دلیل کافی ہے

امثلہ نمبری ۳۶

قیمت لا کی ان تناسب مقدارون مین دریافت کرو

(۱) ۴ : ۷ :: ۸ : لا (۲) ۳ : ۷ :: لا : ۴۲

(۳) ۵ : لا :: لا : ۴۵

(۴) لا : ۹ :: ۱۶ : لا

(۵) لا + ۴ : لا + ۲ :: لا + ۸ : لا + ۵

(۶) لا + ۴ : ۲ لا + ۸ :: ۲ لا - ۱ : ۳ لا + ۲

(۷) ۳ لا + ۲ : لا + ۷ :: ۹ لا - ۲ : ۵ لا + ۸

(۸) لا² + لا + ۱ : ۶۲ (لا + ۱) :: لا² - لا + ۱ : ۶۳ (لا - ۱)

(۹) ا لا + ب : ب لا + ا :: م لا + ن : ن لا + م

(۱۰) اگر ف ق = ع ص اور ق ط = ص ھ تو ف : ع :: ط : ھ

(۱۱) اگر ا : ب :: ح : د اور اَ : بَ :: حَ : دَ تو
ااَ : ب بَ :: ح حَ : د دَ اور ابَ : اَب :: ح دَ : حَ د

(۱۲) اگر ا : ب :: ب : ح تو (ا² + ب²) (ب² + ح²) = (اب + ب ح)²

(۱۳) تین اعداد متناسب علی التوالی ہین جنمین سے رقم وسط ۶۰ ہے اور باقی اور عددون کا مجموعہ ۱۲۵ ہے تو اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) تین اعداد متناسب علی التوالی ایسی دریافت کرو کہ مجموعہ اونکا ۱۹ ہو اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۱۳۳ ہو

اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ نسبتین یہہ صحیح ہین کہ

(۱۵) $ا(ح+د) = ح(ا+ب)$ (۱۶) $ا\sqrt{ح^۲+د^۲} = ح\sqrt{ا^۲+ب^۲}$

(۱۷) $\frac{(ا+ح)(ا^۲+ح^۲)}{(ا-ح)(ا^۲-ح^۲)} = \frac{(ب+د)(ب^۲+د^۲)}{(ب-د)(ب^۲-د^۲)}$

(۱۸) $\frac{ع ا^۲ + ق ا ب + ف ب^۲}{ل ا^۲ + م ا ب + ن ب^۲} = \frac{ع ح^۲ + ق ح د + ف د^۲}{ل ح^۲ + م ح د + ن د^۲}$

(۱۹) $\frac{۱}{ا} - \frac{۱}{۲ب} - \frac{۱}{۳ح} + \frac{۱}{۴د} = \frac{۱}{اد}\left(\frac{ا}{۴} - \frac{ب}{۳} - \frac{ح}{۲} + د\right)$

(۲۰) $ا : ب :: \sqrt[ع]{(م ا^ع + ن ح^ع)} : \sqrt[ع]{(م ب^ع + ن د^ع)}$

سینتیسوان باب تبادل کے بیان مین

(۳۷۵) اس باب مین ایک سلسلہ مقدمات کا نسبت اور تناسب کی حدود سے متعلق بیان کیا جاتا ہے اور بعض مطالب کی تسہیل کے لیئے تناسب اور نسبت کی معنی نئی طرح سے بیان کیے جاتے ہین

(۳۷۶) جب ایک مقدار دوسرے مقدار پر اسطرح موقوف ہو کہ اگر اونمین سے ایک بدلے تو دوسری بہی اوسی نسبت سے بدلے تو ہم کہا کرتے ہین کہ ان مقدارون مین تبادل مستقیم ہے اور ان مقدارون کا نام مقادیر متبدلہ یا متغیرہ ہے

(۳۷۷) مثلاً ایک مثلث ہو جسکا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ قاعدہ بدلتا ہے اسلئے کہ بموجب اقلیدس کے جس نسبت سے قاعدہ مثلث کا گہٹے بڑہیگا اوسی نسبت سے رقبہ مثلث کا کم و بیش ہوگا اس نتیجہ کو رموز جبریہ مین اسطرح تعبیر کرتی ہین کہ فرضکرو دو مثلث ہین جنکا ارتفاع مشترک ہے اور اونکے رقبے اعداد ا اور اَ سے تعبیر ہوتے ہین اور اونکے قاعدے اعداد ب اور بَ سے تو $\frac{ا}{اَ} = \frac{ب}{بَ}$ اور اسلئے ہم بموجب دفعہ ۳۶۳ کے یہہ نتیجہ نکالتے ہین کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{اَ}{بَ}$ اگر ایک اور تیسرا مثلث اوسی ارتفاع کا ہو جو پہلے دو مثلثون کا ارتفاع تہا تو اوس عدد کو کہ اوسکی رقبہ کو تعبیر کرتا ہے اوس عدد سے کہ اوسکے قاعدہ کو تعبیر کرتا ہے وہ نسبت ہوگی جو $\frac{اَ}{بَ}$ مین نسبت ہے فرضکرو کہ $\frac{اَ}{بَ} = م$ تو $\frac{ا}{ب} = م$ اور $ا = م ب$ یعنی ا سے رقبہ کسی ایک مثلث کا اون

مثلثون مین سے جنکا ارتفاع ایک ہی ہے، ا تعبیر ہوتا ہے اور ب وس قاعدہ سے تعبیر ہوتا ہے
جو موافق اوس رقبہ کے ہو اور م ایک مقدار مستقل ہے پس ا سے معلوم ہوا کہ یہہ مضمون کہ
رقبہ مثلث کا ایسا بدلتا ہے جیسا قاعدہ اسطرح سے بھی ادا ہوتا ہے کہ رقبہ قاعدہ سے نسبت مستقل
رکھتا ہے اسکا مطلب یہہ ہے کہ اعداد جو رقبہ اور قاعدہ کو تعبیر کرتے ہیں اونمین نسبت مستقل ہے،
یہی باتین ہین جنسے اس باب کے مطالب ادا ہوتے ہین جب ہم یہہ کہتے ہین کہ ا ایسا بدلتا ہے
جیسا کہ ب تو اوس سے مراد ہماری یہہ ہوتی ہے کہ ایک سلسلہ مقادیر کا ہے اونمین سے کسی ایک
مقدار کے عددی قیمت کو ا تعبیر کرتا ہے اور ایک اور دوسرا خاص سلسلہ مقادیر کا ہے اونمین کسی ایک
مقدار کی عددی قیمت کو ب تعبیر کرتا ہے، تو ا = م ب کے ہوتا ہے جسمین م ایک عدد مستقل ہے خواہ کوئی سا
زوج مقادیر متناظرہ کا لیوین غرض وہ کسی حال مین بدلتا نہین

ارتباط ا = م ب کا اثبات دفعہ ۳۷۶ کے حدود سے مستنبط کرکے لکھا
آسانی مطالب کے لئے مناسب ہے،

(۳۷۸) اگر ا ایسا بدلے جیسا کہ ب بدلتا ہے تو ا برابر ہوگا ب اور کسی عدد مستقل کی حاصل ضرب کے
فرضکرو کہ اَ اور بَ دونو مقادیر کی قیمتون کا ایک زوج متناظرہ ہے اور فرض کرو کہ
ا اور ب دوسرا زوج ہے تو $\frac{ا}{اَ} = \frac{ب}{بَ}$ بموجب حدود کے اس سے معلوم ہوا کہ
ا = $\frac{اَ}{بَ}$ ب = م ب جسمین م کا برابر ہونا ایک مقدار مستقل $\frac{اَ}{بَ}$ کی ظاہر ہے

(۳۷۹) یہہ علامت ∝ تبادل کی ہے جن دو مقدارون کے بیچمین آتی ہے اوس سے یہہ مراد
ہوتی ہے کہ اونمین تبادل ہے مثلاً ا ∝ ب اسسے یہہ مراد ہے کہ ا اوسی نسبت سے بدلتا ہے
جیسا کہ ب

(۳۸۰) اگر ایک مقدار اسطرح بدلے جس طرح کہ دوسری مقدار کا متکافی بدلتا ہے تو ہم کہا کرتے ہین
کہ اون مقدارون مین تبادل معکوس ہے (متکافی کے معنی دفعہ ۳۲۳ مین دیکھہ لو) یعنی
اگر ا = $\frac{م}{ب}$ اور یہہ دونو مقدارین سلسلہ اول اور دوم کی باہم متناظرہ ہین اور م ایک

مقدار مستقل ہو تو ا اور ب مین تبادل معکوس کہلائیگا

(۳۸۱) اگر ایک مقدار جس نسبت سے بدلے اوسی نسبت سے دو مقداروں کا حاصل ضرب بھی بدلے تو ہم کہا کرتے ہین کہ اونمین تبادل بالاشتراک ہے یعنی اگر ا = م ب ح ہو اور م ایک مقدار مستقل ہو تو ا اور ب و ر ح مین تبادل بالاشتراک کہلائیگا

(۳۸۲) اگر تین مقداریں ہون اور پہلی مقدار اوسی نسبت سے بدلے جیسا کہ حاصلضرب دوسری اور تیسری مقدار کے متکافی کا بدلتا ہے تو اول اور دوم مقدار مین تبادل مستقیم اور اول اور سوم مین تبادل معکوس کہلائیگا

یعنی اگر ا = م ب/ح ہو اور م ایک مقدار مستقل ہو تو ہم کہینگے کہ ا اور ب مین تبادل مستقیم اور ب اور ح مین تبادل معکوس ہے

(۳۸۳) اگر ا ∝ ب اور ب ∝ ح تو ا ∝ ح

اسواسطے کہ فرض کرو ا = م ب اور ب = ن ح یہان م اور ن مقادیر مستقلہ ہین تو ا = م ن ح اور م ن ایک مقدار مستقل ہے اسواسطے ا ∝ ح

(۳۸۴) اگر ا ∝ ح اور ب ∝ ح تو ا ± ب ∝ ح اور نیز √(ا ب) ∝ ح

اسواسطے فرض کرو کہ ا = م ح اور ب = ن ح یہان م و ن مقادیر مستقلہ ہین تو ا ± ب = (م ± ن) ح پس ا ± ب ∝ ح

اور نیز √(ا ب) = √(م ن ح²) = ح √(م ن) اسواسطے √(ا ب) ∝ ح

(۳۸۵) اگر ا ∝ ب ح تو ب ∝ ا/ح اور ح ∝ ا/ب

اسواسطے کہ فرضکرو ا = م ب ح تو ب = (۱/م) (ا/ح) اسواسطے ب ∝ ا/ح اور ایسی ہی ح ∝ ا/ب

(۳۸۶) اگر ا ∝ ب اور ح ∝ د تو ا ح ∝ ب د

اسواسطے کہ فرضکرو کہ ا = م ب اور ح = ن د تو ا ح = م ن ب د اسواسطے ا ح ∝ ب د اور ایسی ہی اگر ا ∝ ب اور ح ∝ د اور ی ∝ ف تو ا ح ی ∝ ب د ف

(۳۸۷) اگر ا ∝ ب تو $ا^ن$ ∝ $ب^ن$

اسواسطے کہ فرض کرو کہ ا = م ب تو $ا^ن$ = $م^ن$ $ب^ن$ اسواسطے $ا^ن$ ∝ $ب^ن$

(۳۸۸) اگر ا ∝ ب تو ا ع ∝ ب ع خواہ ع مقدار مستقل ہو یا غیر مستقل

اسواسطے کہ فرض کرو ا = م ب تو ا ع = م ب ع اسواسطے ا ع ∝ ب ع

(۳۸۹) اگر ا ∝ ب جب ح ایک مقدار مستقل ہو اور ا ∝ ح جب ب ایک مقدار مستقل ہو تو ا ∝ ب ح جب ب اور ح دونو مقادیر غیر مستقل ہون

∴ ا کا بدلنا موقوف ہے ب کے بدلنے پر اور ح کے بدلنے پر یعنی دونو مقدارون ب اور ح کے بدلنے پر

پس فرض کرو کہ ان کلی مقدارون کا تبادل جدا جدا واقع ہو جب ب بدلکر بَ ہو جاوے تو ا بدلکر اً ہو جاوے تو بموجب فرض کے $\frac{ا}{اً} = \frac{ب}{بَ}$ اب فرض کرو کہ جب ح بدلکر حَ ہو جاوے تو اً بدلکر اَ ہو جاوے تو بموجب فرض کے $\frac{اً}{اَ} = \frac{ح}{حَ}$ اسواسطے $\frac{ا}{اً} \times \frac{اً}{اَ} = \frac{ب}{بَ} \times \frac{ح}{حَ}$ یعنی $\frac{ا}{اَ} = \frac{ب ح}{بَ حَ}$ اسواسطے ا ∝ ب ح اسکی کیا ایک اچھی مثال علم ہندسہ مین یہہ ہے کہ اگر مثلث کا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ قاعدہ اور اگر قاعدہ نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ ارتفاع اسسے معلوم ہوا کہ اگر قاعدہ اور ارتفاع دونو تبدیل ہون تو سطح مثلث کی ایسی تبدیل ہوگی جیسے کہ حاصلضرب ان اعداد کا جو قاعدہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین اور مثالین اسکی علم حساب مین ستہ متناسبہ مین واقع ہوتی ہین مثلاً اگر وقت معین کیا جاوے تو اوسوقت مین کام کی مقدار ایسی بدلیگی جیسے کہ تعداد مزدورون کی اور جب تعداد مزدورون کی معین کیجاوے تو مقدار کام کی ایسی بدلیگی جیسا کہ وقت بدلتا ہے اور وقت اور مزدورون کی تعداد دونو تبدیل ہون تو کام ایسا تبدیل ہوگا جیسا کہ حاصلضرب وقت اور تعداد مزدورون کا بدلتا ہے

(۳۹۰) اسیطرح سے خواہ کتنی مقدارین ب و ح و د وغیرہ ہون اور ہر ایک اونمین سے ایسی بدلتی ہو جیسے ا بشرطیکہ باقی مقدارون مین کچھ تغیر نہ واقع ہوتا ہو تو جب وہ سب

بدلینگی تو ا ایسا تبدیل ہوگا جیسا کہ حاصلضرب اون سب کا بدلتا ہے

امثلہ نمبری ۳۷

(۱) ا بدلتا ہے جیسا ب اور ا = ۲ جب ب = ایسی قیمت ا کی دریافت کرو جب ب = ۲ کے ہے

(۲) اگر ا۲ + ب۲ بدلتا ہو جیسا کہ ا۲ - ب۲ تو ثابت کرو کہ ا + ب ایسا بدلیگا جیسا کہ ا - ب

(۳) ۳ا + ۵ب ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ۵ا + ۳ب اور ا = ۵ جب ب = ۲ تو نسبت ا : ب کی دریافت کرو

(۴) اگر د بدلتا ہے جیسا کہ ن ب + ح اور ا = ۴ جب ب = ۱ اور ح = ۲ اور ا = ۷ جب ب = ۲ اور ح = ۳ دریافت کرو ن کو

(۵) ا اور ب و ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ا جب ب = ۱ اور ح = ا کے دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = ۲ و ح = ۲

(۶) ا اور ب و ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ۸ جب ب = ۳ و ح = ۲ دریافت کرو قیمت ب ح کی جب ا = ۱۰

(۷) ا اور ب اور ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ۱۲ جب ب = ۲ اور ح = ۳ دریافت کرو قیمت ا : ب کی جب ح = ۴

(۸) ا اور ب اور ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = اَ جب ب = بَ و ح = حَ دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = بً و ح = حً

(۹) ا اور ب مین تبادل مستقیم اور ا اور ح مین تبادل معکوس ہے اور ا = اَ اور ب = بَ و ح = حَ تو دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = حَ اور ح = بَ

(۱۰) ایک مدرسہ کا خرچ کچھہ مقررہ ہے اور کچھہ غیر مقررہ اور یہ خرچ غیر مقررہ تعداد چندہ دینے والون کے موقوف تہا جب چندہ دینے والے ۹۹۰ ہون تو ۱۱۲۰ روپیہ صرف ہوتے ہین اور جب ۳۰۰۰ ہون تو ۱۸۰۰ روپیہ تو بتاؤ جب ۱۰۰۰ چندہ دینے والے ہون تو کیا خرچ ہوگا

(۱۱) ۵ آدمیون کی مزدوری ۷ ہفتہ مین ۱۲ روپیہ ۱۴ رہین تو ۴ ہفتہ مین ۳۷ روپیہ ۸ کتنے آدمیون کی مزدوری ہوگی

(۱۲) اگر ایک پشتہ کی سطح مایل کا رقبہ اور ارتفاع مقادیر مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ طول پشتہ کا اور اگر سطح مائل کا رقبہ اور طول مقادیر مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ ارتفاع پشتہ کا اور ارتفاع اور قاعدہ مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ رقبہ سطح مائل کی پشتہ کا ایک پشتہ ایک میل لنبا اور ۱۲ فیٹ بلند اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہے اوسکی لاگت ۹۶۰۰ روپیہ ہے تو ایک اور پشتہ کی لاگت دریافت کرو جو نصف میل طول مین ہے اور ۱۴ فیٹ بلند اور ۱۵ فیٹ عرض مین ہے

اٹھتیسوان باب سلسلہ حسابیہ معروف بہ سلسلہ جمع و تفریق

(۳۹۱) جب مقادیر موافق ایک فرق عام کے گہٹتے بڑہتے ہون تو ایسے مقادیر کو سلسلہ حسابیہ کہتے ہین اور اونکا نام سلسلہ جمع و تفریق مشہور ہوگیا ہے یہ سلسلے سلسلہ حسابیہ ہین

۲ و ۵ و ۸ و ۱۱ و ۱۴ وغیرہ

۲۰ و ۱۸ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ وغیرہ

ا و ا + ب و ا + ۲ ب و ا + ۳ ب و ا + ۴ ب وغیرہ

کوئی سی دو رقمین متصل کی لیکر اول مین دوم کو تفریق کرو تو حاصل تفریق فرق عام ہوگا اول مین فرق عام ۳ ہے اور دوسرے مین -۲ ہے اور تیسرے مین ب

(۳۹۲) فرض کرو کہ ا اول رقم ہے اور ب فرق عام ہے تو دوسری رقم ا + ب اور تیسری ا + ۲ ب اور چوتھی ا + ۳ ب اور علی ہذا القیاس ان وین رقم ا + (ن - ۱) ب ہوگی

(۳۹۳) ایک سلسلہ حسابیہ کی اول رقم اور فرق عام معلوم ہے اوسکی اون ارقام کا حاصل جمع دریافت کرو کہ جنکی تعداد بتلائی جاوے فرض کرو کہ ا اول رقم اور ب فرق عام اور ن تعداد ارقام ہے اور ل آخر رقم ہے اور ح حاصل جمع ہے تو

ح = ا + (ا + ب) + (ا + ۲ب) ... + ل

سلسلہ کی ترکیب کو معکوس کرکے لکھو ح = ل + (ل − ب) + (ل − ۲ب) ... + ا

اور جمع کرنے سے دونوں کو ۲ ح = (ل + ا) + (ل + ا) ... ن رقموں تک

= ن (ل + ا)

اسواسطے ح = ن/۲ (ل + ا) ... (۱)

اور ل = ا + (ن − ۱) ب ... (۲)

تو ح = ن/۲ {۲ا + (ن − ۱) ب} ... (۳)

مساوات ۳ مین ح کی قیمت اون رقموں مین معلوم ہوئی ہے جو معلوم فرض کی گئی ہین
مساوات (۱) سے ح کی قیمت خوب آسانی سے بیان ہو سکتی ہے اور اوس سے یہہ قاعدہ
مستنبط ہوتا ہے کہ سلسلہ حسابیہ مین حاصل جمع ارقام سلسلہ کا برابر ہوتا ہے حاصل ضرب
تعداد ارقام اور نصف مجموعہ رقم اول اور آخر کی

مساواتین جو اوپر لکھی ہین اونکو بعض مثالون کے حل کرنے مین کام مین لاتے ہین

(۳۹۴) اس سلسلہ ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیرہ کی بیس رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ب = ۱ و ن = ۲۰ اسواسطے

ح = ۲۰/۲ (۲ + ۱۹) = ۱۰ × ۲۱ = ۲۱۰

(۳۹۵) اس سلسلہ ۱ و ۳ و ۵ وغیرہ کی ۲۰ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ب = ۲ و ن = ۲۰

اسواسطے ح = ۲۰/۲ (۲ + ۱۹ × ۲) = ۲۰/۲ × ۴۰ = (۲۰)^۲ = ۴۰۰

(۳۹۶) اس سلسلہ ۲۰ و ۱۸ و ۱۶ وغیرہ کی بارہ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۲۰ و ب = −۲ اور ن = ۱۲ اسواسطے

ح = ۱۲/۲ (۴۰ − ۲ × ۱۱) = ۶ (۴۰ − ۲۲) = ۶ × ۱۸ = ۱۰۸

(۱۹۷) اس سلسلہ [illegible] و [illegible] و [illegible] و [illegible] وغیرہ کی ۸ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = $\frac{1}{12}$ و ب = $\frac{1}{12}$ و ن = ۸ اسواسطے

ح = $\frac{8}{2}$ ($\frac{2}{12}$ + $\frac{7}{12}$) = ۴ × $\frac{9}{12}$ = ۳

(۳۹۸) اس سلسلہ ۱۵ و ۱۲ و ۹ وغیرہ کی کتنی رقمون کا حاصل جمع ۴۲ ہوگا

یہان ح = ۴۲ و ا = ۱۵ و ب = - ۳ اسواسطے

۴۲ = $\frac{ن}{2}$ [۳۰ - ۳ (ن - ۱)] = $\frac{ن}{2}$ (۳۳ - ۳ ن)

اس مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہمکو معلوم ہوگا کہ ن برابر ۴ کے ہے یا ۷ کے اور سلسلہ کی صورت یہہ ہوگی ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و ۳- پس کیا تو اول سلسلہ کی چار رقمون کو جمع کریں تو ۴۲ حاصل جمع حاصل ہوگا یا اول سات رقمونکو جمع کریں تو حاصل جمع ۴۲ ہوگا

(۳۹۹) ۱۱ اور ۲۳ کے درمیان پانچ رقمین لکھو یہان ایک سلسلہ ایسا دریافت کرنا ہے کہ جسکی سات رقمین ہون اور اول رقم ۱۱ اور آخر رقم ۲۳ ہو پس ا = ۱۱ اور ل = ۲۳ اور ن = ۷ پس مساوات (۲) دفعہ ۳۹۳ سے

۲۳ = ۱۱ + ۶ ب اسواسطے ب = ۲ اور کل سلسلہ یہہ ہے ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۱ و ۲۳

امثلہ نمبری ۳۸

ان سلسلون کو جمع کرو

(۱) ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ وغیرہ کو ۹ رقمون تک

(۲) ا و ۲ $\frac{1}{2}$ و ۴ وغیرہ کو ۱۰ رقمون تک

(۳) ا و ۲ $\frac{1}{3}$ و ۳ $\frac{2}{3}$ وغیرہ کو ۹ رقمون تک

(۴) ۲ و ۳ $\frac{3}{4}$ و ۵ $\frac{1}{2}$ وغیرہ کو ۱۲ رقمون تک

(۵) $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ و ۱ وغیرہ کو ۱۸ رقمون تک

(۶) $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{7}{6}$ کو ۱۵ رقمون تک

(۷) تین بیچ کی رقمین ۱۲ و ۲۰ کے درمیان لکھو

(۸) ۵ بیچ کی رقمین درمیان ۱۴ و ۱۶ کے لکھو

(۹) ۷ بیچ کی رقمین ۸ و -۴ کے درمیان لکھو

(۱۰) ۸ بیچ کی رقمین -۱۱ اور ۵ کے درمیان لکھو

(۱۱) ایک سلسلہ حسابیہ کی رقم اول ۱۳ ہے اور دوسری رقم ۱۱ ہی اور حاصل جمع ۴۰ ہے تعداد ارقام دریافت کرو

(۱۲) ایک سلسلہ حسابیہ کی اول رقم ۵ ہے اور پانچوین رقم ۱۱ ہے ۸ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱۳) ایک سلسلہ حسابیہ کی چار رقمون کا حاصل جمع ۴۴ ہے اور آخر رقم ۷ ہی اوسکی رقمون کی تعداد دریافت کرو

(۱۴) ایک سلسلہ حسابیہ مین تین عددون کا حاصل جمع ۲۱ ہی اور حاصل جمع اونکے مربعون کا ۱۵۵ ہی ان اعداد کو

(۱۵) ایک سلسلہ حسابیہ مین پانچ عددون کا حاصل جمع ۱۵ ہی اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۵۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۶) ایک سلسلہ جمع کی ساتوین رقم ۱۲ ہے اور بارہوین رقم ۲ ہی اور حاصل جمع سلسلہ کا ۱۷ ہی ارقام کی تعداد دریافت کرو

(۱۷) ایک مسافر کو ۱۴۰ میل چلنا تھا ۲۶ میل تو وہ اول دن چلا اور ۲۴ میل دوسرے دن اور ۲۲ میل تیسرے دن اور علی ہذا القیاس تو بتاؤ کتنے دنون مین وہ اپنا سفر پورا کریگا

(۱۸) ایک مقام سے زید چلا اور ۲½ میل ہر گھنٹہ مین چلتا ہی اور اوسی مقام سے اوسی سمت مین بکر تین گھنٹہ بعد چلا اور ۳ میل پہلے گھنٹہ مین چلا اور ۳¼ میل دوسرے گھنٹہ مین اور ۳½ میل تیسرے گھنٹہ مین اور علی ہذا القیاس تو بتاؤ کتنے گھنٹون مین بکر زید سے جا ملیگا

(۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ مین تین عددون کا حاصل جمع ۱۲ ہے اور اونکے مربعون کا مجموعہ ۶۶ ہے ان عددون کو دریافت کرو

(۲۰) اگر ایک سلسلہ حسابیہ کی ن رقموں کا حاصل جمع ہمیشہ ن ہو تو پہلی رقم اور فرق عام اس سلسلہ کا دریافت کرو

انتالیسواں باب سلسلہ ہندسیہ معروف بہ سلسلہ ضرب و تقسیم

(۴۰۰) سلسلہ ہندسیہ وہ سلسلہ مقداروں کا ہے کہ جسمیں ہر مقدار برابر حاصل ضرب ماقبل کی مقدار اور ایک جز ضربی معین کی ہو اس جز ضربی معین کو نسبت مشترک کہتے ہیں یا اختصاراً فقط نسبت

یہہ سلسلے مقداروں کے سلسلہ ہندسیہ ہیں

۱ و ۳ و ۹ و ۲۷ وغیرہ

۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{16}$ وغیرہ

۱ و ا ط و ا $ط^2$ و ا $ط^3$ ا $ط^4$ وغیرہ

نسبت مشترک کی دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ ایک رقم کو اوسکے ماقبل کی رقم پر تقسیم کرو خارج قسمت نسبت مشترک ہوگی سلسلہ اول میں نسبت مشترک ۳ ہے اور دوم میں $\frac{1}{2}$ اور سوم میں ط

(۴۰۱) فرض کرو کہ سلسلہ کی اول رقم ا ہے اور نسبت مشترک ط ہے تو دوسری رقم اط اور تیسری رقم ا $ط^2$ اور چوتھی رقم ا $ط^3$ اور علی ہذا القیاس ن ویں رقم ا $ط^{ن-1}$ ہوگی

(۴۰۲) سلسلہ ہندسیہ میں اول رقم اور نسبت مشترک معلوم ہے حاصل جمع ارقام کا جنکی تعداد متعین کیجاوے معلوم کرو

فرض کرو کہ ا اول رقم کو اور ط نسبت مشترک کو اور ن تعداد ارقام کو اور ح حاصل جمع کو تعبیر کرتی ہے تو

$$ح = ا + اط + اط^2 + اط^3 \ldots + اط^{ن-1}$$ اسواسطے

$$ح ط = اط + اط^2 + اط^3 + \ldots\ldots + اط^{ن-1} + اط^ن$$

اسواسطے تفریق کرنے سے ح ط − ح = ا $ط^ن$ − ا

اسواسطے $ح = \frac{ا(ط^ن - 1)}{ط - 1}$ ..... (۱)

اور اگر ل آخر رقم کو تعبیر کرے

تو ل = ا $ط^{ن-1}$ ..... (۲)

اسواسطے $ح = \frac{ط ل - ا}{ط - 1}$ ..... (۳)

مساوات (۱) مین حاصل جمع اون رقمون مین معلوم ہوا جو معلوم تھین اور مساوات (۳)
ایک آسان صورت مساوات (۱) کی ہے

اب ان مساواتون کو سوالات کی حل کرنے مین کام مین لاتے ہین

(۴۰۳) اس سلسلہ ۱ و ۳ و ۹ و ۲۷ وغیرہ کی چھہ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ط = ۳ اور ن = ۶ اسواسطے

$$ح = \frac{۳^۶ - ۱}{۳ - ۱} = \frac{۷۲۹ - ۱}{۳ - ۱} = ۳۶۴$$

(۴۰۴) اس سلسلہ ۱ و −۳ و ۹ و −۲۷ وغیرہ کی ۶ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ط = −۳ و ن = ۶ اسواسطے

$$ح = \frac{۱ - (-۳)^۶}{۱ - (-۳)} = \frac{۱ - ۷۲۹}{۴} = -۱۸۲$$

(۴۰۵) اس سلسلہ ۴ و ۲ و ۱ و ½ وغیرہ کی ۸ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۴ و ط = ½ و ن = ۸ اسواسطے

$$ح = \frac{۴\left(۱ - (\frac{۱}{۲})^۸\right)}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۴\left(۱ - \frac{۱}{۲۵۶}\right)}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۲۵۵}{۶۴} \times \frac{۲}{۱} = \frac{۲۵۵}{۳۲}$$

(۴۰۶) اس سلسلہ ۸ و −۴ و ۲ و −۱ و ½ وغیرہ کے ۷ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۸ و ط = −½ و ن = ۷ اسواسطے

$$ح = \frac{۸\left[۱ - (-\frac{۱}{۲})^۷\right]}{۱ - (-\frac{۱}{۲})} = \frac{۸\left(۱ + \frac{۱}{۱۲۸}\right)}{۱ + \frac{۱}{۲}} = \frac{۱۲۹}{۱۶} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴۳}{۸}$$

(۴۰۷) سلسلہ ہندسیہ مین بیچ کی تین رقمین ۲ و ۳۲ کے درمیان دریافت کرو

اس صورت مین ہم کو ایک سلسلہ ہندسیہ دریافت کرنا ہے جسکی تعداد ارقام ۵ ہون اور پہلی رقم ۲ اور آخر کی رقم ۳۲ پس ا = ۲ و ل = ۳۲ اور ن = ۵ اسواسطے

بموجب مساوات (۲) کے $۳۲ = ۲ط^۴$

یعنی $ط^۴ = ۱۶$

ط = ۲ اسواسطے کل سلسلہ یہہ ہوگا

۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲

(۴۰۸) ح کی قیمت کو دفعہ ۴۰۲ مین اسطرح لکھہ سکتے ہین کہ

$$ح = \frac{ا(۱-ط^ن)}{۱-ط}$$

اب فرضکرو کہ ط ایک سے کم ہے تو جسقدر ن بڑا ہوگا اوسیقدر $ط^ن$ کم ہوگی پس اسطرح جسقدر چاہین ن کو بڑا اختیار کرکے $ط^ن$ کو کم کر سکتی ہین اور اگر $ط^ن$ کو بالکل معدوم سمجھہ لین تو

$$ح = \frac{ا}{۱-ط}$$

اس نتیجہ کو ہم بیان اسطرح کیا کرتے ہین کہ سلسلہ ہندسیہ مین جسکے اندر نسبت مشترک عدد واحد سے چہوٹی ہے اوسکی اسقدر رقمون کا مجموعہ جنکی تعداد کافی ہو $\frac{ا}{۱-ط}$ سے اسقدر چہوٹا ہوگا جسقدر ہم چاہین

(۴۰۹) مثلاً ایک سلسلہ ا و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۸}$ وغیرہ ہو اسمین ا = ۱ اور ط = $\frac{۱}{۲}$ اسواسطے $\frac{ا}{۱-ط} = ۲$ پس تعداد کافی ارقام کی اگر لیوین تو اوسکے مجموعہ اور ۲ کا فرق جسقدر چاہین کم کر سکتے ہین اگر چار رقمین لین تو حاصل جمع $۲ - \frac{۱}{۸}$ اور اگر پانچ رقمین لین تو $۲ - \frac{۱}{۱۶}$ اور اگر چہہ رقمین لین تو $۲ - \frac{۱}{۳۲}$ اور علے ہذا القیاس

اس نتیجہ کو کبہی کبہی اسطرح سے ہی بیان کیا کرتے ہین کہ حاصل جمع اس سلسلہ کی لاانتہا رقمون کا ۲ ہے

(۴۱۰) کسور مدور سلسلہ ہندسیہ کی ایسی مثالین ہین جنمین تعداد ارقام لاانتہا لیجاتی ہی مثلاً یہہ کسر ۰۳۲۴۲۴۲۴ وغیرہ اسطرح تعبیر ہوتی ہی کہ $\frac{۳}{۱۰} + \frac{۲۴}{۱۰^۳} + \frac{۲۴}{۱۰^۵} + \frac{۲۴}{۱۰^۷} +$ وغیرہ

ظاہر ہے کہ بعد $\frac{۳}{۱۰}$ کے ارقام سلسلہ ہندسیہ مین ہین جسکی اول رقم $\frac{۲۴}{۱۰^۳}$ ہی اور نسبت مشترک $\frac{۱}{۱۰^۲}$ ہے پس حاصل جمع اس سلسلہ کی لاانتہا رقمون کا $\frac{۲۴}{۱۰^۳} \div (۱ - \frac{۱}{۱۰^۲})$ یعنی $\frac{۲۴}{۹۹۰}$ ہوگا

اسواسطے قیمت کسر اعشاریہ مدور کی $\frac{۳}{۱۰} + \frac{۲۴}{۹۹۰}$ ہے

قیمت کسر مدور کی عملاً اسیطرح دریافت ہوتی ہی کہ فرضکرو

ح = ۰۳۲۴۲۴ وغیرہ

تو ۱۰ ح = ۳،۲۴۲۴ وغیرہ

اور ۱۰۰۰ ح = ۳۲۴،۲۴۲۴ وغیرہ

پس تفریق کرنے سے (۱۰۰۰-۱۰) ح = ۳۲۴-۳ = ۳۲۱

اسواسطے ح = ۳۲۱/۹۹۰

اور کوئی اور مثال ہو تو یہی اسیطرح اوسکا بیان ہوسکتا ہے

امثلہ نمبری ۳۹

ان سلسلوں کو جمع کرو

(۱) ۱ و ۴ و ۱۶ وغیرہ کو ۶ رقموں تک

(۲) ۹ و ۳ و ۱ وغیرہ کو ۵ رقموں تک

(۳) ۲۵ و ۱۰ و ۴ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۴) ۱ و √۲ و ۲ و ۲√۲ وغیرہ کو ۱۲ رقموں تک

(۵) ۳/۸ و ۱/۴ و ۱/۶ وغیرہ کو ۶ رقموں تک

(۶) ۲/۳ و -۱ و ۳/۲ وغیرہ کو ۷ رقموں تک

(۷) ۱ و -۱/۳ و ۱/۹ وغیرہ کو لاانتہا رقموں تک

(۸) ۱ و ۱/۴ و ۱/۱۶ وغیرہ کو لاانتہا رقموں تک

(۹) ۱ و -۱/۲ و ۱/۴ وغیرہ کو لاانتہا رقموں تک

(۱۰) ۶ و -۲ و ۲/۳ وغیرہ کو لاانتہا رقموں تک

ان کسور مدور کی قیمت دریافت کرو

(۱۱) ۰٫۱۵۱۵۱۵ وغیرہ (۱۲) ۰٫۱۲۳۱۲۳۱۲۳ وغیرہ

(۱۳) ۰٫۴۲۸۲۸۲۸ وغیرہ (۱۴) ۰٫۲۸۱۳۱۳۱۳ وغیرہ

(۱۵) سلسلہ ہندسیہ مین تین ارقام وسط مابین ۱ و ۲۵۶ کی دریافت کرو

(۱۶) سلسلہ ہندسیہ مین ۴ رقمین وسط کی درمیان ۵ ۱/۳ و ۴۰ ۱/۲ کی دریافت کرو

(۱۷) سلسلہ ہندسیہ مین ۴ رقمین وسط کی ۳ و -۷۲۹ کی درمیان دریافت کرو

(۱۸) ایک سلسلہ ہندسیہ کی تین رقموں کا حاصل جمع ۶۳ ہی اور حاصل تفریق پہلی اور تیسرے رقم کا

۴۵ ہے اون رقموں کو دریافت کرو

(۱۹) ایک سلسلہ ہندسیہ کے اول چار رقموں کا حاصل جمع ۴۰ ہے اور حاصل جمع اوسکے اٹھہ رقموں کا ۳۲۸۰ ہے اوس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۰) سلسلہ ہندسیہ مین تین عددون کا مجموعہ ۲۱ ہے اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۱۸۹ ہے اون رقموں کو دریافت کرو

چالیسواں باب سلسلہ موسیقیہ

(۴۱۱) تین مقدارون ا و ب و ح کو سلسلہ موسیقی مین کہینگے اگر ا : ح :: ا - ب : ب - ح

پس سلسلہ موسیقی اونہیں مقدارون کو کہتے ہین جنمین سے کوئی تین متصل کی مقدارون مین نسبت مذکور ہے

(۴۱۲) مقادیر سلسلہ موسیقیہ کے منکافی سلسلہ حسابیہ مین ہوتے ہین فرض کرو کہ ا و ب و ح سلسلہ موسیقی مین ہین تو

تو ا : ح :: ا - ب : ب - ح

اسواسطے ا (ب - ح) = ح (ا - ب) تقسیم ا ب ح پر کرو تو $\frac{۱}{ح} - \frac{۱}{ب} = \frac{۱}{ب} - \frac{۱}{ا}$

پس اسسے دعوی ثابت ہے

(۴۱۳) خاصیت سلسلہ موسیقی کی جو اوپر مذکور ہے اوسسے ہم بعض سوالات بہی حل کر سکتے ہین

مثال پانچ ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے درمیان $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۸}{۱۵}$ کی درج کرو اس سوال کے یہہ معنی ہین کہ پانچ رقمین سلسلہ جمع کی $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۱۵}{۸}$ کے درمیان مین درج کرو بموجب (۲) دفعہ ۳۹۳ کے

$\frac{۱۵}{۸} = \frac{۳}{۲} + ۶ ب$

اسواسطے ۶ ب = $\frac{۳}{۸}$ اسواسطے ب = $\frac{۱}{۱۶}$

پس سلسلہ جمع یہہ ہوگا کہ $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲۵}{۱۶}$ و $\frac{۲۶}{۱۶}$ و $\frac{۲۷}{۱۶}$ و $\frac{۲۸}{۱۶}$ و $\frac{۲۹}{۱۶}$ و $\frac{۱۵}{۸}$ اور اسیواسطے سلسلہ موسیقی یہہ ہوگا کہ $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱۶}{۲۵}$ و $\frac{۱۶}{۲۶}$ و $\frac{۱۶}{۲۷}$ و $\frac{۱۶}{۲۸}$ و $\frac{۱۶}{۲۹}$ و $\frac{۸}{۱۵}$

(۴۱۴) فرض کرو کہ دو مقدارون ط اور س کی رقم وسط سلسلہ حسابیہ مین ا اور سلسلہ

ہندسیہ مین ص اور سلسلہ موسیقیہ مین ح ہے تو

ا - ط = س - ا اسواسطے ا = ۱/۲ (ط + س) اور

ط : ص : : ص : س اسواسطے ص = √ط س

ط : س : : ط - ح : ح - س اسواسطے ح = ۲ ط س / (ط + س)

امثلہ نمبری ۴۰

(۱) سلسلہ موسیقی ۶ و ۳ و ۲ مین اور آگے تین رقمین لکہو

(۲) سلسلہ موسیقی ۸ و ۲ و ۱ ۱/۷ مین اور آگے تین رقمین لکہو

(۳) دو ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۴ و ۲ کے درمیان لکہو

(۴) تین ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۱/۳ اور ۱/۲ کے درمیان لکہو

(۵) سلسلہ ہندسیہ مین رقم وسط دو عددون کی ۹ ہے اور سلسلہ موسیقی مین ۸ تو ان عدد دونکو دریافت کرو

(۶) سلسلہ ضرب مین رقم وسط دو عددون کی ۴۸ ہے اور سلسلہ موسیقی مین رقم وسط اونکے ۴۶ ۲/۲۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۷) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ رقم اوسط اونکی جو درمیان سلسلہ حسابیہ اور ہندسیہ و موسیقیہ کے ہون وہ سب ملکر برابر ۹ ۴/۵ کے ہون اور حاصلضرب اونکا ۲۷ ہو

(۸) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ سلسلہ حسابیہ اور موسیقیہ مین اونکی اوسط رقمون کا حاصلضرب ۲۷ ہو اور سلسلہ حسابیہ کی رقم اوسط اونکی بہ نسبت سلسلہ موسیقیہ کے رقم اوسط کی بقدر ۱/۲ کے زیادہ ہو،

(۹) اگر ط و ص و س سلسلہ موسیقی مین ہون تو ثابت کرو کہ

ط + س - ۲ ص : ط - س : : ط - س : ط + س

(۱۰) اگر تین اعداد سلسلہ ضرب مین ہون اور اونمین سے ہر یک پر اونکی رقم اوسط زیادہ کیجاوے تو حاصل سلسلہ موسیقی مین ہون گے

اکتالیسوان باب اختلاف ترتیب و اجتماع

(۴۱۵) اگر اشیا رکو مختلف اسلوب سے مرتب کرین تو ان مختلف اسلوبونکو ترتیب اشیا کہتے مین

مثلاً حروف ط و ص و س ہون اور اونمین سے دو دو حرفون کو بالاجتماع مختلف اسلوب سے
مرتب کرین تو ط ص و ص ط و ط س و س ط و ص س و س ص اونکی ترتیب ہوگی

(۴۱۶) اگر کئی چیزون کی مختلف مجموعی مرتب کرین اور اونمین اختلاف ترتیب کو ملحوظ نہ رکھین تو
اونکو اجتماع اون چیزون کا کہتے ہین

مثلاً حروف ط و ص و س مین دو دو کو بالاجمال لین تو اونکی اجتماع ط ص ط س و س ص
گو ط ص و ص ط مین ترتیبین مختلف ہین مگر اجتماع اونکا ایک ہی ہے

(۴۱۷) ن اشیا مین سے اگر ر اشیا کی ترتیب لگاوین تو تعداد ترتیبون کی
ن (ن - ۱) (ن - ۲) ... (ن - ر + ۱) ہوگی

فرض کرو کہ ط و ص و س وغیرہ ن حروف ہین اگر اونمین سے دو کی ترتیب لگائین تو تعداد ترتیبونکی
ن (ن - ۱) ہوگی اسواسطے کہ اگر ط کو باقی اور حروف کی اول رکھین تو تعداد ترتیبونکی (ن - ۱)
ہوگی اور ایسی ہی اگر ص کو باقی اور حروف کے اول رکھین تو تعداد ترتیبون کی (ن - ۱) ہوگی
اور علی ہذا القیاس ن - ۱ ترتیبین ہونگی جنمین س اول ہوگا اور یہی حال اور باقی حروف کا ہے
(ن - ۱) ترتیبین ن دفعہ آوینگی اسلئے کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) ہوگی

اب اگر تین تین کی ترتیبین لگائین تو کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) (ن - ۲) ہوگی
اسواسطے کہ ثابت ہوچکا ہے کہ ن اشیا مین سے اگر دو دو کی ترتیبین لگائین تو ن (ن - ۱)
کل ترتیبین ہوتی ہین اسلئے اگر ن - ۱ حروف ص و س وغیرہ مین سے دو دو کی ترتیبا
لگائین تو (ن - ۱) (ن - ۲) ترتیبین ہونگین اب ان ترتیبون کی اول حرف ط
لکھدو تو تین تین حرفون کی ترتیبین جنمین ط اول ہے (ن - ۱) (ن - ۲) ہونگیں او
علی ہذا القیاس اتنی ہی اتنی ترتیبین اور ہونگی جنمین باری باری سے ص و س وغیرہ مین سے
ہریک اول آویگا پس کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) (ن - ۲) ہوئین
انہین صورتون کو دیکھکر قیاس کر سکتے ہین اگر ن اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبین لگائی جاوین

تو کل تعداد ترتیبون کی

ن (ن-۱) (ن-۲) ۰۰۰ (ن - ر +۱) ہوگی اور واقعی یہی صورت ہی اسکو ہم ثابت کرینگے
فرض کرو کہ یہہ ہم کو معلوم ہوگیا ہی کہ اگر ن حرفون مین ر-۱ حروف کی ترتیبین لگائی جاوین
تو کل تعداد ترتیبون کی ن (ن-۱) (ن-۲) ۰۰۰ [ن - (ر-۱) +۱] ہوگی تو ہم ثابت
کردینگے کہ صورت عام جبریہ بالکل اسکی مشابہ پیدا ہوگی اگر ن حروف مین سے ر اشیا کی ترتیبین لگا
جاوین اسواسطے کہ ن-۱ حروف ص و س د و وغیرہ مین سے اگر ر-۱ حروف کی ترتیبین
لگائین تو تعداد ترتیبون کی (ن-۱) (ن-۲) ۰۰۰ [ن-۱ - (ر-۱) +۱] ہوگی اب
ترتیبون مین سی ہر یک کی اول ط لکھو تو اسیقدر ترتیبین ر حروف کی حاصل ہونگین اور علی ہذا القیاس
اسیقدر ر حروف کی ترتیبین ہونگی جنمین ص اول ہوگا اور ایسی اتنی ترتیبین ر حروف کی
اور ہونگی جنمین س اول ہوگا اور علی ہذا القیاس آگے پس اسلئے ن حروف مین سے ر حروف
کی ترتیب لگائی جاوین تو کل تعداد ترتیبون کی

ن (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) ۰۰۰۰ (ن - ر+۱) ہونگین

پس اسسے یہہ ثابت ہوا کہ اگر یہہ صورت قانون عامہ جبریہ ن حروف مین سے ر-۱ حروف کی ترتیب کے
لئے درست ہی تو وہ ضرور ن حروف مین سے ر حروف کی ترتیب کے لئی بہی درست ہوگا اور ہم
یہہ پہلے ثابت کر آئی ہین کہ یہہ قانون تین حروف کے لئے ثابت ہی وہ ۴ حروف کے لئی بہی
ثابت ہے اور جو ۴ کے لئے ثابت ہی وہ ۵ کے لئے اور علی ہذا القیاس پس اسسے معلوم ہوا
کہ یہہ قانون جبریہ عموماً ثابت ہی یعنی جو ر-۱ کے لئی قاعدہ ثابت ہی وہی ر کے لئی ثابت ہے

(۴۱۸) اگر ن اشیا مین سے ن اشیا کی ترتیبین بالاجتماع لیجاوین تو تعداد ترتیبون کی یہہ ہے
کہ ن (ن-۱) (ن-۲) ۰۰۰ (ن - ن - ۱) = ن (ن - ۱) (ن - ۲) ۰۰۰ ۱

(۴۱۹) اختصار کے واسطے ن (ن-۱) (ن-۲) ۰۰۰۰ ۱ کو |ن سے تعبیر کرتے ہین
پس |ن سے حاصلضرب اصلی اعداد کا ۱ سے لگا کر ن اعداد تک معلوم ہوتا ہے اس

لر کو ضارب الاعداد پڑھتے ہین

(۴۲۰) ر شیا کی اجتماع مین لر ترتیبین پیدا ہونگین

اسواسطے کہ بموجب دفعہ ۴۱۸ کی اشیا جنسے کہ اجتماع معلوم ہنتا ہی لر مختلف اسلوب سے مرتب ہو سکتی ہین۔

(۴۲۱) ن اشیا مین اگر ر شیا کا اجتماع لیا جاوے تو تعداد اجتماعونکی یہہ ہوگی

$$\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)\ldots(ن-ر+۱)}{لر}$$

اسواسطے کہ ن اشیا مین سے ر شیا کی ترتیبین بموجب دفعہ ۴۱۷ کے یہہ ہین کہ

ن(ن-۱)(ن-۲)...(ن-ر+۱) اور ہر اجتماع مین بموجب دفعہ ۴۲۰ کے

لر ترتیبین ہین پس اسکی معلوم ہوا کہ تعداد اجتماع یہہ ہوگی

$$\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)\ldots(ن-ر+۱)}{لر}$$

اگر نسب نما و شمار کنندہ دونونکو لن-ر مین ضرب دین تو یہہ صورت پیدا ہوگی اور کچھہ قیمت

مین فرق نہین آویگا $\frac{لن}{لر \times لن-ر}$

(۴۲۲) ن کتنی ایک اشیا ہین اور ان مین سب مختلف ایک دوسرے سے نہین ہین بلکہ

بعض اشیا مکرر ہین اور متعدد ہین تو تعداد ترتیبون کی جب کل اشیا کی ترتیبین ترتیب کیجاوے تو

فرض کرو کہ ن حروف ہین اور حرف ط کا ف دفعہ اور حرف ص کا ق دفعہ اور ر کا س

دفعہ آتا ہے اور باقی حروف دا ور ی وغیرہ مکرر نہین آتے بلکہ ایک ہی دفعہ آئے ہین تو اگر کل کی

ترتیبین لیجاوین تو انکی تعداد $\frac{لن}{لف لق لس}$ ہوگی

فرض کرو کہ ع تعداد کل ترتیبون کی ہے پس کسی ایک ترتیب مین ط جو ف دفعہ آتا ہی بجای

ایک نئی ط یا مختلف حروف بنجاوے تو کسی اور حرف کا مقام نہ بدلیگا اور فقط ایک ترتیب مین

مختلف ترتیبین لف پیدا ہونگین اور ظاہر ہے کہ جب ایک ترتیب مین لف ترتیبین ط کی

نئی ط بننے سے یا مختلف حروف کی صورت مین ہونے سے پیدا ہوتی ہین تو ع ترتیبون مین

ع × لف ترتیبین پیدا ہونگین اور علے ہذا القیاس اگر ان ترتیبون مین سے ایک ترتیب کے اندر

ص جو ق دفعہ آتا ہے نیا ص بنجاوے یا مختلف حروف کی صورت مین ہو جاوے تو کل
تعداد ترتیبون کی ع × رف × رق ہوگی اور ایسے ہی اگر س جو ر دفعہ آتا ہے ایک
نیا س یا کوئی اور مختلف حروف بنجاوے تو کل تعداد ترتیبون کی ع × رف × رق × رے
اب یہہ تعداد ترتیبون کی برابر ہونی چاہیے ن مختلف اشیا کی ترتیبون کی جب کل اشیا
کی ترتیبین لیجاوین اور وہ کل ترتیبین یہہ ہین رن پس

ع × رف × رق × رے = رن اسواسطے ع = رن ÷ (رف × رق × رے)

اور یہی قیاس اسکی اور صورتون پر بھی کرلو

(۴۲۳) دفعہ ۴۱۷ کی ثبوت پر اب طالب علمون کو غور کرنی چاہیے کہ علم ریاضی مین استقرا اسطرح کی ہی کہ ہم یہہ ثابت کرین کہ اگر ایک مسئلہ صحیح ایک صورت مین ہو اور یہہ صورت خواہ کوئی سی ہو تو وہ دوسری صورت مین بھی صحیح ہوگی اور اس دوسری صورت کو پہلی صورت کی صورت مابعد کہتے ہین یا ہم تجربہ اور مشاہدہ سے ثابت کرتے ہین کہ مسئلہ ایک صورت مین صحیح ہی تو وہ صورت مابعد مین بھی صحیح ہوگا اور پہر صورت مابعد کی بھی صورت مابعد مین اور علیٰ ہذا القیاس ہر صورت مین جو بعد پہلی صورت کے واقع ہو ریاضیات کی اعلیٰ حصہ مین استقرا ریاضیہ کا

امثلہ نمبری ۴۱

(۱) ۲۴ آدمیون سے چھہ چھہ آدمیون کی جماعتین کتنی بنینگی

(۲) اگر ایک لفظ مین سات حرف ہون اور کل حرفونکی ترتیبین دیجاوین تو بتاو کتنی بنینگی

(۳) آٹھہ حرفون کے لفظ مین اگر اجتماع چار چار حرفون کا لیا جاوے تو کتنی اجتماع ہونگی

(۴) نو حرفون کے کلمہ مین اگر سب حرفونکی ترتیبین لیجائین تو کتنی ترتیبین ہونگی

(۵) ان اشیا کی تعداد بتاو جن کی چار چار ترتیبین تین تین کے ترتیبون سے دو چند ہین

(۶) دس حروف اور تین اعراب ہین اگر ان حرفون کی ایسی الفاظ بنادین کہ چار چار حرف ان مین ہون اور ان پر دو دو اعراب ہون تو بتاو کتنے الفاظ بنینگے

(۷) بتیس آدمیون مین سے قرعہ پڑکر پانچ پانچ آدمی منتخب ہوتے ہین تو بتاو کتنی دفعہ یہہ انتخاب

ہو سکتا ہے اور ایک خاص شخص کتنی دفعہ منتخب ہو سکتا ہے

(۸) بارہ آدمی ہین جنمین سے نو کو کشتی کا چلانا آتا ہے لیکن جہاز چلانا نہین جانتے اور تین کو جہاز چلانا آتا ہے لیکن کشتی چلانی نہین آتی ہے تو بتاؤ ایسی نو نو آدمیونکی کتنی جماعتین بن سکتی ہین جنمین سے آٹھہ کشتی چلانیوالے اور ایک جہاز چلانیوالا ہو اور یہہ بھی بتاؤ کہ اگر اون تین آدمیون مین سے ایک آدمی کو کشتی اور جہاز دونو چلانا آتا ہو تو کتنی ایسی جماعتین بنینگے

بیالیسوان باب مسئلہ ثنائی معروف بہ ضابطہ نیوٹن

(۴۲۴) اس باب مین لکھا جاویگا کہ جملہ ثنائی کا صعود اور نزول کسی رتبہ کا کس طرح دریافت ہوتا ہے پہلے لکھہ آئے ہین کہ (لا + ا)^۲ = لا^۲ + ۲ ا لا + ا^۲ اور (لا + ا)^۳ = لا^۳ + ۳ لا^۲ ا + ۳ لا ا^۲ + ا^۳ اسیطرح صورت مفصلہ (لا + ا)^ن کی دریافت کرنی اس باب کی بڑی بات ہے ن ایک مثبت صحیح عدد ہے

(۴۲۵) عمل ضرب سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

(لا + ا) (لا + ب) = لا^۲ + (ا + ب) لا + ا ب

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) = لا^۳ + (ا + ب + ح) لا^۲ + (ا ب + ب ح + ا ح) لا + ا ب ح

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) (لا + د) = لا^۴ + (ا + ب + ح + د) لا^۳ + (ا ب + ا ح + ا د + ب ح + ب د + ح د) لا^۲
+ (ا ب ح + ب ح د + ح د ا + د ا ب) لا + ا ب ح د

ان حاصلضربون کو غور سے دیکھین تو قواعد ذیل ذہن مین آینگی

اول تعداد ارقام بائین طرف حاصلضرب کے صورت مفصلہ مین تعداد ثنائی اجزا ضربی سے جو داہنی طرف ہین ایک زیادہ ہے

دوم صورت مفصلہ کی اندر اول رقم مین قوت لا کی موافق تعداد ثنائی اجزا ضربی کی ہے اور اور رقمون مین قوت لا کی بتدریج ایک ایک کم ہوتی جاتی ہے

سوم صورت مفصلہ مین سر اول رقم کا ایک ہی اور سر دوسری رقم کا مجموعہ ثنائی اجزا ضربی کی دوسری رقمون کا مجموعہ ہے اور تیسری رقم کا ثنائی اجزا ضربی کے دوسری رقمون مین سے دو دو کی حاصلضربون کا مجموعہ ہے اور سر چوتھی رقم کا ثنائی اجزا ضربی کے دوسری

رقموں مین سے تین تین رقموں کی حاصل ضربون کا مجموعہ ہے اور علی ہذا القیاس آخر رقم ثنائی اجزاء ضربی کے تمام دوسرے رقموں کا حاصل ضرب ہے، اب ہم یہہ ثابت کرینگے کہ یہہ تعداد اجزاء ثنائی کی خواہ کچھ ہی ہو یہہ قوانین ہمیشہ اونمین پائی جاینگی فرض کرو کہ اجزاء ثنائی کی تعداد ن - ۱ ہے اور وہ سب آپسمین ضرب دی جاوین اور اونمین قوانین مذکور پائی جاوین یعنی ن - ۱ اجزاء ثنائی لا + ا و لا + ب لا + ح .... لا + ک ہون اور

(لا + ا) (لا + ب) ... (لا + ک) = لا^(ن-۱) + ع لا^(ن-۲) + ق لا^(ن-۳) + ر لا^(ن-۴) + ... + ی

یہاں ع = مجموعہ حروف ا و ب و ح .. ک کے

ق = ان حروف مین سے دو دو حرفون کے حاصل ضربون کے مجموعہ کے

ر = ان حروف مین سے تین تین حروف کی حاصل ضربون کے مجموعہ کے

ی = ... ان تمام حرفون کے حاصل ضرب کے

اب اس مساوات کے طرفین کو لا + ل مین ضرب دو تو

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) ... (لا + ک) (لا + ل) = لا^ن + (ع + ل) لا^(ن-۱)

+ (ق + ع ل) لا^(ن-۲) + (ر + ق ل) لا^(ن-۳) + ... ی ل

لیکن ع + ل = ا + ب + ح ... + ک + ل

= مجموعہ تمام حروف ا و ب و ح ... ک و ل کے

ق + ع ل = ق + ل (ا + ب + ح + ... ک) =

حروف ا و ب و ح ... ک و ل مین سے دو دو حرفون کے حاصل ضربونکے مجموعہ کے

اور ر + ق ل = ر + ل (ا ب + ا ح + ب ح + ...)

= حروف ا و ب و ح ... ک و ل مین سے تین تین حروف کے حاصل ضربون کے مجموعہ کے

ی ل = حاصل ضرب تمام حروف کے

پس اسے ثابت ہوا کہ اگر ن - ۱ اجزاء ثنائی کے لیے قوانین مذکور بصدر صحیح پائی جاوین تو وہ

ن اجزا ثنائی کے لئے بہی درست ہین لیکن یہہ ثابت کر آئی ہین کہ اگر قوانین مذکور چار اجزاء ضربی ثنائی کے حاصلضرب کیلئی درست ہین تو وہ پانچ اجزاء ضربی حاصلضرب کیلئی بہی درست ہونے چاہیین اور علی ہذا القیاس پس معلوم ہوا کہ قوانین مذکور عموماً ہر صورت کیلئی درست ہین

ہم اختصار کے لئے ن اجزاء ضربی کے حاصلضرب کو اسطرح لکہہ لیتے ہین کہ

$$(لا+ا)(لا+ب)(لا+ح)\cdots(لا+ک)(لا+ل) = لا^{ن} + ع\,لا^{ن-۱} + ق\,لا^{ن-۲} + ر\,لا^{ن-۳} + \cdots + ک$$

اب یہان ع برابر ہے مجموعہ حروف ا و ب و ح ... ک و ل جنکی تعداد ن ہی اور ق برابر ہی مجموعہ حاصلضربون دو دو حرفون کے اسلئی ان حاصلضربون کی تعداد بموجب دفعہ ۴۲۱ کے $\frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}$ ہی یعنی دو دو کا اجتماع ہے اور ایسی ہی ر برابر ہے $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}$ حاصلضربون کے اسمین تین تین کا اجتماع ہی فرض کرو کہ ب و ح و ک و ل مین سے ہر ایک برابر ا کے ہو تو ع ہوگا ن ا اور ق ہوگا $\frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}ا^{۲}$ اور ر ہوگا $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}ا^{۳}$ اور علی ہذا القیاس پس نتیجہ آخر یہہ ہوگا

$$(لا+ا)^{ن} = لا^{ن} + ن\,ا\,لا^{ن-۱} + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}ا^{۲}لا^{ن-۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}ا^{۳}لا^{ن-۳} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)(ن-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴}ا^{۴}لا^{ن-۴} + \cdots\cdots + ا^{ن}$$

(۴۲۶) اس قانون جبریہ کا نام مسئلہ ثنائی ہے اور سلسلہ جو جانب چپ مین لکھا ہے اسکو صورت مفصلہ $(لا+ا)^{ن}$ کی کہتے ہین اور جب ہم کہا کرتے ہین کہ $(ا+لا)^{ن}$ کو پہیلاؤ تو اوسکے معنی یہہ ہوتے ہین کہ بجای $(لا+ا)^{ن}$ کے اوسکی صورت مفصلہ لکہو یہہ قانون جبریہ نیوٹن نے ایجاد کیا تہا اسلئی اسکا نام ضابطہ نیوٹن مشہور ہے اس جگہ یہہ ضابطہ اوس صورت مین ثابت کیا ہی کہ ن صحیح اور مثبت عدد ہو اور استقرار سی اس مسئلہ کو ثابت کیا ہی اور اسکو مسئلہ ثنائی اسواسطے کہتے ہین کہ اوسمین جملہ ثنائی کا بیان ہے

(۴۲۷) $(لا+ا)^{۶}$ کو پہیلاؤ یہان ن = ۶ تو

$$\frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲} = \frac{۶\times۵}{۱\times۲} = ۱۵ \quad اور \quad \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳} = \frac{۶\times۵\times۴}{۱\times۲\times۳} = ۲۰$$

$$\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)(ن-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳}{۱\times۲\times۳\times۴} = ۱۵$$

$\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)(ن-۳)(ن-۴)}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times۲}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵} = ۶$ ، اسلئے

$$(لا + ا)^۶ = لا^۶ + ۶ا\,لا^۵ + ۱۵ا^۲\,لا^۴ + ۲۰ا^۳\,لا^۳ + ۱۵ا^۴\,لا^۲ + ۶ا^۵\,لا + ا^۶$$

اب فرضکرو صورت مفصلہ $(ب^۲ + ح\,ی)^۶$ کی دریافت کرنی ہے $ب^۲$ بجای لا اور ح ی بجای ا کے مطابق مذکور مین رکھو تو

$$(ب^۲ + ح\,ی)^۶ = (ب^۲)^۶ + ۶ح\,ی(ب^۲)^۵ + ۱۵(ح\,ی)^۲(ب^۲)^۴ + ۲۰(ح\,ی)^۳(ب^۲)^۳ +$$
$$۱۵(ح\,ی)^۴(ب^۲)^۲ + ۶(ح\,ی)^۵\,ب^۲ + (ح\,ی)^۶ = ب^{۱۲} + ۶ح\,ی\,ب^{۱۰} + ۱۵ح^۲ی^۲ب^۸ +$$
$$۲۰ح^۳ی^۳ب^۶ + ۱۵ح^۴ی^۴ب^۴ + ۶ح^۵ی^۵ب^۲ + ح^۶ی^۶$$

اب فرضکرو کہ $(لا - ح)^ن$ کی صورت مفصلہ دریافت کرنی چاہتی ہین تو بجای ا کے $-ح$ لکھو بموجب دفعہ ۴۲۵ کے ہمکو یہہ دریافت ہوگا

$$(لا - ح)^ن = لا^ن - ن\,ح\,لا^{ن-۱} + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}ح^۲\,لا^{ن-۲} - \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}ح^۳\,لا^{ن-۳} + \cdots$$

صورت مفصلہ $(لا + ا)^ن$ مین بجای لا کے ا لکھو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا

$$(۱ + ا)^ن = ۱ + ن\,ا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}ا^۲ + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}ا^۳ + \cdots$$

یہہ صورت ا کی سب قیمتون کے لئے درست ہی اسلئے ہم بجای ا کے لا لکھتے ہین تو

$$(۱ + لا)^ن = ۱ + ن\,لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}لا^۲ + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}لا^۳ + \cdots$$

(۴۲۸) اگر جملہ ثنائی سے زیادہ رقموں کا جملہ ہو تو اوسکی صورت مفصلہ بطور صادق مذکور الصدر کے دریافت کرتے ہین مثلاً صورت مفصلہ $(۱ + ۲لا - لا^۲)^۴$ کی دریافت کرنی ہے تو بجای $۲لا - لا^۲$ کے ی رکھو تو $(۱ + ۲لا - لا^۲)^۴ = (۱ + ی)^۴ =$

$$۱ + ۴ی + ۶ی^۲ + ۴ی^۳ + ی^۴ = ۱ + ۴(۲لا - لا^۲) + ۶(۲لا - لا^۲)^۲ + ۴(۲لا - لا^۲)^۳$$
$$+ (۲لا - لا^۲)^۴$$

اور $(۲لا - لا^۲)^۲ = (۲لا)^۲ - ۲(۲لا)لا^۲ + (لا^۲)^۲ = ۴لا^۲ - ۴لا^۳ + لا^۴$

$$(۲لا - لا^۲)^۳ = (۲لا)^۳ - ۳(۲لا)^۲\,لا^۲ + ۳(۲لا)(لا^۲)^۲ - (لا^۲)^۳$$
$$= ۸لا^۳ - ۱۲لا^۴ + ۶لا^۵ - لا^۶$$

$$(۲لا - لا^۲)^۴ = (۲لا)^۴ - ۴(۲لا)^۳\,لا^۲ + ۶(۲لا)^۲(لا^۲)^۲ - ۴(۲لا)(لا^۲)^۳ + (لا^۲)^۴$$

= ۱۶ لا^۴ - ۳۲ لا^۵ + ۲۴ لا^۶ - ۸ لا^۷ + لا^۸ اگر ان سب رقمونکو جمع کرین تو

(۱ + ۲ لا - لا^۲)^۴ = ۱ + ۸ لا + ۲۰ لا^۲ + ۸ لا^۳ - ۲۶ لا^۴ - ۸ لا^۵ + ۲۰ لا^۶ - ۸ لا^۷ + لا^۸

(۴۲۹) صورت مفصلہ (۱ + لا)^ن مین امثال ارقام کی جو اول اور آخر سی برابر فاصلہ پر واقع ہون ایکہی ہوتی ہین یعنی جو رقم اول رقم سی اتنی رقمون کی بعد واقع ہو جتنی دوسری رقم آخر رقم سے پہلی واقع ہوتی ہی اونکی امثال ایکہی ہوتی ہین مثلاً اول سی تیسری رقم کا وہی سر ہوگا جو آخر سے تیسرے رقم کا سر ہے سر ردین رقم کا اول سے یہہ ہے کہ

ن (ن - ۱) (ن - ۲) . . . (ن - ر + ۲) / ا ر - ۱ نسب نما اور شمار کنندہ دونو کو

ا ن - ر + ۱ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا کہ ا ن / ا ر - ۱ ا ن - ر + ۱ اور ردین رقم آخر

سے ن - ر + ۲ وین اول سے ہوگی اور اوسکا سر یہہ ہے کہ

ن (ن - ۱) . . . (ن - (ن - ر + ۲) + ۲) / ا ن - ر + ۱ یعنی ن (ن - ۱) . . . ر / ا ن - ر + ۱ دونو

نسب نما اور شمار کنندہ کو ا ر - ۱ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا ا ن / ا ر - ۱ ا ن - ر + ۱

اور یہہ وہی ہے جو اوپر حاصل ہوا تہا

(۴۳۰) (لا + ا)^ن کے پہیلاؤ مین ابتک ہمنے یہی بیان کیا ہی کہ ن مثبت صحیح عدد ہے لیکن یہہ ضابطہ عموماً سب صورتون کے لئے ہی خواہ ن منفی صحیح ہو خواہ مثبت یا منفی کسر بڑے جبر مقابلہ مین اس صورت مفصلہ کی کیفیت دیکہو یہہ ابہی مشکل ہی کہ صورت عامہ سے مختلف خاص صورتین استنباط کرین اب طالب علم کو چاہیے کہ یہہ بات مانلے کہ لا اور ا اور ن کی کچہہ ہی قیمت ہو

(لا + ا)^ن = لا^ن + ن ا لا^ن-۱

+ ن (ن - ۱) / ۱ × ۲ ا^۲ لا^ن-۲ + ن (ن - ۱) (ن - ۲) / ۳ × ۲ × ۱ ا^۳ لا^ن-۳ + ن (ن - ۱) (ن - ۲) (ن - ۳) / ۴ × ۳ × ۲ × ۱ ا^۴ لا^ن-۴

اگر ن مثبت صحیح نہو تو سلسلہ کا کبہی خاتمہ نہین ہوگا

(۴۳۱) ایک مثال اوسکی یہہ ہے کہ (۱ + ی)^½ کو پہیلاؤ یہان بموجب قانون دفعہ ۴۳۰ کے بجائے لا کے ۱ اور بجائے ا کے ی اور بجائے ن کے ½ رکہین تو

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{1\times2}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{1\times2}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{1\times2\times3}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{1\times2\times3}=\frac{1}{16}$$

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)(\text{ن}-3)}{1\times2\times3\times4}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)(\frac{1}{2}-3)}{1\times2\times3\times4}=-\frac{5}{128}$$

اور علے ہذا القیاس پس

$$(1+\text{ی})^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\text{ی}-\frac{1}{8}\text{ی}^2+\frac{1}{16}\text{ی}^3-\frac{5}{128}\text{ی}^4+\ldots$$

ایک اور مثال لو $(1+\text{ی})^{-\frac{1}{2}}$ یہان بجاے لا کے ۱ اور بجاے ی کے ی اور بجاے ن کے $-\frac{1}{2}$ رکھو

ن $=-\frac{1}{2}$ تو $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{1\times2}=\frac{3}{8}$ و $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{1\times2\times3}=-\frac{5}{16}$ و

$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)(\text{ن}-3)}{1\times2\times3\times4}=\frac{35}{128}$ اور علے ہذا القیاس پس

$$(1+\text{ی})^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\text{ی}+\frac{3}{8}\text{ی}^2-\frac{5}{16}\text{ی}^3+\frac{35}{128}\text{ی}^4-\ldots$$

اب $(1+\text{ی})^{-\text{م}}$ کو پہیلاؤ یہان بجاے لا کے ۱ اور بجای ی کے ی اور بجاے ن کے $-$م رکھو تو

ن $=-$م اور $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{1\times2}=\frac{\text{م}(\text{م}+1)}{1\times2}$

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{1\times2\times3}=-\frac{\text{م}(\text{م}+1)(\text{م}+2)}{1\times2\times3}$$

$\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)(\text{ن}-3)}{1\times2\times3\times4}=\frac{\text{م}(\text{م}+1)(\text{م}+2)(\text{م}+3)}{1\times2\times3\times4}$ اور علی ہذا القیاس پس

$$(1+\text{ی})^{-\text{م}}=1-\text{م}\,\text{ی}+\frac{\text{م}(\text{م}+1)}{1\times2}\text{ی}^2-\frac{\text{م}(\text{م}+1)(\text{م}+2)}{1\times2\times3}\text{ی}^3+$$

$$\frac{\text{م}(\text{م}+1)(\text{م}+2)(\text{م}+3)}{1\times2\times3\times4}\text{ی}^4\ldots$$

ایک خاص صورت لو اور فرض کرو م = ۱ پس

$$(1+\text{ی})^{-1}=1-\text{ی}+\text{ی}^2-\text{ی}^3+\text{ی}^4-\ldots$$

یہہ بات یون بھی ظاہر ہے کہ ۱ کو ۱+ی پر تقسیم کرین

اور $(1+2\text{لا}-\text{لا}^2)^{\frac{1}{2}}$ کو لا کی قوات مین پہیلاؤ بجای ۲لا − لا² کے ی رکھو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ $(1+2\text{لا}-\text{لا}^2)^{\frac{1}{2}}=(1+\text{ی})^{\frac{1}{2}}$

$$=1+\frac{1}{2}\text{ی}-\frac{1}{8}\text{ی}^2+\frac{1}{16}\text{ی}^3-\frac{5}{128}\text{ی}^4+\ldots$$

$= ۱ + \frac{۱}{۲}(۲لا - لا^۲) - \frac{۱}{۸}(۲لا - لا^۲)^۲ + \frac{۱}{۱۶}(۲لا - لا^۲)^۳ - \frac{۵}{۱۲۸}(۲لا - لا^۲)^۴ + \ldots$

اب $(۲لا - لا^۲)^۲$ و $(۲لا - لا^۲)^۳$ کو پہیلا کر رقمون کو جمع کرین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

کہ $(۱ + ۲لا - لا^۲)^{\frac{۱}{۲}} = ۱ + لا - لا^۲ + لا^۳ - \frac{۳}{۲}لا^۴ + \ldots$

امثلہ نمبری ۴۲

(۱) $(۱ - لا)^{۳۰}$ کی اول تین رقمین اور آخر کی تین رقمین دریافت کرو

(۲) $(۳ - ۲لا^۲)^۵$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۳) $(۱ - ۲ی)^۶$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۴) صورت مفصلہ $(لا + ۲ی)^ن$ کی اول چار رقمین لکھو

(۵) صورت مفصلہ $(۱ + لا - لا^۲)^۴$ دریافت کرو

(۶) صورت مفصلہ $(۱ + لا + لا^۲)^۵$ دریافت کرو

(۷) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا + لا^۲)^۴$ دریافت کرو

(۸) امثال $لا^۵$ کی صورت مفصلہ $(۱ + ۲لا + ۳لا^۲)^۶$ مین دریافت کرو

(۹) امثال $لا^۶$ کی صورت $(۱ - ۲لا + ۳لا^۲)^۵$ مین دریافت کرو

(۱۰) اگر $(لا + ی)^ن$ مین دوسری رقم ۲۴۰ اور تیسری رقم ۷۲۰ ہو اور چوتھی رقم ۱۰۸۰ ہو تو لا اور ی اور ن کو دریافت کرو

(۱۱) اگر چھٹی ساتوین اور آٹھوین رقمین $(لا + ی)^ن$ کی ۱۱۲ و ۷ و $\frac{۱}{۴}$ ہون لا و ی و ن کو دریافت کرو

(۱۲) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا)^{\frac{۱}{۲}}$ کی پانچ رقمین دریافت کرو

(۱۳) صورت مفصلہ $(۱ - \frac{۵}{۹}لا)^{\frac{۳}{۵}}$ کو چار رقمون تک لکھو

(۱۴) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا)^{-۱}$ کی لکھو

(۱۵) لا کی امثال $(۱ - لا)^{-۲}$ کی صورت مفصلہ مین دریافت کرو

(۱۶) چھٹی رقم صورت مفصلہ (۳ لا - ی)$^{-\frac{۳}{۴}}$ کی دریافت کرو

(۱۷) پانچ رقموں تک صورت مفصلہ (ا - ۳ ب)$^{-\frac{۱}{۳}}$ لکھو اور اگر ا = ا اور ب = $\frac{۱}{۵}$ تو ثابت کرو کہ چوتھی رقم بڑی تیسری رقم سے ہوگی اور پانچویں رقم سے بھی ہوگی

(۱۸) لا کا سر صورت مفصلہ (ا - لا)$^{-۴}$ مین لکھو

(۱۹) صورت مفصلہ (ا + لا + لا^۲)$^{\frac{۱}{۲}}$ کی چار رقموں تک لا کی قوت مین لکھو

(۲۰) صورت مفصلہ (ا - لا + لا^۲)$^{\frac{۱}{۲}}$ کی چار رقموں تک لا کی قوت مین لکھو

تینتالیسواں باب قسطاس کتابت اعداد

(۴۳۲) یقینی طالب علم کو علم حساب مین یہہ بات معلوم ہوئی ہوگی کہ اعداد کو صورتوں مین بیان کرنیکا یہہ دستور ہے کہ ہر صورت سے جو عدد تعبیر ہوتا ہے وہ ذو اضعاف ۱۰ کی کسی قوت کا ہوتا ہے مثلاً ۵۲۳ مین ۵ سے پانچ سو تعبیر ہوتی ہین یعنی ۵ گنا ۱۰^۲ اور ۲ تعبیر کرتا ہے ۲ دس یعنے ۲ گنا ۱۰ کا اور ۳ جو ۳ اکائیون کو تعبیر کرتا ہے وہ بموجب دفعہ ۳۲۴ کے ۳ گنا ۱۰^۰ کا تعبیر کرتا ہے اسطرح سے اعداد کے بیان کرنیکا جو طور ہے اوسی کو طرح قسطاس عشری کہتے ہین اور ۱۰ کو اساس عددی کہتے ہین

(۴۳۳) اب ہم یہہ بتلاوینگے کہ ہر صحیح مثبت عدد کسطرح سوا ایک کے بجاے ۱۰ کے اساس اعداد بن سکتا ہے اور ہر صحیح عدد کس طرح نئی اساس کے موافق تعبیر ہو سکتا ہے اور صورجنسے اعداد تعبیر ہوتے ہین اونمین سے ہر صورت مفرد کو ہندسہ کہتے ہین جب ہم اساس لکھین تو اوس سے مطلب یہ سمجھنا چاہیے کہ وہ کوئی مثبت عدد صحیح سوا واحد کے ہے

(۴۳۴) ہر صحیح عدد موافق کسی اساس کے بیان ہو سکتا ہے فرض کرو کہ ع تو عدد صحیح ہے اور ر اساس ہے اور رن سب سے بڑی قوت رکی ہے لیکن ع سے بڑی نہیں ہے اب ع کو رن پر تقسیم اور فرض کرو کہ ا خارج قسمت نکلتا ہے اور ق باقی رہتی ہے

$$\text{تو ع} = \text{ا ر}^{\text{ن}} + \text{ق}$$

اب یہان ا کم ر سے ہے اور ق کم ر ن سے ہے تقسیم کرو ع کو $ر^{ن-۱}$ پر اور فرض کرو کہ خارج قسمت ب نکلی اور باقی ق رہے تو

$$ق = ب ر^{ن-۱} + ق$$

اور یہی عمل کیے جاؤ جب تک باقی کم ر سے ہو تو ع اس مساوات متطابقہ سے تعبیر ہوگا کہ

$$ع = ا ر^{ن} + ب ر^{ن-۱} + ح ر^{ن-۲} \ldots + ھ ر + ک$$

ہر ایک ہندسہ ا و ب و ح ... ھ و ک مین سے کم ر بہ نسبت رکھے ہے اور اون مین ایک یا کئی بعد اول کے صفر ہو سکتی ہین

(۴۳۵) ایک صحیح عدد معلوم کو ایک اساس معلوم کے موافق تعبیر کرو ایک صحیح عدد معلوم سے ہمارا مطلب یہہ ہے کہ عدد کیا تو الفاظ مین لکھا ہو یا کسی اساس عدد کی موافق ہندسون مین اگر کسی اساس کی تخصیص نہ بیان ہوئی ہو تو اوس سمجھنا چاہیے کہ اساس اعداد ۱۰ ہے فرض کرو کہ صحیح عدد معلوم ع ہے اور ر وہ اساس ہے جسکے موافق اوسی بیان کرنا چاہتے ہین اور ک و ھ ... ح و ب و ا ہندسے مطلوبہ ن+۱ التعداد مین ہین اور جانب راست سے شروع ہوتے ہین تو $ع = ا ر^{ن} + ب ر^{ن-۱} + ح ر^{ن-۲} \ldots ھ ر + ک$

تقسیم کرو ع کو ر پر اور فرض کرو کہ خارج قسمت م ہے تو یہہ ظاہر ہے کہ

$م = ا ر^{ن-۱} + ب ر^{ن-۲} + \ldots + ھ$ اور باقی ک ہے پس اسسے معلوم ہوا کہ پہلا ہندسہ ک ہے پس اسسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ اول ہندسہ دریافت کرنیکا طریقہ ہے کہ عدد معلوم کو اساس معلوم پر تقسیم کرو جو باقی رہے وہ اول ہندسہ ہے اور پہر م کو ر پر تقسیم کرو تو ظاہر ہے کہ باقی ھ رہیگی یہہ دوسرا ہندسہ مطلوبہ ہوگا پس اسیطرح عمل متواتر کرنے سے تمام ہندسے مطلوبہ دریافت ہو جائینگے

(۴۳۶) اب ہم بعض مثالین حل کرتے ہین ۳۲۸۴ کو موافق اساس ۷ کے تعبیر کرو

باقی

۷	۳۲۸۸۴	
۷	۴۶۹۷	۵
۷	۶۷۱	۰
۷	۹۵	۶
۷	۱۳	۴
	۱	۶

پس $32884 = 1\times7^5 + 6\times7^4 + 4\times7^3 + 6\times7^2 + 0\times7 + 5$

پس عدد معلوم موافق اساس ۷ کے ۱۶۴۶۰۵ ہے

عدد ۷۴۱۹۴ کی تحویل ایسے عدد مین کرو کہ جسکا اساس ۱۲ ہو

باقی

۱۲	۷۴۱۹۴	
۱۲	۶۱۸۲	۱۰
۱۲	۵۱۵	۲
۱۲	۴۲	۱۱
	۳	۶

پس $74194 = 3\times12^4 + 6\times12^3 + 11\times12^2 + 2\times12 + 10$

اعداد کو موافق اساس ۱۲ کے موافق رواج کے بیان کرنے مین دس اور گیارہ کے واسطے صورت تجویز کرنی چاہیے دس کے لئے د اور گیارہ کے لئے گ صورت مقرر کی گئین ہین

پس عدد موافق اساس ۱۲ کے ۳۶گ۲د ہے

عدد ۶۴۵۰۳۲ کا اساس نو ہے اوسکی تحویل ایسے عدد کی طرف کرو جسکا اساس آٹھہ ہو

باقی

۸	۶۴۵۰۳۲	
	۷۲۷۸۲	

آٹھہ پر تقسیم اسطرح سے کی گئی ہے کہ ۶ مین سے آٹھہ تو جا نہین سکتا اسلئے ۶۴ مین سے یہہ دریافت کرنا پڑا کہ آٹھہ کے دفعہ جاتا ہے یہان ۶ بجای ۶ گنتی ۹ کے ہے اسلئے ۶۴ حقیقت مین ۵۸ ہے پس اوسمین ۸ سات دفعہ گیا آٹھہ ستے چھپن ہوے اور باقی ۲ بچے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ کے دفعہ ۲۵ مین سے یعنی کتنی دفعہ تیئیس مین آٹھہ جا سکتا ہے دو خارج قسمت نکلا اور ۷ بچے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ آٹھہ کے دفعہ ۷۰ مین سے جا سکتا ہے

یعنی آٹھہ کے دفعہ ترسٹھہ مین سے جا سکتا ہی سات خارج قسمت نکلے اور سات باقی رہے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ ۶۷ مین ۸ کے دفعہ جا سکتا ہے یعنی ۸ کی دفعہ ۶۶ مین سے جا سکتا ہی آٹھہ خارج قسمت نکلے اور ۲ بچے اب یہہ معلوم کرنا ہے کہ ۸ کے دفعہ ۲۲ مین جا سکتا ہی یعنی ۸ کے دفعہ ۲۰ مین سے جا سکتا ہی ۲ خارج قسمت نکلے اور ۴ بچے پس ۴ ہندسہ اول دریافت ہوا اب ہم باقی لکھتے ہین طالب علم کو چاہی کہ خود تقسیم اسطرح سے کرے جس طرح سے ہمنے اوپر لکھی ہے اور پہر جو خارج قسمت نکلے اوسکا مقابلہ ہمارے لکھی ہوے عمل سے کرے

		باقی
۸	۷۲۷۸۲	
۸	۸۲۱۰	۲
۸	۱۰۲۳	۳
۸	۱۱۳	۶
۸	۱۲	۵
	۱	۳

پس عدد مطلوب $= ۱\times۸^{۶}+۳\times۸^{۵}+۵\times۸^{۴}+۶\times۸^{۳}+۳\times۸^{۲}+۲\times۸+۴$

پس یہہ عدد ۱۳۵۶۳۲۴ موافق اساس ۸ کے ہوا

(۴۳۷) یہہ بات نہایت آسان ہے کہ طالب علم مثالین خود ایسی بنالین کہ اثبات صحت عمل کے ساتھہ ہو جاوے مثلاً دو عدد موافق اساس ۱۰ کے لئے اور اونکا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کیا اور ان سبکو کسی اساس معلوم کے موافق تحویل کیا اور پہر اعداد کو موافق اسی اساس کے تحویل کیا اور جو کچہہ حاصل ہوا اونکا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کیا تو جو نتایج حاصل ہونگے وہ وہی ہونگے جو پہلے حاصل ہوئے تھے

امثلہ مشق ۴۳

(۱) ۳۴۰۴۲ کو موافق اساس ۵ کے تحویل کرو

(۲) ۴۵۷۹۲ کو ایسے عدد کی طرف تحویل کرو کہ جسکا اساس بارہ ہو

(۳) ۸۴۴ ۸ کو ایسے عدد کیطرف تحویل کرو جسکا اساس دو ہو

(۴) ۲۷۴۵ کو ایسے عدد کیطرف تحویل کرو جسکا اساس گیارہ ہو

(۵) ۷۴ گ کو گ دین ضرب دو اور یہہ اعداد موافق اساس بارہ کی ہین اونکی تحویل ایسی عدد کیطرف کرو جسکا اساس دہے اور اونکو باہم ضرب بہی دو

(۶) اگر تحویل سے ۴۱۶۱ کا عدد ۱۰۱۰ عدد بنجاوے تو اساس بتاؤ کیا ہے

(۷) اگر تحویل سے ۵۲۶۱ کا عدد ۴۰۲۰۵ ہوجاوے تو اساس دریافت کرو

(۸) ۱۶۱ ۷ کی تحویل ایسے عدد کی طرف کرو جسکا اساس بارہ ہو اور اسی اساس کے موافق ک د پر تقسیم کرو

(۹) وہ اساس دریافت کرو جسکے موافق اعداد ۱۳ و ۲۲ و ۳۴۳ سلسلہ ضرب مین ہون

(۱۰) ۱۰۰۱ د گ گ کا جذر دریافت کرو جسکا اساس ۱۲ ہو

چوالیسوان باب سود

(۴۳۸) اگرچہ مطالب سود کے علم حساب مین اچھی طرح بیان کیے گیے ہین لیکن جبر مقابلہ کی استعانت سے اون مطالب کا سمجھنا اور یاد رکھنا سہل ہوجاتا ہے

(۴۳۹) اگر کسی سے روپیہ لیکر اپنے کام مین لائین تو اس کام مین لانیکے بدلے مین اوس شخص کو جو کچھہ روپیہ دین اوسے سود یا بیاج کہتے ہین اور جو روپیہ قرض دیا جاتا ہے اوسے اصل یا مول اور جب اصل روپیہ پر اوسکا سود خاص ایک مدت کا زیادہ کیا جائے تو ماحصل کو اصل مع سود کہتے ہین یا مول بیاج

(۴۴۰) سود دو طرح کا ہوتا ہے ایک تو نرا سود دوسرا سود در سود یا بیاج پر بیاج نرا سود تو وہ ہے جو فقط اصل روپیہ پر لگایا جاوے اور سود در سود یہہ کہ جب سود واجب الادا ہو تو اوسکو اصل کے ساتھہ ملالیوین اور آیندہ اس اصل مع سود کو قائم مقام اصل سمجھکر اوسپر سود لگاوین

(۴۴۱) ایک خاص روپیون کی مقدار پر ایک خاص مدت کے لیئے سود جو ٹھہرے اوسکو شرح سود یا بہاؤ سود کا کہتے ہین اکثر رواج یہہ ہے کہ خاص مقدار روپیون کی جسکی موافق

شرح سود قرار پاتی ہے سو روپیہ ہوتے ہین اور خاص مدت جسکے لئے سود ٹھہرتا ہی ایک مہینہ
یا ایک سہ ماہی یا ششماہی یا ایک سال ہوتا ہی جب ہم یہہ کہتے ہین کہ شرح سود کی ایک
روپیہ ہے تو اسکے یہہ معنی ہوتے ہین کہ سو روپیہ کسیکے لیکر ایک مہینہ تک کام مین لاوین
تو اس کام مین لانیکا عوض ایک روپیہ ہے

(۴۴۲) اصل مع سود کسی جمع کے جب فقط اصل ہی پر سود لگے دریافت کرو

فرض کرو کہ ف اصل کے روپیون کی مقدار ہی اور ن تعداد برسون کی ہی کہ جسکے واسطے سود کا
حساب کرنا ضرور ہے (جبکہ دن یا مہینون کا سود دریافت کرنا ہو تو اسوقت ن کسر ہوگی)
اور ر سود ایک روپیہ کا ایک سال مین اور م اصل مع سود چونکہ ر سود ایک روپیہ کا ایک سال
مین ہے تو ف ر سود ایک سال کا ف روپیون کے لئے ہوگا اور ن ف ر سود ن سال کے
لئے ف روپیہ کا ہوگا اسواسطے م = ف + ف ن ر = ف (۱ + ن ر)

(۴۴۳) اس مساوات م = ف (۱ + ن ر) سے ظاہر ہے کہ جب چار مقدارون م اور ف
اور ن اور ر مین سے تین مقداریں معلوم ہونگین تو چوتھی مقدار خود معلوم ہوجاویگی مثلاً

ف = م ÷ (۱ + ن ر) اور ن = (م − ف) ÷ (ف ر) اور ر = (م − ف) ÷ (ف ن)

(۴۴۴) اصل مع سود کسی جمع کے مدت مفروض کے لئے بحساب سود در سود کے دریافت کرو

فرض کرو کہ ف تعداد روپیہ کی اصل مین ہے اور ن تعداد برسون کی ہی اور ر سود ایک روپیہ کا
ایک سال مین ہی اور ر کو روپیہ کی کسر مین تحویل کرلو اگر ضرورت ہو اور م تعداد روپیہ کی
اصل مع سود فرض کرو ایک روپیہ کا ایک سالمین اصل مع سود ا ہو یعنی ا = ۱ + ر تو ف ا
اصل مع سود ف روپیہ کے ایک سال مین ہوا اور یہ اصل مع سود ف ا روپیہ کا ایک سالمین
ف ا ا یا ف ا^{2} ہوگا اسواسطے اصل مع سود ف روپیہ کے دو سال مین ف ا^{2}
ہوا اور ایسی ہی اصل مع سود ف ا^{2} کا ایک سال مین ف ا^{2} ا یا ف ا^{3} ہوا اور اسیواسطے
اصل مع سود ف روپیہ کا تین سالمین ف ا^{3} ہے پس علی ہذا القیاس اصل مع سود ف روپیہ کا

تین سال مین ف ر۳ ہے پس علیٰ ہذا القیاس اصل مع سود فی روپیہ کی ن سالون مین

ف رن ہے یعنی م = ف رن

پس سود ن سال مین یہہ ہوگا ف رن − ف یا ف (رن − ۱)

(۴۴۵) کوئی اصل مع سود بعد ایک مدت مفروض کے واجب الادا ہو اور بالفعل روپیہ اوسکا لیلیا جاوے تو وہ روپیہ اتنا ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو موافق سود سابق کے چلاوین تو انجام مدت مفروض مین اصل مع سود وہ حاصل ہو جو پہلی حاصل ہوتا اس روپیہ کو قیمت حال اوس اصل مع سود کی کہتے ہین مثلاً زید کو بکر کے ۵۰۰ روپیہ آج سے نو مہینہ بعد دینے ہون اور سود چار روپیہ سیکڑہ سالیانہ ہو تو ظاہر ہے کہ اگر یہہ روپیہ اب دیا جاوے تو بکر کے پاس کم روپیہ ۵۰۰ سے پہونچنا چاہیے اور اسقدر کم ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو اب چار روپیہ سیکڑہ سود پر دیدیا جاوے تو نو مہینہ کے انجام مین اصل مع سود ۵۰۰ روپیہ ہو پس بالفعل جو روپیہ بکر پاویگا اوسکو قیمت حال اوس اصل مع سود کے کہتے ہین یعنی اصل قیمت حال ہوتی ہے دفعہ ۴۴۳ کو دیکھو

(۴۴۶) ہنوز روپیہ واجب الادا نہوا اور وہ پیشگی لے لیا جاوے تو جو روپیہ اس پیشگی لینے کے عوض مین دیا جاتا ہے اوسکو بٹا اور کٹوتی و بلٹا دمتی کاٹا وغیرہ کہتے ہین مثلاً دفعہ مذکور کی صورت مین جسقدر روپیہ بکر کو ۵۰۰ روپیہ سے کم ملیگا اوسے کٹوتی کہینگے اوپر کی تعریف قیمت حال سے واضح ہوتا ہے کہ قرض ہر وقت ادا ہو سکتا ہے اگر قیمت حال ایک ہی دفعہ ادا کر دی جاوے پس اسے معلوم ہوا کہ کٹوتی برابر ہوتی ہے اوس حاصل تفریق کے جو اصل مع سود واجب الادا مینسے قیمت حال کی کم کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۴۴۷) قیمت حال اوس روپیہ کی جو ایک مدت مفروض کے بعد واجب الادا ہو دریافت کرو اور کٹوتی بھی معلوم کرو

فرض کرو کہ قیمت حال مین جو تعداد روپیہ کی ہے وہ ف سے تعبیر ہوتی ہی اور اون تعداد

سالون کی ہی اور ر سود ایک روپیہ کا ایک سال مین ہے اور رکو روپیہ کی صورت مین لکھہ لو اور م تعداد اوس روپیہ کی ہے جو واجب الادا ہوا اور ک کٹوتی سود کی تو

فرض کرو کہ ا = ر + ۱ تو

موافق دفعہ ۴۴۲ کے نرے سود کی صورت مین م = ف (۱ + ن ر)

اسواسطے $ف = \frac{م}{۱ + ن ر}$ اور $ک = م - ف = \frac{م ن ر}{۱ + ن ر}$

اور سود در سود کے صورت مین بموجب دفعہ ۴۴۴ کے $م = ف ا^{ن}$

اسواسطے $ف = \frac{م}{ا^{ن}}$ اور $ک = م - ف = \frac{م (ا^{ن} - ۱)}{ا^{ن}}$

(۴۴۸) کاروبار تجارت مین رواج یہہ پڑگیا ہے کہ جو روپیہ قبل واجب الادا ہونے کے سی لیا جاتا ہے اوسکا سود دیا جاتا ہے کٹوتی کا حساب نہین لگایا جاتا اگر نرا سود ہو تو بجای $\frac{م ن ر}{۱ + ن ر}$ کے م ن ر حساب مین لگایا جاوے

امثلہ ۴۴

(۱) ا روپیہ کی کیا شرح سود فیصدی رکھین کہ ایکسال مین اوسی سود کا روپیہ اوسقدر حاصل ہو جسقدر کہ ب روپیہ بحساب ح روپیہ فیصدی سود کے سود ایکسال مین حاصل ہوتا ہے

(۲) ثابت کرو کہ اگر روپیہ سود در سود کسی شرح سود کے موافق کسی مدت خاص کیلئے دیا جاے تو وہ زیادہ بڑہیگا بہ نسبت اسکے کہ پہلے سی دو چند سود پر نصف مدت سابق کیلئے دیا جاتا بڑہتا

(۳) ایک خاص شرح سود کی ہے اور سود پر سود نہین ملتا ہے تو بتاؤ کتنی مدت مین روپیہ دو چند ہوگا

(۴) $(۱ + ر)^{ن}$ کی صورت مفصلہ مین موافق ضابطہ نیوٹن کے جو اول تین قسمین ہین اونکو لیکر یہہ ثابت کرو کہ جمع روپیہ کی پندرہ برس مین بشرح سود پانچ روپیہ سیکڑہ کے بحساب سود در سود کے دو چند سے زیادہ ہوجاویگی

سوالات متفرقہ

(۱) جب ا = ۵ اور ب = ۴ ہو تو دریافت کرو کہ
ا^3 + ۳ ا^{2}ب + ۳ ا ب^2 + ب^3 اور ا^2 + ۱۰ اب + ۹ ب^2 اور (ا − ب)^2 کی قیمتیں کیا ہیں

(۲) خطوط وحدانی دور کرو ۵ لا − ۳ [۲ لا + ۹ ی − ۲ { ۳ لا − ۴ (ی − لا) }]

(۳) ۳ − ۵ لا + ۲ لا^2 کو مجذور کرو

(۴) تقسیم کرو ۱ کو ۱ − لا + لا^2 پر چار رقموں تک اور ۱ − لا کو ۱ − لا^2 پر بھی چار رقموں تک تقسیم کرو

(۵) مختصر کرو (۴ لا^2 − ۱۷ لا + ۱۲) / (۶ لا^2 − ۱۷ لا + ۱۲) کو

(۶) ذو اضعاف اقل ۴ لا^2 − ۹ و ۶ لا^2 − ۵ لا − ۶ اور ۶ لا^2 + ۵ لا − ۶ کا دریافت کرو

(۷) مختصر کرو (لا/۱ + ۱/لا − ۲) / (لا − ۱) + (لا/۱ + ۱/لا + ۲) / (لا + ۱) کو

(۸) حل کرو (لا − ۲)/۳ + (لا + ۵)/۴ = (۷ لا − ۶)/۹

(۹) پہلی مرتبہ ایک کتاب جو چھپی تو اوسکے ۶۰۰ صفحہ اور دو حصے تھے دوبارہ مصنف نے جو اوسکو چھپوایا تو دوسرے حصہ مین سے چوتھائی حصہ اڑا دیا اور پہلے حصہ مین تیس ۳۰ صفحہ زیادہ کر دئے اور اب دونو حصے برابر ہو گئے تو بتاؤ ہر ایک حصہ مین کتنے کتنے صفحے تھے

(۱۰) دو بل تھے ایک بل بہ نسبت دوسری کی بقدر ایک تہائی چھوٹے بل کے زیادہ تھا جب اون دونو کو پانچ روپیہ کے بل سے بدلا تو بقدر نصف حاصل تفریق دونو بلون کے اور روپیہ دینا پڑا تو بتاؤ بل کتنے کتنے روپیہ کے تھے

(۱۱) جمع کرو ی + ۱/۲ ط − ۱/۳ لا و ط + ۱/۲ لا − ۱/۳ ی و لا + ۱/۲ ی − ۱/۳ ط
اور جو کچھ حاصل ہو اوسے ۱/۴ لا − ی − ۱/۳ ط تفریق کرو

(۱۲) اگر ا = ۱ و ب = ۳ و ح = ۵ دریافت کرو
[۲ ا^3 + ب^3 + ا^2 (ب − ح) + ب^2 (۲ا − ح) + ح^2 (۲ا + ب) + ح^3] / [۲ ا^3 − ب^3 + ح^3 + ا^2 (ب − ح) − ب^2 (۲ا − ح) + ح^2 (۲ا + ب)] کی قیمت

(۱۳) مختصر کرو (ا+ب)^{۲} - (ا+ب)(ا-ب) - [ا(۲ب-۲) - (ب^{۲} - ۲ا)]

(۱۴) تقسیم کرو ۲لا^{۵} - لا^{۴}ی - ۴لا^{۳}ی^{۲} + ۵لا^{۲}ی^{۳} - ۴ی^{۵} کو لا^{۲} - لا ی + ۲ی^{۲} پر

(۱۵) اختصار کرو $\frac{\text{لا}^{۴} - ۲\text{لا}^{۳} + \text{لا}^{۲} - ۱}{\text{لا}^{۴} + \text{لا}^{۲} + ۱}$ کا

(۱۶) ذو اضعاف اقل لا^{۲} - ۹لا - ۱۰ و لا^{۲} - ۷لا - ۳۰ و (لا+۱)(لا+۳)(لا-۱۰)

اور لا^{۲} + ۴لا + ۳ کا

(۱۷) مختصر کرو $\frac{۲}{\text{لا}^{۲} - ۹\text{لا} - ۱۰} + \frac{۳}{\text{لا}^{۲} - ۷\text{لا} - ۳۰} - \frac{۵}{\text{لا}^{۲} + ۴\text{لا} + ۳}$

(۱۸) حل کرو لا - $\frac{\text{لا}-۲}{۳} = \frac{\text{لا}+۱۵}{۴} - \frac{\text{لا}}{۵}$

(۱۹) حل کرو $\frac{۳}{۲}$(لا-۱) - $\frac{۲}{۳}$(لا+۲) + $\frac{۱}{۴}$(لا-۳) = ۴

(۲۰) ریلوی کمپنی میں زید و بکر کے ۱۷۵ حصے تھے یہ حصے دونوں نے آپس میں اس طرح سے تقسیم کر لئے کہ زید نے ۸۵ حصے لئے اور بکر نے ۹۰ حصے لئے اور زید کو ۱۰۰ روپیہ دیئے تو بتاؤ ہر ایک حصہ کتنے روپیہ کا تھا

(۲۱) جمع کرو ا + ۲لا - ی + ۲۴ب و ۳ا - ۴لا - ۲ی - ۱۸ب و لا + ی - ۲ا + ۵ب

اور حاصل جمع میں سے ۳ا + ب + ۳لا + ۲ی کو تفریق کرو

(۲۲) دریافت کرو $\frac{\text{ا}^{۲}}{\text{ب}} + \sqrt{۷\text{اب}(۲\text{ح}^{۲} - \text{اب})} - (۲\text{ا} - ۳\text{ب})^{۲}$ کی قیمت

جب ا = ۳ و ب = ۲$\frac{۱}{۳}$ و ح = ۲

(۲۳) مختصر کرو (لا(لا+ا) - ا(لا-ا))(لا(لا-ا) - ا(ا-لا))

(۲۴) تقسیم کرو $\frac{\text{لا}^{۳}}{۸} - \frac{\text{لا}}{۴} + \frac{۱}{۸} - \frac{۵\text{لا}^{۲}}{۲۴}$ کو $\frac{\text{لا}}{۳} - \frac{۱}{۲}$ پر اور نتیجہ کی صحت ضرب سے ثابت کرو

(۲۵) مقسوم علیہ اعظم لا^{۴} + ۳لا^{۲} - ۱۰ اور لا^{۴} - ۳لا^{۲} + ۲ کا دریافت کرو

(۲۶) مفرد بناؤ $\frac{۲\text{ا}^{۲}}{\text{ب}^{۲} - ۴\text{ا}^{۲}} - \frac{\text{ب}}{\text{ب} + ۲\text{ا}} + \frac{\text{ا}}{۲\text{ا} - \text{ب}}$

(۲۷) ذو اضعاف اقل لا^{۲} - ۴ و ۴لا^{۲} - ۷لا - ۲ اور ۴لا^{۲} + ۷لا - ۲ کا دریافت کرو

(۲۸) حل کرو $\frac{۲\text{لا}}{۳} - \frac{\text{لا}-۱}{۱۵} + \frac{\frac{۱}{۲}\text{لا}-۱}{۶} = ۴$

(۲۹) ایک جوڑا کپڑوں کا ۵ روپیہ ۷ ر ۶ پائی کو خریدا پاجامہ کی قیمت کرتہ سے ڈیوڑھی دی

اور انگرکھہ کی قیمت ڈیوڑھی دونو پاجامہ اور کرتہ سی دی تو بتاؤ ہر یک کی جداجدا کیا قیمت ہے

(۳۰) کچھہ من گیہون ۲٫۶ پائی فی من ایک بنئے نے بیچے اور ۲۰ من جوار فی من ۱۳ پائی کے حساب سے فروخت کی اور یہہ سب قیمت اتنی ہوئی کہ اگر جوار اور گیہون کو ملا کر ۵٫۶ پائی من بیچا تو حاصل ہوتے تو بتاؤ کتنے من گیہون فروخت کئے

(۳۱) اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = $-\frac{1}{2}$ و د = ۰ قیمت

$\frac{ا - ب + ح}{ا - ب - ح} - \frac{اد - ب ح}{ب د + ا ح} - \left(\frac{ب^{۳}}{ا} - \frac{د^{۲}}{ح^{۲}}\right)$ کی قیمت دریافت کرو

(۳۲) لا − ا اور لا − ب اور لا + ا اور لا + ب کو آپسمین ضرب دو اور حاصلضرب کو

لا^۲ + لا (ا + ب) + ا ب پر تقسیم کرو

(۳۳) تقسیم کرو ۸ لا^۵ − لا^۲ ی^۳ + $\frac{1}{2}$ ی^۵ کو ۲ لا + ی پر

(۳۴) مقسوم علیہ اعظم ۴ لا (لا^۲ + ۱۰) − ۲۵ لا − ۱۶۲ اور لا^۲ − ۷ لا + ۱۰ کا دریافت کرو

(۳۵) اختصار کرو $\frac{۱۲ لا^{۲} - ۱۵ لا ی + ۳ ی^{۲}}{۶ لا^{۳} - ۶ لا^{۲} ی + ۱۲ لا ی^{۲} - ۲ ی^{۳}}$ کا

(۳۶) اختصار کرو $\frac{۱}{۱ + \frac{ا}{ب + \frac{ح}{د}}} + \frac{ا}{ا + ب + \frac{ح}{د}}$

(۳۷) حل کرو $\frac{لا - ۱}{۹} - \frac{۲ - لا}{۴} - \frac{۲ لا - ۱}{۱۴} + \frac{۲ - ۳ لا}{۳۰} = ۰$

(۳۸) حل کرو $\frac{۲ لا - ۱}{۳} - \frac{لا + ۴}{۹} = \frac{۵ لا - ۱}{۲۷}$

(۳۹) ایک کام کو ا ایک گھنٹہ میں بناتا ہے اور ب اور ح میں سے ہر یک دو گھنٹہ میں اوسی کام کو بناتا ہے تو بتاؤ ا اور ب اور ح ملکر کتنی دیر میں بنائینگے

(۴۰) زید پاس بکر سے چند روپیہ ہے جب زید نے بکر کو دو روپیہ دیدئے تو زید کا روپیہ بکر سے دوچند ہوگیا تو بتاؤ ہر یک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۴۱) جمع کرو ۲ لا + ۳ ی + ۴ ی اور لا − ۲ ی + ۵ ی اور ۷ لا − ی + ی کو

(۴۲) جملہا ذیل کا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کرو

۳ لا^۲ − ۴ لای + ۴ ی^۲ اور ۳ لا^۲ + ۲ لای − ۳ ی^۲

(۴۳) مختصر کرو ۲ ا − ۳ (ب − ح) + {ا − ۲ (ب − ح)} − ۲ {ا − ۳ (ب − ح)}

(۴۴) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم لا^۴ + ۷ ۶ لا^۲ + ۴۴ و لا^۳ + ۲ لا^۲ + ۲ لا + ۱ کا

(۴۵) مختصر کرو (لا^۳ − ۱)/(لا^۲ − ۱) × (لا + ۱)/(لا^۴ + ۲ لا^۳ + ۲ لا^۲ + ۲ لا + ۱)

(۴۶) دریافت کرو ذوضعاف اقل لا^۲ − ۴ و لا^۲ − ۵ لا + ۶ و لا^۲ − ۹ کا

(۴۷) مختصر کرو (۳ لا^۳ − ۴ لا^۲ − لا − ۱۴)/(۶ لا^۳ − ۱۱ لا^۲ − ۱۰ لا + ۷) کو (۴۸) حل کرو ۳ (لا − ۲) − ۴ (لا − ۲) = ۲ (۳ − لا)

(۴۹) حل کرو √(۹ + ۴ لا) = ۵ − ۲ √لا

(۵۰) ۳ر ۹ پائی سیر کی کہانڈ کتنی ۵۴ سیر کہانڈ مین جسکی قیمت فی سیر ۳ر ۴ پائی ہے ملاوین کہ ۳ر ۶ پائی سیر کی کہانڈ بنجاوے

(۵۱) ضرب دو ۳ ا^۲ + اب − ب^۲ کو ا^۲ − ۲ اب − ۳ ب^۲ مین اور حاصلضرب کو ا + ب پر تقسیم کرو

(۵۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم ۲ لا (لا − ۳) + ۳ (لا − ۶ ۳/۴) + ۱۵ اور ۲ لا^۳ − ۵ لا^۲ − ۶ لا + ۱۵ کا

(۵۳) مختصر کرو ۱/(۱ − ۱/(۱ + لا)) + ۱/(۱ − ۱/(۱ − لا))

(۵۴) مختصر کرو (ا + ب)^۲/(ا − ب) ÷ (اب + ب^۲)/(ا^۲ − اب)

(۵۵) حل کرو ۱/ی + ۲/لا = (۲ لا + ۳)/(لای) و (۱ − ۲ لا^۲)/لا = ی/لا − (۱ + ۲ لا)

(۵۶) حل کرو لا + ۳/ی = ۷/۲ و ۳ لا − ۲/ی = ۲۶/۳

(۵۷) حل کرو ۲ (لا − ۳) − ۱/۵ (ی − ۳) = ۳

۳ (ی − ۵) + ۱/۴ (لا − ۲) = ۱۰

(۵۸) حل کرو ۷ ی ى = ۱۰ (ی + ى) و ۳ ى لا = ۴ (ى + لا) و ۹ لای = ۲۰ (لا + ی)

(۵۹) حل کرو ا/لا + ب/ی = م و ب/لا − ا/ی = ن

(۶۰) ایک کسر کا نسب نما شمار کنندہ سے بقدر ۲ کے زیادہ ہے اور اگر شمار کنندہ پر ۵ زیادہ کرین تو کسر بقدر ایک کے زیادہ ہوجاتی ہے تو اوس کسر کو دریافت کرو

(۶۱) تقسیم کرو لا۵ − ۱/لا۵ کو لا − ۱/لا پر

(۶۲) اختصار کرو (۳لا۳ − ۴۹لا − ۱۰)/(۲۱لا۴ − ۱۴لا۲ − ۲۹لا − ۱۰)

(۶۳) اختصار کرو (۱ − ۱/(لا + ۱/لا)) ÷ (لا/۲ + ۱/۲لا − ۱) کو

(۶۴) حل کرو ۳(لا − ۱) + ۲(لا − ۲) = لا − ۳

(۶۵) حل کرو (لا − ۱)/۳ = (ی + ۱)/۴ و (۲لا − ۳)/۵ = (۱۳ − ۲ی)/۷

(۶۶) حل کرو ۵لا + ۲ = ۳ی و ۶لا ی − ۱۰لا۲ + (ی − ۲لا)/۸ = ۸

(۶۷) حل کرو (لا + ی)/۲ − (۲ی − لا)/۳ = ۳ و (۳ی + ۲لا)/۴ + ۹(لا − ۱)/۸ = لا/۲

(۶۸) حل کرو √(لا۲ + ۴۰) = لا + ۴

(۶۹) حل کرو (لا۲ + ۳لا + ۲)/(لا + ۱) − (لا۲ − لا − ۶)/(لا + ۲) = ۵لا/۲

(۷۰) باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند ہے اور دس برس پہلے باپ کی عمر بیٹے کی عمر کی تین چند تھی تو بتاؤ بالفعل اونکی عمر کیا ہے

(۷۱) اگر لا = ۴ کی ہو تو قیمت

√(۲لا + ۱) − (لا + √(۶/لا)) − (۳ − لا۲/(۲لا√(۴ − ۳))) کی دریافت کرو

(۷۲) تحویل کرو (۳لا۳ − ۱۶لا۲ + ۲۳لا − ۶)/(۲لا۳ − ۱۱لا۲ + ۱۷لا − ۶) کو ایسی کسر کیطرف جسکا شمارکنندہ اور نسب نما نہایت مختصر ہو اور جب لا = ۳ تو اوسکی قیمت کیا ہو گی

(۷۳) اجزاء ضربی مفرد مین لا۲ − ۳لا + ۲ اور لا۲ − ۷لا + ۱۰ اور لا۲ − ۶لا + ۵ کو تحلیل کرو

(۷۴) مختصر بناؤ ۱/(لا۲ − ۳لا + ۲) + ۳/(لا۲ − ۷لا + ۱۰) − ۴/(لا۲ − ۶لا + ۵)

(۷۵) حل کرو ۱/۱۴ (۳لا + لا/۳) − ۱/۷ (۴لا − ۲ ۲/۳) = ۱/۲ (۵لا − ۱)

(۷۶) حل کرو ۹لا۲ − ۴۳لا + ۴۸ = ۰

(۷۷) کچھ دنون کے لیئے ایک مرد اور ایک لڑکا مزدوری پر لگائے گئے مرد نے ۲۷ آنہ مزدوری کے پائے اور لڑکے نے ۱۲ لیکن جتنے دنون کام ہوا اونمین سے تین دن

یہہ لڑکا غیر حاضر رہا اگر لڑکے کی طرح تین دن مرد غیر حاضر رہتا تو ہر ایک کو مزدوری برابر ملتی تو بتاؤ
ہر ایک کی شرح مزدوری کیا ہے

(۷۸) ۹ لا^{۴} − ۶ لا^{۳} + ۷ لا^{۲} − ۲ لا + ۱ کا جذر نکالو اور ثابت کرو کہ نتیجہ صحیح ہے
جب لا = ۱۰۰ کے ہو

(۷۹) اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو

ا^{۲}ح + اح^{۲} : ب^{۲}د + بد^{۲} :: (ا + ح)^{۳} : (ب + د)^{۳}

(۸۰) اگر ا و ب و ح و د سلسلہ ہندسیہ میں ہوں تو ثابت کرو کہ ا^{۲} + د^{۲} بڑا ب^{۲} + ح^{۲} سے ہوگا

(۸۱) اگر ن مثبت صحیح عدد ہو تو ثابت کرو کہ ۷$^{۲ن + ۱}$ + ۱ کی تقسیم ۸ پر پوری ہو سکتی ہے

(۸۲) ذو اضعاف اقل لا^{۲} − ۴ د^{۲} و لا^{۳} + ۶ لا^{۲} د + ۱۲ لا د^{۲} + ۸ د^{۳} اور
لا^{۳} − ۶ لا^{۲} د + ۱۲ لا د^{۲} − ۸ د^{۳} کا دریافت کرو .

(۸۳) حل کرو $\frac{۳}{لا}$ + $\frac{۱}{د}$ = $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۴}{لا}$ − $\frac{۳}{د}$ = ۲ $\frac{۵}{۹}$

(۸۴) حل کرو لا^{۲} + ۲ لا + ۲ $\sqrt{لا^{۲} + ۲ لا + ۱}$ = ۴۷

(۸۵) ایک عدد میں دو ہندسے ہیں اگر اونکو معکوس کر کے لکھیں تو دونوں عدد کا حاصل جمع ۱۲۱ ہوتا ہے اور حاصل ضرب دونوں ہندسوں کا ۲۸ ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۸۶) ایک پیپہ شراب کا ہے اوسمیں سے ۹ بوتل شراب کی نکالیں اور پانی سے بہر دیں اور پہر نو بوتلیں نکالیں اور پہر پانی سے پیپے کو بہر دیا تو اب جو پیپہ میں شراب اور پانی ہے اوس میں نسبت ۱۶ و ۹ کی ہے تو بتاؤ کتنی بوتلیں پیپہ میں شراب کی تہیں

(۸۷) جذر نکالو ۱۶ لا^{۶} + ۲۵ د^{۶} − ۳۰ لا د^{۵} − ۲۴ لا^{۵} د + ۹ لا^{۲} د^{۴} + ۴۰ لا^{۳} د^{۳} کا

(۸۸) ایک سلسلہ حسابیہ میں اول رقم ۸۱ ہے اور چودہویں رقم ۱۵۹ ہے اور سلسلہ ہندسیہ میں دوسری رقم ۸۱ ہے اور چھٹی رقم ۱۶ ہے تو سلسلہ موسیقیہ میں وسطی النسبت دونوں سلسلوں کی چوتھی رقموں کی درمیان میں دریافت کرو

(۸۹) اگر √۵ = ۲ء۲۳۶۰۶ تو پانچ مرتبۂ اعشاریہ تک قیمت ۶/(√۵ − ۱) کی دریافت کرو

(۹۰) اگر لا بڑا ۹ سے ہو تو ثابت کرو کہ √لا بڑا بہ نسبت √(لا + ۱۸) کے ہوگا

(۹۱) تقسیم کرو (لا − د)^۳ − ۲د (لا − د)^۲ + د^۲ (لا − د) کو (لا − ۲د)^۲ پر

(۹۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم اور ذو اضعاف اقل ۲۴ (لا^۳ + لا^۲د + لا د^۲ + د^۳)

اور ۱۶ (لا^۳ − لا^۲د + لا د^۲ − د^۳) کا

(۹۳) لا/(لا^۳ + لا^۲د + لا د^۲ + د^۳) + د/(لا^۳ − لا^۲د + لا د^۲ − د^۳) + ۱/(لا^۲ − د^۲) − ۱/(لا^۲ + د^۲) کو مختصر کرو

(۹۴) حل کرو (۶لا + ۲)/۱۲ + (۲لا + ۵)/۲ = ۳ − (۸لا + ۱)/۹

(۹۵) حل کرو لا د + ۲۰ (لا − د) = ۰ اور د ی + ۳۰ (د − ی) = ۰ و ۳لا − ۲ی = ۰

(۹۶) حل کرو ۴ لا^۲ − ۲ لا + ۲√(۳ لا^۲ − ۴ لا − ۶) = ۱۸ + ۲ لا

(۹۷) موہن ۸ ۱/۳ میل فی گھنٹہ کشتی مین چلتا ہے وہ گڈہ سے اہار کو چلا اور سوہن اہار سے گڈہ کی طرف چلا اور موہن اہار مین ۱۲ منٹ ٹہرا اور گڈہ مین اولٹا ۲ گھنٹہ ۴۰ منٹ بعد سوہن کے پہنچنے سے آگیا اور سوہن ۷ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کشتی مین چلتا ہے اسلئے کہ دہار گڈہ کی طرف نہین چلتی تو اہار اور گڈہ مین فاصلہ بتاؤ

(۹۸) ایک کنجڑن نے اس خیال سے کہ سیب ان ایسے ہو گئے ہین کہ پانچ آنہ کے سیبون مین پہلے سے ۶۰ سیب زیادہ وہ دے سکتی ہے ایک پائی فی درجن قیمت کم کردی تو بتاؤ فی درجن قیمت کیا ہے

(۹۹) اس سلسلہ ۱۲ + ۴ + ۱ ۱/۳ + ۰۰۰ کی ۸ رقمین اور لا انتہا رقمون کو جمع کرو

(۱۰۰) تین عدد ایسے سلسلہ ہندسیہ مین دریافت کرو کہ اگر ۱ و ۳ و ۹ اونین بالترتیب تفریق کرین تو حاصل تفریق سلسلہ حسابیہ مین ہون جنکا حاصل جمع ۱۵ ہو

(۱۰۱) ضرب دو لا^(۲/۳) − لا^(۱/۲) + لا^(۱/۳) − لا^(۵/۶) + لا^(۲/۳) − لا + لا^(۱/۲) − ۱ کو لا^(۱/۲) + ۱ مین تقسیم کرو ۱ − لا^(۳/۲) کو ۱ − لا^(۱/۲) پر

(۱۰۲) دریافت کرو ذو اضعاف اقل $لا^{۴} - ۲و لا^{۳} + ۳و^{۲} لا^{۲} + ۲و^{۳} لا + و^{۴}$ ، $لا^{۴} + ۲و لا^{۳} - و لا^{۲} - ۲و^{۳} لا + و^{۴}$
$و لا^{۳} + و^{۲} لا^{۲} - و^{۳} لا - و^{۴}$ کا

(۱۰۳) مختصر کرو
$$\frac{\frac{ا^{۳} - ب^{۳}}{ا^{۲} - ب^{۲} + ۲ب^{۲}}}{۱ + \frac{ا + ب}{ا - ب}}$$

(۱۰۴) حل کرو $\frac{لا + ۵}{۶} + \frac{۱}{۹}\left(\frac{لا}{۲} + \frac{۲}{۵}\right) - \frac{۲}{۳}(۳ + ۲لا) = \frac{۱۴ - ۴لا}{۳} + \frac{لا + ۱۰}{۱۰}$

(۱۰۵) حل کرو $\frac{۶}{لا - ۱} + \frac{۸}{لا - ۵} = \frac{۷}{لا + ۱} + \frac{۱۸}{لا + ۵}$

(۱۰۶) حل کرو $لا^{۲} + ی^{۲} + ی^{۲} = ۵۰$

$ی ی + لا ی - ی لا = ۷$.

$لا ی - ی ی - ی لا = ۴۷$

(۱۰۷) موہن اور سوہن دونون ۱۴۰ میل ریل مین چلے اور سوہن نے اس سبب سے کہ اوسی وقت مراجعت کرنیکا ارادہ کیا تہا ٹکٹ واپسی بہی ساتہہ لے لیا تہا اور موہن سے ڈیوڑہا روپیہ دونون ٹکٹون کے لئے سوہن کا خرچ ہوا تہا اسطرح ہر سو میل کی مسافت مین ۴ ر ۲ پائی سوہن کی بہ نسبت موہن کے کم خرچ ہوئے تو بتاؤ موہن کے ٹکٹ کی کیا قیمت تہی

(۱۰۸) اوسط موسیقیہ درمیان ۳ و ۳/۲ کے اور اوسط ہندسیہ درمیان ۲ و ۱۸ کی دریافت کرو

(۱۰۹) $\frac{لا}{ی}\left(۲ + \frac{لا}{ی}\right) - \frac{ی}{لا}\left(۲ - \frac{ی}{لا} + \frac{لا}{ی}\right)$ کا جذر نکالو

(۱۱۰) اگر ا : ب :: ب : ح تو ثابت کرو کہ $ب^{۴} = \frac{ا^{۲} - ب^{۲} + ح^{۲}}{ا^{-۲} - ب^{-۲} + ح^{-۲}}$

(۱۱۱) تقسیم کرو $لا^{\frac{۳ن}{۲}} - لا^{\frac{-۳ن}{۲}}$ کو $لا^{\frac{ن}{۲}} - لا^{\frac{-ن}{۲}}$ پر

(۱۱۲) مختصر کرو $\frac{لا^{۳} + ۳لا^{۲} - ۲۰}{لا^{۳} - لا^{۲} - ۱۲}$ کو نہایت چہوٹی رقمونکی طرف اور قیمت دریافت کرو جب لا = ۲

(۱۱۳) حل کرو $\frac{لا - ۳}{لا - ۴} - \frac{۱۳}{۴} = \frac{لا - ۲}{۳(لا - ۶)}$

(۱۱۴) م کی ایسی قیمتین اس مساوات $م^{۲} لا^{۲} + (م^{۲} + م) ا لا + ا^{۲} = ۰$ مین دریافت کرو کہ قیمتین اس مساوات کی آپس مین برابر ہو جاوین

(۱۵) حل کرو $۳لای + لا^{۲} = ۱۰$ و $۵لای - ۲لا^{۲} = ۲$

(۱۶) حل کرو $\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ی} = ۵$ و $\frac{لا}{ی} + \frac{ی}{لا} = ۲\frac{۱}{۶}$

(۱۱۷) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکی شمار کنندہ کو چوچند کرین اور نسب نما پر ۳ زیادہ کرین تو کسر دوچند ہو جاوے اور اگر شمار کنندہ پر ۲ زیادہ کرین اور نسب نما کو چوچند کرین تو کسر نصف ہو جاوے

(۱۱۸) مختصر کرو $\left[-\left(لا^{۳}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right]^{\frac{۱}{۳}} \times \left[-\left(-لا\right)^{۳}\right]^{\frac{۱}{۲}}$

(۱۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ کی تیسری رقم ۱۸ ہے اور ساتوین رقم ۳۰ ہے حاصل جمع ۱۷ رقمون کا دریافت کرو

(۱۲۰) اگر $\frac{ا+ب}{۲}$ و ب و $\frac{ب+ح}{۲}$ سلسلہ موسیقی مین ہون تو ثابت کرو کہ ا و ب و ح سلسلہ ہندسیہ مین ہین

(۱۲۱) مفرد بناؤ $ا - \cfrac{۱}{ب + \cfrac{۱}{ب + \cfrac{اب}{ا-ب}}}$

(۱۲۲) جذر $۳۷لا^{۲}ی^{۲} - ۳۰لا^{۳}ی + ۹لا^{۴} - ۲۰لای^{۳} + ۴ی^{۴}$ کا نکالو

(۱۲۳) $۳لا^{۳} - ۱۴لا^{۲} - ۲۴لا$ کو اجزاء ضربی مین تحلیل کرو

(۱۲۴) حل کرو $\frac{لا+۵}{۲لا-۱} - \frac{۳(۵لا+۱)}{۵لا+۴} = \frac{۴}{۲لا-۱} - ۲\frac{۱}{۲}$

(۱۲۵) حل کرو $لا^{۳} + \frac{۱}{لا^{۳}} = \frac{۶۵}{۸}$

(۱۲۶) حل کرو $لا^{۲} - ی^{۲} = ۹$ و $لا + ۴ = ۳(ی - ۱)$

(۱۲۷) حل کرو $ی + \sqrt{لا^{۲} - ۱} = ۲$ و $\sqrt{(لا+۱)} - \sqrt{(لا-۱)} = \sqrt{ی}$

(۱۲۸) اگر ا و ب و ح و د سلسلہ ضرب مین ہون تو $ا : ب + د :: ح^{۳} : ح^{۲}د + د^{۳}$

(۱۲۹) ایک سلسلہ حسابیہ کا فرق عام برابر ۲ کے ہے اور تعداد ارقام برابر دوسرے رقم کے ہے اول رقم ایسی دریافت کرو کہ حاصل جمع ۳۵ ہو

(۱۳۰) جس سلسلہ کے م وین رقم ۲×۳^{م} ہو اوسکی ن رقمون کو جمع کرو

(۱۳۱) مفرد کرو $\frac{۱ + \sqrt{(۱-۲لا)}}{۱ - \sqrt{۱-۲لا}} + \frac{لا - \sqrt{(۱-۲لا)}}{لا}$

(۱۳۲) دریافت کرو معقوم علیہ اعظم $۳۰لا^{۴} + ۱۷لا^{۳} - ۵۰لا^{۲} - ۲۴لا$ اور $۲۴لا^{۴} + ۱۴لا^{۳} - ۴۸لا^{۲} - ۳۲لا$ کا

(۱۳۳) $لا^2 - لا - ۱۲ = ۰$

(۱۳۴) مساوات درجہ دوم ایسی دریافت کرو کہ جسکی قیمتین ۳ و -۲ ہون

(۱۳۵) حل کرو $لا^2 + \frac{۱}{لا^2} = ا^2 + \frac{۱}{ا^2}$

(۱۳۶) حل کرو $\frac{لا^2}{\sqrt{(لا^2+۵)}} = ۱ + \frac{۱}{\sqrt{(لا^2+۵)}}$

(۱۳۷) معلوم ہے کہ $\sqrt{۳} = ۱٫۷۳۲۰۵$ قیمت $\frac{۴}{\sqrt{۳}-۱}$ کو پانچ مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳۸) جذر $۶۱ - ۲۸\sqrt{۳}$ کا نکالو

(۱۳۹) اوسط نسبت $\frac{لا+د}{لا-د}$ اور $\frac{لا^2-د^2}{لا^2 د^2}$ مین نکالو

(۱۴۰) اگر ا و ب و ج اول اور دوم اور آخر رقم ایک سلسلہ حسابیہ مین ہون تو تعداد ارقام دریافت کرو اور رقمون کا حاصل جمع بھی دریافت کرو

(۱۴۱) اگر د و ج و ب و ا برابر ۲ و ۳ و ۴ و ۵ کے ہون $\frac{ا+ب+ج}{ا-ب+ج}$ و $\frac{اب-جد}{اج-بد}$ اور $\sqrt{\frac{ا-۱}{ب-ج}}$ کی قیمتین دریافت کرو

(۱۴۲) حاصل ضرب $۱ + ۴لا + ۷لا^2 + ۱۰لا^3 + ۱۵لا^4$ اور $۱ + ۵لا + ۹لا^2 + ۱۳لا^3 + ۱۷لا^4$ مین سر $لا^4$ کا دریافت کرو تقسیم کرو $۲۱لا^5 - ۲لا^4 - ۷۰لا^3 - ۲۳لا^2 + ۳۳لا + ۲۷$ کو $لا^2 + ۴لا - ۹$ پر

(۱۴۳) مختصر کرو $\frac{ا^2-ب^2}{ا^2+ب^2+۲اب} \div \frac{ا-ب}{ا^2+اب}$ کو اور $\frac{\sqrt{لا}}{\sqrt{لا}-\sqrt{ا}} - \frac{\sqrt{ا}}{\sqrt{لا}+\sqrt{ا}} - \frac{لا-ا}{لا+ا}$ کو

(۱۴۴) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) $\frac{۶۰-لا}{۱۴} - \frac{۳لا-۵}{۷} = ۶ - \frac{۲۴-۳لا}{۴}$

(۲) $\frac{لا+۴}{لا+۳} = \frac{۵لا+۱۲}{\frac{۴۳لا}{۹}+۹}$ (۳) $\frac{۳لا+۵د}{۲۰} + \frac{۵لا-۳د}{۸} = ۳$ و $\frac{لا+۱}{د+۲} = \frac{۲}{۳}$

(۱۴۵) ان مساواتون کو حل کرو (۱) $\frac{۲۰}{لا-۸} + \frac{۲۱}{لا-۶} = ۱۱$

(۲) $\sqrt{\frac{لا}{۲}} + \sqrt{۳لا+۱} = ۷$

(۳) $۳لا^2 - ۴لاد = ۷$ و $۳لاد - ۴د^2 = ۵$

(۱۴۶) بارہ روپیہ کی چوانیان اور اٹھنیان مول لین اور اونکی تعداد ۳۲ تھی تو بتاؤ کتنی کتنی چونیان اور اٹھنیان تھین

(۱۴۷) ایک دنبونکے ریوڑ کی قیمت ۱۸۰ روپیہ تھی اونمین دو چوری گئے اس سببسے ایک روپیہ ہر ایک دنبہ کی قیمت مین بڑھ گیا بتاؤ کتنے دنبے تھے

(۱۴۸) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۴۰ ہو اور اونکے مکافی کا مجموعہ ۵/۴۸ ہو

(۱۴۹) اوسط نسبت ۲ ۱/۴ و ۵/۸ ۵ کے درمیان دریافت کرو اور ۱۰۰ و ۳۰ کی نسبت مین تیسرے رقم دریافت کرو

(۱۵۰) اگر ۸ سونے کے سکے اور ۹ چاندی کے سکے برابر ہون ۶ سونے کے سکے اور ۱۹ چاندی کے سکون کے تو بتاؤ سونے اور چاندی کے سکون کی قیمت مین نسبت کیا ہے

(۱۵۱) خطوط وحدانی کو

(لا-ا)(لا-ب)(لا-ح) - { ب ح (لا-ا) - [(ا+ب+ح) لا-ا (ب+ح)] لا } سے دور کرو

(۱۵۲) ضرب دو ا + ۲ ∜(ا۳ب) + ۲ ∜ب کو ا - ۲ ∜(ا۳ب) + ۲ ∜ب مین

(۱۵۳) مقسوم علیہ اعظم لا۴ - ۱۲ لا۳ + ۹۳ لا۲ - ۲۳۴ لا + ۲۱۶ اور ۴ لا۳ - ۴۸ لا۲ + ۱۸۶ لا - ۲۳۴ کا دریافت کرو

(۱۵۴) حل کرو مساواتونکو (۱) (۱۳ لا - ۱)/۴ - (۲۸ - ۵ لا)/۴ = ۱۷ - (۳ لا + ۱)/۸

(۲) (۲ لا + ۳)/(۲ لا + ۹) = (۲ لا - ۸)/(۳ لا - ۱۲)

(۳) لا - ی = ۳ و ۳ (۱/لا + ۱/ی) = ۱۱ (۱/ی - ۱/لا)

(۱۵۵) حل کرو مساواتونکو (۱) ۳√(لا + ۱) + ۳√(۲ لا) = ۷

(۲) ۷ لا - ۲۰ ۳√لا = ۳

(۳) ۷ لا ی - ۵ لا۲ = ۳۶ و ۴ لا ی - ۳ ی۲ = ۱۰۵

(۱۵۶) ایک لڑکے نے کچھ آنونکے رنگترے خریدے اگر پانچ رنگترے زیادہ آتے تو نصف پائی فی رنگترہ خرچ ہوتا اور اگر ۳ رنگترے کم آتے تو نصف پائی فی رنگترہ زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ کتنے کے رنگترے خریدے

(۱۵۷) ۶ سیر آلو ۵ کو بیچنے سے ۲۵ روپیہ سیکڑہ نفع ہوتا ہے تو بتاؤ ۵ سیر آلو ۶ کو بیچنے سے

کیا سیکڑہ نفع ہوگا

(۱۵۸) ایک گھوڑا ۲۴ روپیہ کو بیچا اور اس بیچنے سے فیصدی اسقدر نفع ہوا جتنے کو گھوڑا مول لیا تھا تو بتاؤ گھوڑے کی قیمت کیا ہے

(۱۵۹) مفرد کرو ۸√{۴ ا۲ + ۸√(۱۶ ا۲ لا۲ + ۸ ا لا۳ + لا۴)}

(۱۶۰) اگر دو کسروں کا حاصل جمع ایک ہو تو ثابت کرو کہ پہلی کسر اور دوسری کسر کا مربع ملکر برابر ہونگی دوسری کسر اور پہلی کسر کے مربع کی

(۱۶۱) جملہای ذیل کو مفرد بناؤ اور مختصر کرو

ا - [ب - {ا + (ب - ا)}]

۱۲۵ - ۱۹ب - [۳ب - {۴ ا - (۵ب - ۶ح)}] - ۱۸ ا

[{(ا^م)^ن}^ع] ÷ [{(ا^م)^ع}^ن]

(۱۶۲) مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو ۱۸ ا۳ - ۱۸ ا۲ لا + ۶ ا لا۲ - ۶ لا۳ اور

۶۰ ا۲ - ۷۵ ا لا + ۱۵ لا۲ کا

(۱۶۳) ذو اضعاف اقل دریافت کرو ۱۸ (لا۲ - ی۲) و ۱۲ (لا - ی)۲ اور ۲۴ (لا۳ + ی۳)

(۱۶۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) (۲لا - ۴)/۷ + (۳لا - ۲)/۵ = ۷

(۲) (۹لا + ۲۰)/۳۶ = (۴لا - ۱۲)/(۵لا - ۴) + لا/۴

(۳) (لا/۲ + ۴)/(لا/۲ + ۱) = ۲/۱

(۴) ۲(لا - ی) = ۳(لا - ۴ی) و ۱۴(لا + ی) = ۱۱(لا + ۸)

(۱۶۵) ان مساواتوں کو حل کرو (۱) ۳۲ لا - ۵ لا۲ = ۱۲

(۲) √(۲لا + ۳) √(لا - ۲) = ۱۵

(۳) لا۲ + ی۲ = ۲۹۰ و لای = ۱۴۳

(۴) ۳ لا۲ - ۴ ی۲ = ۸ و ۵ لا۲ - ۶ لای = ۳۲

(۱٦٦) زید اور بکر ملکر ایک کام کو ۳۲ دن مین پورا کرتے ہین اور زید اکیلا ۴۸ دن مین اوس کام کو بنالیتا ہے تو بتاؤ بکر اکیلا اوس کام کو کتنے دنون مین کریگا

(۱٦۷) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو اونکے مربعون کے ۲/۵ کے اور حاصلتفریق اونکے مربعون کا برابر ہو ۹٦ گنی اوس خارج قسمت کے جو بڑے عدد کو چھوٹی عدد پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہو

(۱٦۸) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر ایک زیادہ کیا جاے تو کسر ۳/۵ ہو جاوے اور اگر نسب نما پر ایک زیادہ کردین تو ۱/۲ ہو جاوے

(۱٦۹) اگر ا : ب : : ح : د تو ثابت کرو کہ ۱/ا + ۱/ب : ۱/ا − ۱/ب : : ۱/ح + ۱/د : ۱/ح − ۱/د

(۱۷۰) اوسط نسبت مین ۱٦۹ و ۲۵٦ کی دریافت کرو اور ۲۵ و ۱۰۰ کی تناسب مین تیسری رقم دریافت کرو

(۱۷۱) اس جملہ سے خطوط وحدانی ساقط کرو

{ ب − ۲ [ب − ۳ [ا − ۴ (ا − ب)]] }

(۱۷۲) ان جملون کو مختصر کرو

لا/ی + (۲لا^۲ + ی^۲)/(لا ی) + (۳لا ی^۲ − ۳لا^۲ − ی^۳)/(لا^۲ ی) − (۴لا ی^۳ − ۲لا^۲ ی − ی^۴)/(لا^۲ ی^۲)

اور (ن − ق − م) ن − (م + ق − ن) ق + (ق + م) م + م (ن − م) + ق^۲

(لا^(ن+ق) / لا^ن)^(ن−ق) ÷ (لا^ق / لا^(ق−ن))

(۱۷۳) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم لا^۴ + ا لا^۳ − ۹ ی^۲ لا^۲ + ۱۱ ی^۳ لا − ۴ ی^۴ اور

لا^۴ − ا لا^۳ − ۳ ی^۲ لا^۲ + ۵ ی^۳ لا − ۲ ی^۴

(۱۷۴) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) لا − (۲لا + ۱)/۳ = (لا + ۷)/۵

(۲) (۱۰لا + ۱۷)/۱۸ − (۱۲لا + ۲)/(۱۳لا − ۱٦) = (۵لا − ۴)/۹

(۳) ۹لا + ۸ر/۵ = ۰ ۷ر۷ − ۱۳لا/۳ = ۴۴

(۴) (۹لا + ۷)/(۳لا + ۱) = (۲لا + ۱۹)/(لا + ۷)

(۱۷۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) ۲لا + ۴ - (۷لا - ۸)/لا = ۳

(۲) ۲لا² - ۳ی² = ۲ و لای = ۲۰

(۳) ۲ی² - لا² = ۱ و ۳لا² - ۴لای = ۷

(۴) لا + ی = ۶ و لا³ + ی³ = ۱۲۶

(۱۷۶) بارہ بجے کے بعد کب گھنٹے کی سوئیان ایک دوسرے پر اول عمود ہونگین

(۱۷۷) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسکو اوسکے ہندسون کے حاصلضرب پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۲ ہو اور اگر ۲۷ زیادہ کرین تو ہندسے معکوس ہوجاوین

(۱۷۸) ایک بل ۲۶ پونڈ ۱۵ شلنگ کا تہا اوسکے پلٹے مین ہاف گنی اور کرون آئی اور تعداد ہاف گنی کی تعداد کرون سے بقدر ۱۷ کے زیادہ ہے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے سکے کتنے تہے

(۱۷۹) چہہ رقمین اور لا انتہا رقمین اس سلسلہ کی جمع کرو ۱۲ + ۸ + ۵⅓ + ...

(۱۸۰) جذر ۵۵ - ۷√۲۴ کا دریافت کرو

(۱۸۱) اگر لا = (√۳ + ۱)/(√۳ - ۱) اور ی = (√۳ - ۱)/(√۳ + ۱) دریافت کرو قیمت لا² + لای + ی²

(۱۸۲) اختصار کرو (۳لا² - ۱۶لا - ۱۲)/(لا³ - ۸لا² - ۱۲لا + ۱۴۴)

(۱۸۳) اگر دو مرتبہ کے عدد کے ہندسے معکوس کر کے ایک دوسرا عدد پیدا کرین تو ثابت کرو کہ ان دونو عددون کا حاصل تفریق ۹ پر تقسیم ہوگا

(۱۸۴) ان مساواتون کو حل کرو (۱) (۳لا - ۳)/۴ - (۳لا - ۴)/۳ = (۲۱ - ۴لا)/۹

(۲) (۲لا + ۳ی)/۶ + لا/۳ = ۸ و (۷ی - ۳لا)/۲ - ی = ۱۱

(۳) ۴لا - (۱۴ - لا)/(لا + ۱) = ۱۴

(۱۸۵) ان مساواتون کو حل کرو (۱) √(لا + ۳) × √(۳لا - ۳) = ۲۴

(۲) √(لا + ۲) + √(۳لا + ۴) = ۸

(۳) لا² - لا(۲لا - ۳) = ۲لا + ۸

(۱۸۶) دو عدد ۹ اور ۷ کی نسبت رکہتے ہوئے ایسے دریافت کرو کہ مربع اونکے مجموعہ کا برابر اونکے مکعب کے ہو

حاصلتفریق کے ملعب کے

(۱۸۷) ایک مسافر مقام ا سے مقام ب کی طرف چلا اور ۳½ میل فی گھنٹہ چلتا ہے۔ ۴۰ منٹ بعد ایک اور شخص ب سے ا کیطرف چلا اور ۴½ میل ہر گھنٹہ مین چلتا ہے اور ا اور ب کے وسط مین پہنچکر ½ میل چلا ہوگا کہ پہلے مسافر سے وہ ملگیا تو ا اور ب کے درمیان فاصلہ بتلاؤ

(۱۸۸) موہن اور سوہن چوسر کھیلنے بیٹھے اور بازی اسطرح بدی گئی کہ اگر موہن ہارے تو چار روپیہ دے اور سوہن ہارے تو تین روپیہ غرض موہن نے ایک روپیہ کی چھوٹ دی ایک دن کی چوسر مین تو سوہن آٹھ روپیہ جیتا دوسرے دن پھر چوسر ہوئی اور بازی اسطرح لگائی گئی کہ اگر موہن ہارے تو دو روپیہ دے اور سوہن ہارے تو ایک روپیہ اور جتنی بازیان پہلے دن ہوئی تھین اوتنی ہی آج بھی کھیلی گئین اور موہن ایک بازی زیادہ اور تین روپیہ جیتا تو بتاؤ کتنی بازیان ہوئی تھین

(۱۸۹) اگر $م = لا - لا^{-1}$ اور $ن = ی - ی^{-1}$ تو ثابت کرو کہ

$$م ن + \sqrt{(م^2+۴)(ن^2+۴)} = ۲\left(لا ی + \frac{1}{لا ی}\right)$$

(۱۹۰) جمع کرو اس سلسلہ کو $\frac{۹}{۴} + \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۴} +$ وغیرہ کو ۱۹ رقمون تک

(۱۹۱) ضرب دو $\frac{لا^2}{۲} - \frac{لا}{۳} + \frac{۱}{۴}$ کو $\frac{لا^2}{۴} + \frac{لا}{۳} - \frac{۱}{۲}$ مین اور تقسیم کرو
$\frac{۳ لا^5}{۴} - ۴ لا^4 + \frac{۲۷}{۸} لا^3 - \frac{۴۳}{۴} لا^2 - \frac{۳۳}{۴} لا + ۲۷$ کو $\frac{لا^2}{۲} - لا + ۳$ پر

(۱۹۲) اختصار کرو $\frac{۴ لا^3 - ۲۷ لا^2 + ۵۸ لا - ۳۹}{لا^4 - ۹ لا^3 + ۲۹ لا^2 - ۳۹ لا + ۱۸}$ کا

(۱۹۳) دریافت کرو ذو اضعاف اقل $لا^3 + ۲ لا^2 ی + ۴ لا ی^2 + ۸ ی^3$ اور $لا^4 - ۲ لا^3 ی + ۴ لا ی^3 - ۸ ی^4$ کا

(۱۹۴) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $\frac{۱}{۴}(لا + ۶) - \frac{۱}{۱۲}(۱۶ - ۳ لا) = ۴\frac{۱}{۶}$

(۲) $\frac{۵ لا - ۹}{۱۴} - \frac{۲۳ - ۲ لا}{۹} = ۳ لا - ۲۰$

(۳) $\frac{۱}{۲}(لا + ی) = \frac{۱}{۳}(۲ لا + ۴)$ و $\frac{۱}{۳}(لا - ی) = \frac{۱}{۲}(لا - ۲۴)$

(۱۹۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{۳}{۴}(لا^2 - ۳) = \frac{۱}{۸}(لا - ۳)$

(۲) $\sqrt{(لا + ۳)} + \sqrt{۳ لا - ۳} = ۱۰$

(۳) $لا + ی = ۶$ و $(لا^2 + ی^2)(لا^3 + ی^3) = ۱۴۴۰$

(۱۹۶) دہلی سے خورجہ تک ایک ٹرین ۳۲ میل فی گھنٹہ چلتی ہے اور $۲\frac{۱}{۲}$ گھنٹہ پہلے اوس ٹرین سے پہونچتی ہے جو ۴۸ میل فی گھنٹہ چلتی ہے تو بتاؤ فاصلہ دونوں میں کیا ہے

(۱۹۷) ایک عدد دو ہندسون کا ایسا دریافت کرو کہ برابر چند حاصل ضرب اپنے ہندسون کے ہو اور اگر اوسکو ہندسون کے مجموعہ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۴ ہو

(۱۹۸) ایک کالج میں دو طرح کے طالب علم پڑہتے تھے ایک تو مسافر دوسرے وہیں کے رہنے والے جو وہیں کے رہنے والے تھے اونکی تعداد ۱۸۶۴ء میں بہ نسبت ۱۸۶۱ء کے بقدر ۹ کے زیادہ تھے اگر ۱۸۶۴ء میں ۱۴ مسافر طالب علم وہیں رہنے والون میں شامل ہو جاتے تو وہان کے رہنے والون کی تعداد مسافر طالب علمون سے اٹہارہ گنی ہو جاتی اور مسافر طالب علمون کی تعداد رہنے والے طالب علمون کی تعداد سے جو ۱۸۶۳ء میں پڑہتے تھے بقدر ۲ کے کم ہوتی تو تعداد وہان کے رہنے والے طالب علمون کی بتلاؤ

(۱۹۹) جذر $ا^{۴} - ۲ا^{۳}ب + ۳ا^{۲}ب^{۲} - ۲اب^{۳} + ب^{۴}$ کا نکالو

اور $(ا+ب)^{۴} - ۲(ا^{۲}+ب^{۲})(ا+ب)^{۲} + ۲(ا^{۴}+ب^{۴})$ کا

(۲۰۰) ایک سلسلہ ہندسہ چار رقمون کا ایسا دریافت کرو کہ تیسرے رقم بہ نسبت مجموعہ اول و دوم رقم کے بقدر ۲ کے زیادہ ہو اور چوتھی رقم بہ نسبت مجموعہ دوسری اور تیسرے رقم کی بقدر ۴ کے زیادہ ہو

(۲۰۱) ضرب دو $۸ - ۳لا + \frac{۳۸لا - ۶لا^{۲} - ۵۸}{۷ - ۲لا}$ کو $۹ - ۲لا + \frac{۷لا^{۲} - ۵۵ + ۳۰لا}{۶ - ۳لا}$

(۲۰۲) مقسوم علیہ اعظم $لا^{۴} + ۴لا^{۲} + ۱۶$ اور $لا^{۴} - لا^{۳} + ۸لا - ۸$ کا دریافت کرو

(۲۰۳) جمع کرو $\frac{۱}{۲ + ۳لا}$ و $\frac{۲لا - ۵}{(۳لا+۲)^{۲}}$ و $\frac{لا^{۲} - لا + ۴}{(۳لا+۲)^{۳}}$ کو تفریق کرو $\frac{۱}{۱+لا+لا^{۲}}$ کو $\frac{۱}{۱-لا+لا^{۲}}$ میں سے

(۲۰۴) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{۳لا+۵}{۸} - \frac{۲۱+لا}{۴} = ۳۹ - ۵لا$

(۲) $(ا+ب)(ا-لا) = ا(ب-ا)$

(۳) $\frac{۲لا+۳ی}{۱۶} + \frac{لا}{۱۲} = ۲\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۷ی-۳لا}{۲} - ۲ی = ۳$

(۲۰۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) ۶ لا + $\frac{۳۵ - ۳\ لا}{لا}$ = ۴۴

(۲) ۴ (لا^{2} + ۳ لا) − ۲ $\sqrt{لا^{2} + ۳\ لا}$ = ۱۲

(۳) لا^{2} + لا ر = ۱۵ اور ر^{2} + لا ر = ۱۰

(۲۰۶) ایک شخص اپنے شہر سے ایک گانو کو ۴ میل فی گہنٹہ کی چال سے چلا گیا اور وہان ریل پر پہونچا اور ۱۰ منٹ تک ریل پر مسافر گاڑی کا جو ۲۴ میل پر تہی انتظار کیا اور پہر اپنے شہر کے اسٹیشن پر اُترا اور اپنے گہر ایک میل پیدل گیا اور گہر جانے پر معلوم ہوا کہ ۳ $\frac{1}{12}$ گہنٹہ تمام سفر مین لگے ہین تو بتاؤ گانو کتنی دور تہا

(۲۰۷) ایک عدد مین دہائیون کا ہندسہ بہ نسبت اکائیون کے ہندسے کے بقدر ۲ کے کم ہے اور اگر ہندسون کو معکوس کرین تو اُس نئے عدد کو پہلے عدد سے ایسی نسبت ہوگی جیسی ۷ کو ۴ کو ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۲۰۸) کچہہ جمع روپیون کی ہے اوسمین چونیان اور اٹھنیان ہین اور اٹھنیان اتنی ہین کہ اُنکی تعداد کا مربع چونیون کی تعداد سے دوچند ہے اور وہ دونو ملکر ۶ دوانیون کے برابر ہین تو بتاؤ کتنی اٹھنیان اور کتنی چونیان ہین

(۲۰۹) جذر ۴ لا^{4} + ۸ ا لا^{3} + ۴ ا^{2} لا^{2} + ۱۶ ب^{2} لا^{2} + ۱۶ ا ب^{2} لا + ۱۶ ب^{4} کا نکالو

(۲۱۰) ایک سلسلہ حسابیہ دریافت کرو جسکی پہلی رقم ۷ ہو اور مجموعہ بارہ رقمون کا ۳۴۸

(۲۱۱) تقسیم کرو ۶ لا^{5} − ۲۵ لا^{4} د + ۴۷ لا^{3} د^{2} − ۹۴ لا^{2} د^{3} + ۶۲ لا د^{4} − ۴۵ د^{5} کو ۲ لا^{2} − ۷ لا د + ۹ د^{2} پر

(۲۱۲) ضرب دو ۳ + ۵ لا − $\frac{۱۲ + ۴۱\ لا + ۳۶\ لا^{2}}{۴ + ۷\ لا}$ کو ۵ − ۲ لا + $\frac{۲۶\ لا - ۸\ لا^{2} - ۱۴}{۳ - ۴\ لا}$

(۲۱۳) اختصار کرو $\frac{۴\ لا^{3} - ۴۵\ لا^{2} + ۱۶۲\ لا - ۱۸۵}{لا^{4} - ۱۵\ لا^{3} + ۸۱\ لا^{2} - ۱۸۵\ لا + ۱۵۰}$ کا

(۲۱۴) حل کرو (۱) $\frac{۳لا - ۲}{۵} - \frac{۱ - ۵لا}{۱۱} = ۹$

(۲) $لا + \frac{۱}{۴} ر = ۱۷$ اور $ر + \frac{۱}{۴} لا = ۸$

(۳) $\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ر} = \frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ی} = \frac{۴}{۹}$ و $\frac{۱}{ر} + \frac{۱}{ی} = \frac{۵}{۱۸}$

(۲۱۵) حل کرو ان مساواتونکو (۱) $\frac{۱}{لا} - \frac{۱}{لا + ۳} = \frac{۱}{۴}$

(۲) $۱۰ لا ر - ۷ لا^{۲} = ۷$ و $۵ ر^{۲} - ۳ لا ر = ۲۰$

(۳) $لا + ر = ۶$ و $لا^{۴} + ر^{۴} = ۲۷۲$

(۲۱۶) ۸۵ روپیہ ۸ رکو ایسی دو حصو نمین تقسیم کرو کہ اونمین تعداد اٹھنیوں اور چونیوں کی برابر ہو

(۲۱۷) ایک عدد تین مرتبہ کا ہے جسکے ہندسوں کا مجموعہ ۹ ہے اور یہہ عدد ۴۲ گنا بیچ کے ہندسہ اور بائین طرف کے ہندسے کے مجموعہ سے ہے اور دائین طرف کا ہندسہ باقی دو ہندسوں کے مجموعہ سے دوچند ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۱۸) ایک شخص نے ریل کے حصے کسی شرح کے موافق ۲۶۲۵ روپیہ کے خریدے اور بعد ازاں قیمت ہر حصہ کی دوچند ہوگئی تو اوسنے پانچ حصے تو رکہہ چہوڑے اور باقی حصے ۴۰۰۰ روپیہ کو بیچڈالے تو بتاؤ کتنے حصے خریدے تہے

(۲۱۹) چار عدد سلسلہ حسابیہ مین ہین اور اونکا مجموعہ ۵۰ ہے اور حاصلضرب دوسرے اور تیسرے عدد کا ۱۵۶ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۲۰) جذر $۱۷ + ۱۲\sqrt{۲}$ کا دریافت کرو

(۲۲۱) تقسیم کرو $لا^{۹} - ۱$ کو $لا^{۳} - ۱$ پر اور

$م(ق لا^{۲} - ر لا) + ف(م لا^{۲} - ن لا^{۲}) - ن(ق لا - ر)$ کو $م لا - ن$ پر

(۲۲۲) مفرد بناؤ $\frac{ا لا^{م} - ب لا^{م+۱}}{ا^{۲} ب لا - ب^{۲} لا^{۲}}$ اور $\frac{ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} + ۲ اب + ۲ اح + ۲ ب ح}{ا^{۲} - ب^{۲} - ح^{۲} - ۲ ب ح}$

(۲۲۳) ذو اضعاف اقل $۶لا^{۳} - ۴لا^{۲} - ۲۱لا + ۱۲$ اور $۱۲لا^{۲} - ۲۶لا + ۸$ کا دریافت کرو

(۲۲۴) حل کرو ان مساواتونکو (۱) $\frac{۲لا-۴}{۷} - \frac{۲-۳لا}{۵} = ۷$

(۲) $۱۷لا - ۱۳ی = ۱۴۴$ و $۲۳لا + ۱۹ی = ۸۹۰$

(۳) $\frac{۱}{لا} - \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۸}$ و $\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۹}$ و $\frac{۱}{ی} - \frac{۱}{ز} = \frac{۵}{۷۲}$

(۲۲۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{لا}{۱۰۰} - \frac{۲۱}{۲۵لا} = \frac{۱}{۴}$

(۲) $۰.۰۷۵لا^۲ + ۷.۵لا = ۱۵۰$

(۳) $\sqrt[۴]{لا+ی} + \sqrt[۴]{لا-ی} = \sqrt[۴]{ح}$

$ب\,(لا - ا) + ا\,(ب - ی) = ۰$

(۲۲۶) ۳½ میل فی گہنٹہ کی چال سے ایک شخص نے کچہہ فاصلہ طی کیا اور وہان سے ۷ میل فی گہنٹہ چال سے اولٹا بہاگا اور باقی فاصلہ کو ۵ منٹ مین اپنی پہلی چال سے طے کرلیا اور اس بہاگنے اور چلنے مین ۲۵ منٹ لگے تو بتاؤ کتنی دور وہ بہاگا تہا

(۲۲۷) ایک شخص ۷۵۰۰ روپیہ چہوڑ مرا اور یہہ روپیہ اوسکے دو بیٹون اور تین بیٹیون اور بیوی مین تقسیم ہوا کہ بیٹے کو دختر سے دوچند ملا اور جو کچہہ پانچون بچون کو ملا تہا اوسسے بیوی کو ۵۰۰ روپیہ زیادہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا

(۲۲۸) ایک حوض کے دو دہانہ ہین اون دونون سے ۱½ گہنٹہ مین بہرتا ہے اور بڑے دہانہ سے ۲ گہنٹہ جلدی بہ نسبت چہوٹے دہانہ کی بہرتا ہے تو بتاؤ ہر ایک دہانہ سے کتنی دیر مین بہرے گا

(۲۲۹) ایک سلسلہ حسابیہ مین تیسری رقم چوچند پہلی رقم سے ہے اور چہٹی رقم ۱۷ ہے اوس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۳۰) اس سلسلہ $۳\frac{۱}{۳} + ۲\frac{۱}{۲} + ۱\frac{۲}{۳} + \ldots$ کو ن رقمون تک جمع کرو

(۲۳۱) ان جملونکو مفرد بناؤ $لا^{ا+ب-ح} \times لا^{ا-ب+ح} \times لا^{ب+ح-ا}$

و $\frac{ب}{ا+ب} - \frac{ا+ب}{۲ا} + \frac{ا^۲+ب^۲}{۲ا(ا-ب)}$ و $\frac{ا^۲-اب+ب^۲}{ا^۳-۳اب(ا-ب)-ب^۳} \times \frac{ا^۲-ب^۲}{ا^۳+ب^۳}$

(۲۳۲) اختصار کرو $\frac{لا^۲ + ۱۱لا + ۳۰}{۹لا^۳ + ۵۳لا^۲ - ۹لا - ۱۸}$

(۲۳۳) ان مساواتونکو حل کرو　(۱) ۱/لا + ۱/۲لا − ۱/۳لا = ۵/۳

(۲) ۳/(لا+۱) + ۳/(لا−۱) = ۸

(۳) (۴لا+۵ی)/۴۰ = لا − ی و (۲لا−ی)/۴ + ۲ی = ۱/۲

(۲۳۴) حل کرو ان مساواتون کو　(۱) ۴۸/(لا+۳) = ۱۶۵/(لا+۱۰) − ۵

(۲) الا^۲ + بلا − ح^۲ = ا^۲ + ۲ابح + ۲(ب−ح) لا ہو

(۳) √(لا+ی) + √(لا−ی) = ۴ و لا^۲ + ی^۲ = ۴۱

(۲۳۵) دشمن سے لشکر بہاگا اور دشمن اس لشکر سے ۲۶ میل پیچہے تہا یہہ لشکر ۱۱ میل روز چلتا ہے دشمن بہی اس لشکر کے پیچہے ایکدن بعد ۲۳ میل روزانہ کوچ کرتا ہے مگر دو روز سفر کرنیکے بعد ایک پل کے بنانیکے لئے ایک روز ٹہرنا پڑا اور پہر دو روز بعد ایک پل کے بنانیکے لئے ایک روز ٹہرنا پڑا تو بتاؤ کتنے دنون بعد اوس دن سے کہ لشکر بہاگا ہے دشمنون کے ہاتہہ یہہ لشکر پڑے گا

(۲۳۶) ایک شخص پاس دوسو سکے ہین جنمین ہاف کرون اور فلورن ہین اور اونکی قیمت ۱۴۴ پونڈ ۵ شلنگ ہے

(۲۳۷) دو عددون مین ایسی نسبت ہے جیسے کہ ۴ کو ۵ سے اگر ایک پر دس زیادہ کرین اور دوسرے سے ۱۰ کم کرین تو جو اعداد حاصل ہونگے اونمین نسبت معکوس پہلی سی ہوجاے گی اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۳۸) ایک مربع صف نصف پلٹن کا بالکل بہرا ہوا ایک کرنیل بنایا چاہتا ہے اول دفعہ جو اوسنے ایسا مربع بنایا تو ۳۹ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع مین ایک آدمی زیادہ کرو یا تو ۵۰ آدمیونکی اور ضرورت پڑی تو بتاؤ اوس پلٹن مین کتنے آدمی تھے

(۲۳۹) جذر ا^۶ + ۲ا^۵ب + ۳ا^۴ب^۲ + ۴ا^۳ب^۳ + ۳ا^۲ب^۴ + ۲اب^۵ + ب^۶ کا اور ا^۲ + ۴ب^۲ + ۹ح^۲ + ۴اب + ۶اح + ۱۲بح کا نکالو

(۲۴۰) ضرب دو لا^(۳/۲) ی^(۱/۲) − ۲لای + ۴لا^(۱/۲) ی^(۳/۲) کو لا^(۱/۲) + ۲ی^(۱/۲) مین

(۲۴۱) مفرد اور مختصر کرو ۳۰ لا ی − (۹ لا − ۸ ی) (۵ لا + ۲ ی) − (۴ ی − ۳ لا) (۵ لا + ۴ ی)

اور (۱ + لا)/(۱ − لا) + (۱ − لا)/(۱ + لا) − (۱ − لا + لا^{2})/(۱ + لا^{2}) − (۱ + لا + لا^{2})/(۱ − لا^{2}) + ۲ کو

(۲۴۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم لا^{4} + ا لا^{3} + ۲ ا^{2} لا^{2} + ۳ ا^{3} لا + ا^{4}

اور لا^{4} + ا لا^{3} + ۲ ا^{2} لا^{2} + ۳ ا^{3} لا + ا ب^{2} لا + ا^{3} + ا^{2} ب^{2}

(۲۴۳) دو دوکاندار بیٹھہ مین برابر روپیہ لیکر اناج خریدنے گئی ایک دوکاندار نے ۲۵۰ من اناج خریدا اور بعد خریدنے کے اوسکے پاس پانچ روپیہ بچ رہے اور دوسرے دوکاندار نے ۳۵۰ من اناج اوسی بہاو سی خریدا لیکن ۳۵ روپیہ قیمت ادا کرنیکے لئی قرض لینے پڑی تو بتاؤ اونکی پاس کتنا روپیہ اول تہا

(۲۴۴) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور ہندسوں کو پلٹا کر ایک نیا عدد بنایا ہے اوراس نئے عدد کو پہلے عدد مین سے تفریق کیا ہے تو حاصل تفریق برابر ہندسون کے مجموعہ کے حاصل ہوا ہے اور حاصل تفریق ہندسون کا ایک ہے تو اوس عدد کو بتلاؤ

(۲۴۵) تین عدد ایسی دریافت کرو کہ پہلا عدد تیسرے عدد سی بقدر ۵ کے زیادہ ہو اور حاصل ضرب تینون عددون کے مجموعہ اور پہلے عدد کا ۴۸ ہو اور حاصل ضرب تینون عددون کے مجموعہ اور تیسرے عدد کا ۱۲۸ ہو

(۲۴۶) ایک شخص نے ۱۰۲۴ روپیہ اپنا کسی سود فیصدی پر قرض دیا اور بعد دو سال کے اصل مع سود در سود کے ۱۱۵۶ روپیہ حاصل ہوئے تو بتاؤ شرح سود کیا ہے

(۲۴۷) کچھہ روپیہ تہا اوسمین ایک شخص نے نصف روپیہ اور ۵۰ روپیہ ایکدفعہ نکالے اور پہر دوسری دفعہ جو کچھہ باقی رہا اوسمین سی پانچوان حصہ کل روپیہ کا اور ۳۰ روپیہ نکالے اور پہر تیسری دفعہ جو کچھہ باقی رہا اوسمین سی چوتہائی کل روپیہ کی اور ۲۰ روپیہ نکالی اب دس روپیہ باقی رہے تو بتاؤ کتنے روپیہ کی جمع تہی

(۲۴۸) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر دو زیادہ کرین تو کسر کی قیمت $\frac{1}{2}$ ہو جائے اور نسب نما مین سے ایک کم کرین تو قیمت کسر کی $\frac{1}{3}$

(۲۴۹) دو عدد ہیں اونمیں سے اگر چھوٹے عدد کو بڑے عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۱۲۱ء عشاریہ ہی اور باقی ۱۶۲۴۱۴ء عشاریہ ہے اور اگر بڑے عدد کو چھوٹے پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۴ نکلتا ہی اور باقی ۲۴۲۷ء عشاریہ رہتی ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۵۰) ثابت کرو کہ $\frac{(لا^۲+ی)^{\frac{۱}{۲}} - (لا^۲-ی)^{\frac{۱}{۲}} + لا}{لا+ی} = \frac{لا^{\frac{۱}{۲}}}{لا^{\frac{۱}{۲}} + ی^{\frac{۱}{۲}}}$

(۲۵۱) مختصر کرو $۱۶ا + \left[۱۴ا - \left\{۸ب - (۲ا + ۴ب) - ۲۲ب\right\} - ۷ب\right]$
$- \left[۷ب + \left\{۸ا - (۳ب + ۴ا) + ۸ب\right\} + ۱۶ا\right]$

(۲۵۲) ضرب دو $ا - لا$ اور $ا + لا$ اور $ا^۲ + لا^۲$ اور $ا^۴ + لا^۴$ کو باہم
اور $ا^{م-ن}\ ب^{ن-ف}$ کو $ا^{ن-م}\ ب^{ف-ن}$ ح میں

(۲۵۳) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم $۴۵ا^۳لا + ۳ا^۲لا^۲ - ۹ا لا^۳ + ۶لا^۴$ اور
$۱۸ا^۲لا - ۸لا^۳$ کا

(۲۵۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) $لا - \frac{لا-۲}{۳} = \frac{لا+۲۳}{۴} - \frac{۱۰+لا}{۵}$

(۲) $\frac{لا}{۹} + \frac{ی}{۱۱} = ۲۶$ و $\frac{لا}{۲} - \frac{ی}{۷} = ۴۶$

(۳) $ا - لا = \sqrt{\left[ا^۲ - لا\sqrt{(۴ا^۲ - ۷لا^۲)}\right]}$

(۲۵۵) عدد ۲۰۸ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑے حصے کی چوتھائی اور چھوٹے حصے کی تہائی کو جمع کرکے ۴ زیادہ کریں تو حاصل چوچند اون دونوں حصوں کے حاصل تفریق سے ہو

(۲۵۶) زید اور بکر نے ملکر ۹۰۰۰ روپیہ کی جائداد مول لی اگر زید اپنا نصف روپیہ بکر کو قرض دیدیتا تو بکر تمام جائداد کی قیمت ادا کردیتا اور اگر بکر اپنے روپیہ کی تہائی زید کو دیدیتا تو زید تمام جائداد کی قیمت اپنے پاس سے دیدیتا تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا روپیہ تھا

(۲۵۷) ایک قطعہ زمین ہے جسکا طول بہ نسبت عرض کے ۴ گز زیادہ ہے اوسکا رقبہ ۹۶ گز ہے اوسکا طول اور عرض دریافت کرو

(۲۵۸) ایک شخص نے کچھہ آم اپنے بچوں میں تقسیم کرنیکے لئے مول لئے بڑے بیٹے کو آدھے آم دیئے

مگر آٹھہ اونمین سے نکال لئے اور پہر جو باقی رہے اوسکا آدہا دوسرے بیٹے کو دئے لیکن آٹھہ آنے اوسمین سے بہی نکال لئے اور علی ہذا القیاس تیسرے اور چوتہے بیٹے کو اسی حساب سے دئے اور پانچوین بیٹے کو ۲۰ آنے جو باقی تہے دئے تو بتاؤ کتنے آنے تہے

(۲۵۹) دو عددونکا مجموعه ۱۳ اور حاصل تفریق اونکے مربعون کا ۳۹ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۶۰) ایک شخص نے گہوڑا مول لیا اور ۴۴ روپیه کو بیچ ڈالا اور اوسکو فیصدی فائده اس بیچنے سے اسقدر ہوا جتنے کو مول لیا تہا تو بتاؤ قیمت گہوڑے کی

(۲۶۱) مختصر بناؤ

$$(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}-\text{ب}) - \{\text{ا}+\text{ب}-\text{ح} - (\text{ب}-\text{ا}-\text{ح} + (\text{ب}+\text{ح}-\text{ا})\}(\text{ا}-\text{ب}-\text{ح})$$

(۲۶۲) ضرب دو $\text{لا}^{8} + \text{لا}^{6} + \text{لا}^{4} + \text{لا}^{2} + 1$ کو $\text{لا}^{2} - 1$ مین اور $\frac{1}{\text{لا}^{2}} - \frac{2\,\text{لا}}{3} - 1$ کو $\frac{\text{لا}}{2} - \frac{2}{\text{لا}} + 1$ مین ضرب دو

(۲۶۳) کس مقدار کو $\text{لا} - \frac{1}{\text{لا}}$ مین ضرب دین که حاصلضرب $\text{لا}^{3} - \frac{1}{\text{لا}^{3}} - (\text{لا} - \frac{1}{\text{لا}})^{2}$ حاصل ہو

(۲۶۴) ان جملونکو مفرد اور مختصر بناؤ $\frac{3\,\text{لا}^{3} - 13\,\text{لا}^{2} + 23\,\text{لا} - 21}{6\,\text{لا}^{3} + \text{لا}^{2} - 44\,\text{لا} + 21}$ اور

$$\left\{\frac{\text{ا}+\text{ب}}{2(\text{ا}-\text{ب})} - \frac{\text{ا}-\text{ب}}{2(\text{ا}+\text{ب})} + \frac{2\,\text{ب}^{2}}{\text{ا}^{2}-\text{ب}^{2}}\right\} \quad \frac{\text{ا}-\text{ب}}{2\,\text{ب}}$$

(۲۶۵) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $\frac{5\,\text{لا}+3}{\text{لا}-1} + \frac{2\,\text{لا}-3}{2\,\text{لا}-1} = 6$

(۲) $\sqrt{\text{لا}} + \sqrt{\text{لا}+3} = \frac{6}{\sqrt{\text{لا}+3}}$

(۳) $\frac{5\,\text{لا}}{9} + 9\,\text{ی} = 91$ و $\frac{5\,\text{ی}}{9} + 9\,\text{لا} = 167$

(۲۶۶) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $\text{لا}^{2} - \text{لا} - 6 =$

(۲) $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}-1} + \frac{\text{لا}+2}{\text{لا}-2} = \frac{2\,\text{لا}+13}{\text{لا}+1}$

(۳) $\text{لا}^{2} - \text{لا}\,\text{ی} + \text{ی}^{2} = 7$ اور $\text{لا} + \text{ی} = 5$

(۲۶۷) دو عددونکی حاصل جمع اور حاصل تفریق مین وه نسبت ہی جو ۲ کو ہے ۳ سے تو ثابت کرو که اگر چہوٹے عدد کے نصف پر بڑا عدد زیاده کیا جاے اور بڑے عدد کے نصف پر

چھوٹا عدد زیادہ کیا جاوے تو جو اعداد حاصل ہونگے اونمیں وہ نسبت ہوگی جو ۴ کو ہے ۳ سے

(٢٦٨) جوار کی قیمت بہ نسبت گیہون کے ١٥ ر من کم ہے اور ٥٠ من جوار کی قیمت ۴٠ من گیہون کی قیمت سی ٩ روپیہ ٦ ر زیادہ ہے تو بتاؤ گیہون اور جوار کی قیمت فی من کیا ہے

(٢٦٩) ثابت کرو کہ $(ب ح د + ح د ا + د ا ب + ا ب ح)^٢ - (ا+ب+ح+د)^٢ ا ب ح د$

$= (ب ح - ا د)(ح ا - ب د)(ا ب - ح د)$

(٢٧٠) جذر $لا^۴+لا^٣-\frac{٥لا^٢}{١٢}-\frac{لا}{٣}+\frac{١}{٩}$ اور $٣٣-٢٠\sqrt{٢}$ کا نکالو

(٢٧١) اگر $ا = ء+ی-٢لا$ اور $ب = ی+لا-٢ء$ اور $ح = لا+ء-٢ی$ تو دریافت کرو $ب^٢+ح^٢+٢ب ح-ا^٢$ کی قیمت کیا ہے

(٢٧٢) تقسیم کرو $لا^۴-٢١لا+٨$ کو $١-٣لا+لا^٢$ پر

(٢٧٣) جمع کرو $\frac{ا+لا}{ا-لا}$ و $\frac{ا-لا}{ا+لا}$ و $\frac{ا^٢+لا^٢}{ا^٢-لا^٢}$ اور تفریق کرو $\frac{٣ا+لا}{٣ا-لا}$ کو $\frac{٢٧ا^٢+٣ا لا+٧لا^٢}{١٥ا^٢+ا لا-٢لا^٢}$ مین سے

(٢٧۴) ضرب دو $٣لا-\frac{١٢ا لا-٥لا^٢}{١۴ا-٣لا}$ کو $۴لا-\frac{٢٠ا لا-٧لا^٢}{١٥ا-٢لا}$ مین دو

تقسیم کرو $١-\frac{١}{١+لا}$ کو $١+\frac{لا^٢}{١-لا^٢}$ پر

(٢٧٥) مفرد کرو $\dfrac{\frac{١}{ا^٢}-\frac{١}{ا لا}+\frac{١}{لا^٢}}{\frac{١}{ا^٢}+\frac{١}{ا لا}+\frac{١}{لا^٢}}$ اور $\dfrac{١}{ا+\dfrac{١}{ب+\dfrac{١}{ح+د}}}$

(٢٧٦) ان مساواتونکو حل کرو (١) $\frac{لا}{٦}-\frac{لا}{١٢}+\frac{لا}{٢٠}=٧$

(٢) $٥ء-٣لا=٢$ و $٨ء-٥لا=١$

(٣) $\frac{٣لا-٢ء}{۴}-\frac{لا-ء}{٢}=١$ و $\frac{لا}{٣}+\frac{ء}{٢}=۴$

(٢٧٧) حل کرو ان مساواتونکو (١) $ا^٢(لا-ا)^٢=ب^٢(لا+ا)^٢$

(٢) $\frac{لا}{لا-٢}+\frac{٥لا+١}{لا+٣}=٥$

(٣) $\sqrt{(١٣لا-١)}-\sqrt{(٢لا-١)}=٥$

(٢٧٨) ایک شخص پہاڑ کی چوٹی پر $٢\frac{١}{٢}$ میل فی گھنٹہ کی چال سے چڑھا اور جس رستہ سے

گیا تہا اوسی رستہ پر ۳½ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے اوترا اور اوس آمد و رفت میں ۵ گہنٹے
صرف ہوئے تو بتاؤ بلندی پہاڑ کی

(۲۷۹) اگر ایک عدد کے مربع میں سے اوس عدد کا مربع کہ عدد مذکور کے ہندسے معکوس کرنے سے بنا ہے تفریق کریں تو ثابت کرو کہ حاصل تفریق ۹۹ پر تقسیم ہو جاویگا

(۲۸۰) اگر ا : ب : : ح : د تو ثابت کرو کہ $\sqrt{(ا^2+ب^2)} : \sqrt{(ح^2+د^2)} :: \sqrt{(۳ا^2+ب^2)} : \sqrt{(۳ح^2+د^2)}$

(۲۸۱) دریافت کرو قیمت $\frac{\sqrt{[ا-(ا-ب)]}}{\sqrt{(ا^2+ب^2)}} + \frac{\sqrt{[۵ا-(ا-ب)]}}{ا+ب}$ جب ا = ۳ و ب = ۴

(۲۸۲) تفریق کرو (ب - ا) (ح - د) کو (ا - ب) (ح - د) میں سے اور بتاؤ کیا قیمت حاصل کی ہوگی
اگر ا = ۲ب اور د = ۲ح

(۲۸۳) اختصار کرو $\frac{لا^2-۲الا-۲۴ا^2}{لا^2-۷الا-۴۴ا^2}$ اور $\frac{لا-ی}{لا+ی} - \frac{لا}{لا-ی} + \frac{ی}{ی-لا}$

(۲۸۴) حل کرو ان مساواتونکو (۱) $\frac{۴}{لا+۳} - \frac{۱}{لا} = \frac{۹}{۷لا}$

(۲) $\frac{۳لا-۲ی}{۵} - \frac{لا-ی}{۲} = ۱$ اور $\frac{لا}{۳} + \frac{ی}{۴} = ۴$

(۳) $\sqrt{(۲لا-۱)} + \sqrt{(۳لا+۱۰)} = \sqrt{(۱۱لا+۹)}$

(۲۸۵) حل کرو ان مساواتونکو (۱) $۱۰لا + \frac{۲}{۱-لا} = ۹$

(۲) $\left(\frac{لا}{ا} - \frac{۲ا}{لا} - ۱\right)\left(۱ + \frac{ا}{لا} - \frac{۲لا}{ا}\right) = ۰$

(۳) $لا^2 - لای + ی^2 = ۷$ و $۵لا - ۲ی = ۹$

(۲۸۶) ایک دفعہ ایک نہر پر کشتیوں کی دوڑ ہوئی ایک کشتی بحساب اوسط ۴ گز فی سکنڈ کی رفتار سے چلی اور دوسری کشتی اول آدہی دور ۳½ گز فی سکنڈ کی چال سے اور آخر آدہی دور ۴½ گز فی سکنڈ کی رفتار سے چلی اور یہہ کشتی ۱۵ سکنڈ کے بعد پہلی کشتی سے حد شرط تک پہونچی تو بتاؤ کتنی دیر تک ہر یک کشتی چلتی ہے

(۲۸۷) ایک چوکور تصویر ہے اور اوسکے گرد ایک چوکہٹا لگا ہوا ہے اور وہ سارا طول میں ۸ فٹ ہے اور اوسمین ۳ روپیہ فی فٹ بنوائی کے حساب سے بچگنے آنے سطح تصویر کے فٹ مربع لگے ہیں تو بتاؤ

طول اور عرض تصویر کا کیا ہے

(۲۸۸) اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ

ا + ب + ح + د : ا + ب − ح − د :: ا − ب + ح − د : ا − ب − ح + د

(۲۸۹) جسامت مخروط کی ایسی بدلتی ہی جیسی کہ قاعدہ کا رقبہ اور ارتفاع بالاشتراک بدلتا ہے، ایک مخروط کا قاعدہ ۹ فیٹ مربع ہی اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور جسامت اوسکی ۱۰ مکعب گز ہے تو اوس مخروط کا ارتفاع بتاؤ جسکا قاعدہ ۳ فیٹ مربع ہی اور جسامت ۲ مکعب گز ہے

(۲۹۰) اس سلسلہ حسابیہ ۱/(۱ + لا) و ۱/(۱ − لا^۲) و ۱/(۱ − لا) کی ن رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲۹۱) دریافت کرو قیمت ا^۳ − ب^۳ + ح^۳ + ۳ابح جب کہ ا = ۰٫۳۴ و ب = ۰٫۱ اور ح = ۰٫۴۴

(۲۹۲) مفرد اور مختصر بناؤ ((اح − بد)^۲ + (اد + بح)^۲)/(ح^۲ + د^۲) − ا^۲

اور ثابت کرو کہ بح (ب^۲ − ح^۲) + ح ا (ح^۲ − ا^۲) + اب (ا^۲ − ب^۲)
− (ا + ب + ح) {ا^۲ (ب − ح) + ب^۲ (ح − ا) + ح^۲ (ا − ب)} = ۰

(۲۹۳) اگر ا + ب + ح = ۰ ثابت کرو ا^۳ + ب^۳ + ح^۳ = ۳ابح

(۲۹۴) اختصار کرو (لا^۴ + ۲لا^۳ + ۶لا − ۹)/(لا^۴ + ۴لا^۳ + ۴لا^۲ − ۹)

(۲۹۵) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) (۱۰لا + ۱۷)/۱۸ − (۱۲لا + ۲)/(۱۳لا − ۱۶) = (۵لا − ۴)/۹

(۲) ۶لا − ۵ی = ۱ و ی − لا = ۱۲

(۳) لا/۸ + ۸ی = ۶۶ و ی/۸ + ۸لا = ۱۲۹

(۲۹۶) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) (لا + ۱)/۴ + (۳لا + ۱)/(لا + ۴) = ۴

(۲) √(۲لا + ۲) √(۴لا − ۳) = ۲۰

(۳) √(۳لا + ۱) − √(۲لا − ۱) = ۱

(۲۹۷) ایک ظرف کو ایک سائی فن جسکو آبکش کہتے ہیں ۴۸ منٹ میں خالی کرتا ہی اوسکو ۳۶ منٹ میں ایک دہانہ پر کرتا ہی جب وہ خالی ہوگیا تو دونو دہانہ اور سائی فن چلنے لگے

تو بتاؤ کتنی دیر مین طرف پر پہونچیگا

(۲۹۸) ایک ملاح بارہ گھنٹہ مین کشتی کو تین میل لے گیا اور لوٹ آیا اوسنے پانچ میل فی گھنٹہ تو دھار پر کشتی کو چلایا اور ۳ میل فی گھنٹہ دھار کی سمت مخالف مین تو بتاؤ کتنی دیر اوسنے کشتی کو دھار پر اور کتنی دیر دھار کے برخلاف کشتی چلائی

(۲۹۹) تین عدد سلسلہ حسابیہ مین ا-ب اور ا+ب کی درمیان دریافت کرو

(۳۰۰) دریافت کرو قیمت لا کی اگر $\frac{۱}{۲}$لا : $\frac{۲}{۳}$لا :: ۸ : ۱ فقط

جواب نمبری ۱

(۱) ۲۲ (۲) ۲۶ (۳) ۸۹ (۴) ۵۶۴ (۵) ۲۷۴ (۶) ۱۰ (۷) ۶

(۸) ۶ (۹) ۳۴ (۱۰) ۳۹ (۱۱) ۶ (۱۲) ۵ (۱۳) ۹ (۱۴) ۵

اجوبہ نمبری ۲

(۱) ۵۵ (۲) ۸۱ (۳) ۹۴ (۴) ۸ (۵) ۲۷ (۶) ۸۱ (۷) ۱۲ (۸) ۱۱

(۹) ۲۱ (۱۰) ۱۵ (۱۱) ۱۰ (۱۲) ۳۰ (۱۳) ۳ (۱۴) ۱۲۷ (۱۵) ۶ (۱۶) ۱

اجوبہ نمبری ۳

(۱) ۵ (۲) ۱۶ (۳) ۹ (۴) ۲۲۴ (۵) ۴۵۹ (۶) ۷ (۷) ۷۴ (۸) ۱۲

(۹) ۸ (۱۰) ۲۳۸ (۱۱) ۴۲۰ (۱۲) ۱۴۴ (۱۳) ۴۳ (۱۴) ۱۵ (۱۵) ۹ (۱۶) ۲

اجوبہ نمبری ۴

(۱) ۷ (۲) ۸۸ (۳) ۴۳ (۴) ۲ (۵) ۷۲ (۶) ۱ (۷) ۱ (۸) ۱۶

(۹) ۱۴ (۱۰) ۵ (۱۱) ۷ (۱۲) ۵ (۱۳) ۱۱ (۱۴) ۷ (۱۵) ۴ (۱۶) ۲

اجوبہ نمبری ۵

(۱) ۱۵ا - ۹ب (۲) ۳ لا^{۲} - ۳ی^{۲} (۳) ۱۹ا + ۹ب + ۹ح (۴) ۴ لا + ۲ی + ۴ی

(۵) ا - ب (۶) ۳ لا - ۳ا - ۲ب (۷) ۲ا + ۲ب (۸) ا + ب + ح

(۱۶) لا^{۵} + ۱۵۱ لا - ۲۶۴ (۱۷) ۲ لا^{۵} - ۱۸ لا^{۴} + ۹۳ لا^{۳} - ۲۵ لا^{۲} + لا + ۱

(۱۸) لا^{۲} + ۸ ۱۰۰۸ لا + ۲۰۷۲۰ (۱۹) ۴ لا^{۶} - ۵ لا^{۵} + ۸ لا^{۴} - ۱۰ لا^{۳} - ۸ لا^{۲} - ۵ لا - ۴

(۲۰) لا^{۶} + ۲ لا^{۵} + ۳ لا^{۴} + ۲ لا^{۲} + ۱ (۲۱) لا^{۳} - ۹ و^{۲} لا (۲۲) و^{۴} + ۴ و^{۳} لا + ۴ و لا^{۳} - لا^{۴}

(۲۳) - ۱۰ ب^{۳} - ا ب^{۲} + ۲۶ ا^{۲} ب - ۷ ا^{۳} (۲۴) ا^{۴} - ا^{۲} ب^{۲} + ۲ ا ب^{۳} - ب^{۴}

(۲۵) ا^{۴} + ۳ ا^{۲} ب^{۲} + ۴ ب^{۴} (۲۶) ۱۲ لا^{۳} - ۱۷ لا^{۲} ی + ۳ لا ی^{۲} + ۲ ی^{۳}

(۲۷) لا^{۴} - لا^{۲} ی^{۲} + لا ی^{۳} - ی^{۴} (۲۸) ۶ لا^{۴} + ۱۷ لا^{۳} ی + ۲۴ لا^{۲} ی^{۲} + ۱۹ لا ی^{۳} + ۴ ی^{۴}

(۲۹) لا^{۳} + ی^{۳} + ۳ لا ی - ۲ لا - ۲ ی + ۱ (۳۰) لا^{۵} - ۳۲ ی^{۵} (۳۱) ۲۴۳ لا^{۵} - ی^{۵}

(۳۲) لا^{۴} - ۴ ی^{۲} + ۱۲ ی ط - ۹ ط^{۲} (۳۳) ا^{۳} + ا^{۲} ب + ا ب^{۲} + ب^{۳} + ۲ ب^{۲} لا - (ا - ب) لا^{۲}

(۳۴) ا^{۳} + ب^{۳} + ح^{۳} - ۳ ا ب ح (۳۵) ا^{۴} + ۸ ب^{۲} لا^{۲} (ا^{۲} - ۲) + ۱۶ ب^{۴} لا^{۴}

(۳۶) ا^{۴} - ۲ ا^{۲} ب^{۲} + ب^{۴} + ۴ ا ب ح^{۲} - ح^{۴} (۳۷) لا^{۴} - ا^{۴}

(۳۸) لا^{۳} + لا^{۲} (ا + ب + ح) + لا (ا ب + ا ح + ب ح) + ا ب ح

(۳۹) لا^{۶} + لا^{۳} ا^{۳} + ا^{۶} (۴۰) لا^{۴} - ۵ ا^{۲} لا^{۲} + ۴ ا^{۴}

اجو نمبر ۹

(۱) ۵ لا^{۳} (۲) - ۳ ا^{۳} (۳) ۳ لا ی (۴) - ۸ ا^{۲} ب^{۲} ح^{۲} (۵) ۴ ا^{۲} ب^{۲} ی

(۶) لا^{۲} - ۲ لا + ۴ (۷) - ا^{۲} + ۴ ا - ۵ (۸) لا^{۲} - ۳ لا ی + ۴ ی^{۲} (۹) ۵ ا^{۲} ب^{۲} + ا ب - ۴

(۱۰) ۱۵ ا^{۲} ب^{۲} - ۱۲ ا ب^{۳} + ۹ ا ب ح^{۲} - ۵ ح^{۴} (۱۱) لا - ۴ (۱۲) لا - ۸ (۱۳) لا^{۲} + لا + ۳

(۱۴) ۳ لا^{۲} - ۲ لا + ۴ (۱۵) ۳ لا^{۲} + ۲ لا + ۱ (۱۶) لا^{۲} - ۳ لا + ۷

(۱۷) لا^{۴} + لا^{۳} + لا^{۲} + لا + ۱ (۱۸) ا^{۲} + ا ب - ب^{۲} (۱۹) لا^{۳} + ۳ لا^{۲} ی + ۹ لا ی^{۲} + ۲۷ ی^{۳}

(۲۰) لا^{۳} - لا^{۲} ی + لا ی^{۲} (۲۱) لا^{۴} + لا^{۳} ی + لا^{۲} ی^{۲} + لا ی^{۳} + ی^{۴}

(۲۲) ا^{۳} - ۲ ا^{۲} ب + ۴ ا ب^{۲} - ۸ ا ب^{۳} + ۱۶ ب^{۴} (۲۳) ۲ ا^{۳} - ۹ ا^{۲} ب + ۱۸ ا ب^{۲} - ۲۷ ب^{۳}

(۲۴) لا^{۲} + لا ی + ی^{۲} (۲۵) لا^{۲} + ۲ لا ی + ۳ ی^{۲} (۲۶) لا^{۲} - ۲ لا + ۲

(۲۷) لا^{۲} − ۳لا − ۱ (۲۸) لا^{۲} − ۵لا + ۶ (۲۹) لا^{۲} − ۴لا + ۸ (۳۰) لا^{۲} + ۵لا + ۱

(۳۱) لا^{۲} − لا − ۱۹ (۳۲) ۱ − ۳لا + ۲لا^{۲} − لا^{۳} (۳۳) لا^{۴} + ۲لا^{۳} + ۳لا^{۲} + ۲لا + ۱

(۳۴) ا^{۲} + ۲اب + ۳ب^{۲} (۳۵) ا^{۳} + ۲ا^{۲}ب + ۲اب^{۲} + ب^{۳}

(۳۶) لا^{۴} − ۳لا^{۲} + ۴لا + ۱ (۳۷) لا^{۴} + ۲لا^{۳} + ۳لا^{۲} + ۲لا + ۱ (۳۸) لا^{۶} − لا^{۵} + ۲لا^{۳} − ۲لا^{۲} − ۲

(۳۹) لا − ح (۴۰) الا^{۲} + ب لا + ح (۴۱) لا^{۲} − ۲لا ی + ی^{۲}

(۴۲) لا^{۲} + لا (ی + ۱) + ی^{۲} − ی + ۱ (۴۳) ۷لا + ۴ط (۴۴) ا + ب + ح

(۴۵) ا + ۲ب + ح (۴۶) ا^{۲} + ا (۲ب − ح) + ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}

(۴۷) ا (ب + ح) − ب ح (۴۸) لا^{۲} − لا (ا + ب) + اب

(۴۹) لا + ی − ی (۵۰) لا + ی + ی

اجوبہ نمبری ۱۰

(۱) ۲۲۵لا^{۲} + ۴۲۰لا ی + ۱۹۶ی^{۲} (۲) ۴۹لا^{۴} − ۷۰لا^{۲}ی^{۲} + ۲۵ی^{۴}

(۳) لا^{۴} + ۴لا^{۳} − ۸لا + ۴ (۴) لا^{۴} − ۱۰لا^{۳} + ۳۹لا^{۲} − ۷۰لا + ۴۹

(۵) ۴لا^{۴} − ۱۲لا^{۳} − ۷لا^{۲} + ۲۴لا + ۱۶ (۶) لا^{۲} + ۴ی^{۲} + ۹ط^{۲} + ۴لا ی + ۶لا ط + ۱۲ی ط

(۷) لا^{۴} + ۲لا^{۳}ی + لا^{۲}ی^{۲} − ی^{۴} (۸) لا^{۴} + لا^{۲}ی^{۲} + ی^{۴} (۹) لا^{۴} − لا^{۲}ی^{۲} − ۲لا ی^{۳} − ی^{۴}

(۱۰) لا^{۴} − لا^{۲}ی^{۲} + ۲لا ی^{۳} − ی^{۴} (۱۱) لا^{۶} + ۲لا^{۴} + ۵لا^{۲} − ۱ (۱۲) لا^{۴} − ۱۸لا^{۲} + ۸۱

(۱۳) ا^{۴} − ۴ا^{۲}ب^{۲} − ۴اب^{۳} − ب^{۴} (۱۴) ۱۶لا^{۴} + ۹۶لا^{۳}ی + ۱۴۴لا^{۲}ی^{۲} − ۸۱ی^{۴}

(۱۵) ا^{۴}لا^{۴} − ب^{۴}ی^{۴} (۱۶) ا^{۴}لا^{۴} − ۲ا^{۲}ب^{۲}لا^{۲}ی^{۲} + ب^{۴}ی^{۴}

اجوبہ نمبری ۱۱

(۱) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} (۲) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} (۳) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} + د^{۲} + ۲اح + ۲ب د

(۴) ۶(ا + ب + ح) (۵) ۲(ا + ب + ح) (۶) ۲ب (لا + ی)

(۷) ب لا + ا ی + (ا + ب) ی (۸) لا (۲ا + ح) + ی (۲ب + ا) + ی (۲ح + ب)

(۹) ۲(ا + ب + ح)(لا + ی + ی) (۱۰) ۲(ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} − اب − ب ح − اح)

(۱۱) ب - ۱۱ ا (۱۲) ب^{۲} - د^{۲} (۱۳) ۲ ا + ۴ ب د (۱۴) (لا + ا)^{۲} (۱۵) ا

(۱۶) ۲ ا - ۵ ب + ۴ ح (۱۷) ۲ (۱۸) لا^{۳} + لا^{۲} د + لا د^{۲} + د^{۳}

(۱۹) لا^{۳} + لا^{۲} د + لا د^{۲} + د^{۳} (۲۰) ۱۲ ا ب ح (۲۱) ا + ب + ح + د (۲۲) ۳ ب

(۲۳) ۹ ا^{۲} - ۳۰ ا ب + ۲۵ ب^{۲} (۲۴) - ۲ ح^{۲} + ح (۹ ا + ۴ ب) - ۲۶ ا ب

(۲۵) (لا^{۲} + لا د + د^{۲})^{۲} (۲۶) (لا^{۲} - لا د + د^{۲})^{۲} (۲۷) ا^{۲} - ۲ ا ب + ۳ ب^{۲}

(۲۸) لا^{۲} - ۸ لا د + ۱۵ د^{۲} (۲۹) ا^{۴} - ا^{۲} ب^{۲} + ب^{۴}

(۳۰) ا^{۲} - ب^{۲} (۳۱) ۲ ا^{۲} - ۳ ا ب + ۴ ب^{۲} (۳۲) لا - ۱ (۳۳) (لا - ۱) (لا + ۴)

(۳۴) ا + لا (۳۵) ا^{۲} + ب^{۲} (۳۶) لا^{۲} - ا لا + ا^{۲} (۳۷) (لا + ۴) (لا + ۵)

(۳۸) (لا + ۵) (لا + ۶) (۳۹) (لا - ۵) (لا - ۱۰) (۴۰) (لا - ۱۰)^{۲}

(۴۱) (لا - ۱۱) (لا + ۱۲) (۴۲) (لا + ۴) (لا - ۱۱) (۴۳) (لا - ۳) (لا + ۳) (لا^{۲} + ۹)

(۴۴) (لا + ۵) (لا^{۲} - ۵ لا + ۲۵) (۴۵) (لا - ۲) (لا + ۲) (لا^{۲} + ۴) (لا^{۴} + ۱۶)

(۴۶) (لا - ۲) (لا + ۲) (لا^{۲} + ۲ لا + ۴) (لا^{۲} - ۲ لا + ۴)

(۴۷) (ا + ۴ ب) (ا + ۵ ب) (۴۸) (لا - ۶ د) (لا - ۷ د)

(۴۹) (ا + ب - ۶ ح) (ا + ب - ۷ ح) (۵۰) (۲ لا + ۲ د - ا - ب) (لا + د - ۳ ا - ۳ ب)

اجوبہ نمبری ۱۲

(۱) ۳ لا (۲) ۴ ا ب^{۲} (۳) ۱۲ لا^{۲} د^{۲} ح (۴) ۷ ا ب^{۳} لا^{۲} د^{۲} (۵) ۲ (لا + ۱)

(۶) ۳ (لا + ۱) (۷) ۴ (ا^{۲} + ب^{۲}) (۸) لا^{۲} - د^{۲} (۹) لا + ۵ (۱۰) لا - ۷

(۱۱) لا - ۱۰ (۱۲) لا - ۱۲ (۱۳) لا^{۲} + ۳ لا + ۴ (۱۴) لا^{۲} - ۵ لا + ۳

(۱۵) لا^{۲} - ۶ لا + ۷ (۱۶) لا^{۲} - ۶ لا - ۵ (۱۷) لا + ۳ (۱۸) لا - ۴

(۱۹) لا^{۲} - لا - ۱ (۲۰) لا^{۲} - لا + ۱ (۲۱) ۳ لا + ۲ (۲۲) لا^{۲} - لا - ۱

(۲۳) لا^{۲} - ۲ (۲۴) لا - ۲ (۲۵) لا^{۲} + ۱ (۲۶) لا^{۲} + ۳ لا + ۵

(۲۷) ۷ ل۲ + ۸ ل + ۱ (۲۸) ل۴ − ۲ ل۳ + ۳ ل۲ − ۲ ل + ۱ (۲۹) ل۲ − ۳ ل + ۱

(۳۰) ل + ۱ (۳۱) ل + ۷ (۳۲) ل + ۳ ی (۳۳) ل + د (۳۴) ل − ۲ د (۳۵) ل − ی

اجوبہ نمبری ۱۳

(۱) ۱۲ ا۲ ب۲ (۲) ۳۶ ا۲ ب۲ ج۲ (۳) ۲۴ ا۲ ب۲ ل۲ ی۲ (۴) (ا + ب) (ا − ب)

(۵) ۱۲ ا ب (ا۲ + ب۲) (۶) (ا + ب) (ا۲ − ب۲) (۷) (ل + ۱) (ل + ۳) (ل − ۳)

(۸) (ل + ۳) (ل + ۴) (ل۲ + ۳ ل + ۱) (۹) ل (۲ ل + ۱) (۳ ل − ۱) (۴ ل + ۳)

(۱۰) (ل۲ − ۵ ل + ۶) (ل − ۱) (ل − ۴) (۱۱) (ل۲ + ۳ ل + ۲) (ل − ۳) (ل + ۵)

(۱۲) (ل۲ + ل + ۱) (ل۲ + ۱) (ل + ۱) (ل − ۱) (۱۳) (ل۳ − ل۲ − ۴ ل + ۴) (ل − ۱) (ل − ۴)

(۱۴) (ل۲ − د ل + د۲) (ل۲ + د ل + د۲) (ل − د)۲ (۱۵) ۳۴ ا۲ ب۲ ج

(۱۶) ۱۲۰ (ا + ب)۲ (ا − ب)۲ (۱۷) ۲۴ (ا − ب) (ا۲ + ب۲)

(۱۸) ۱۰۵ ا ب۲ (ا + ب) (ا − ب) (۱۹) ل۲ − ۱ (۲۰) ل۴ − ۱ (۲۱) ل۱۲ − ۱

(۲۲) (ل + ۱) (ل + ۲) (ل + ۳) (۲۳) (ل + ۱) (ل + ۲) (ل۲ + ۲ ل − ۳)

(۲۴) (ل۲ − ۱۹ ل − ۳۰) (ل۲ + ۵ ل + ۱۰)

اجوبہ نمبری ۱۴

(۱) ۳ ل + $\frac{۴ ل}{۷}$ (۲) ۴ ا ج + $\frac{۴ ج}{۹}$ (۳) ۲ ا + $\frac{۳ ب}{۴ ا}$ (۴) ۲ ل − $\frac{۵ ی}{۶ ل}$

(۵) ل + $\frac{۲}{ل + ۳}$ (۶) ۲ ل − $\frac{۱}{ل − ۳}$ (۷) ل + ۳ ا ل + ۳ ا۲ + $\frac{۳ ا۳}{ل − ۲ ا}$

(۸) ل − ۱ − $\frac{۲ ل − ۱}{ل۲ − ل + ۱}$ (۹) ل۲ + ل + ۱ + $\frac{۲}{ل − ۱}$

(۱۰) ل۳ − ل۲ + ل − ۱ (۱۱) $\frac{۴ ا۲}{۳ ب}$ (۱۲) $\frac{۸ (ا۲ + ب۲)}{(ا + ب)^۳}$ (۱۳) $\frac{۳ (ا − ب)}{۲ (ا + ب)}$

(۱۴) $\frac{ل۲}{(ل + ۱)^۲ (ل − ۱)}$ (۱۵) $\frac{۴ ل}{۳ ی}$ (۱۶) $\frac{ب۲ + ۱۳}{ا + ب}$ (۱۷) $\frac{۲ (ب − ا)}{۳ (ا + ب)}$

(۱۸) $\frac{(ل + ۱) (ل۲ − ۱)}{ل۲ + ۱}$

اجوبہ نمبری ۱۵

(۱) ۲ا²لا / ۳ی　(۲) ا+ب / ۲ب　(۳) ا+ب / ا−ب　(۴) ۲الا / الا−۳ی²　(۵) ۴(ا+ب) / ۵(ا−ب)

(۶) ا²−اب+ب² / ا−ب　(۷) لا+۲ / لا+۵　(۸) لا+۷ / لا−۵　(۹) لا+۳ / لا−۷　(۱۰) لا+ب / لا+ح

(۱۱) لا−ب / لا+ح　(۱۲) ۳لا−۴ / ۴لا−۳　(۱۳) لا+ا−ب−ح / لا+ب−ا−ح　(۱۴) لا+۳ / لا²−۲لا+۵

(۱۵) لا−۳ / لا²+۷لا+۳　(۱۶) لا+۵ / لا²+۳لا+۲　(۱۷) لا+۷ / لا²−۴لا−۳

(۱۸) ۶لا−۵ / ۳لا²+لا+۱　(۱۹) ۵لا+۴ / ۳لا²+لا+۲　(۲۰) لا−ا / لا²−الا+ا²

(۲۱) لا−۴ / لا+۴　(۲۲) لا²+الا−۲ا² / ۲لا²+۳الا+۴ا²　(۲۳) لا−۳ / لا²−۳لا+۱

(۲۴) لا+ا / لا²+الا+ا²　(۲۵) لا−۳ / لا²+۱　(۲۶) ۳لا²+لا+۲ / ۲لا²+لا+۳　(۲۷) ۳لا(لا²−۵ا²) / ۲لا²+۳ا²

(۲۸) لا²+۱ / لا⁴+لا²+۱　(۲۹) ۱ / لا−۱　(۳۰) لا² / لا²−ا²ی　(۳۱) ۱ / لا²−ا²

(۳۲) لا⁴−۱ / لا³+۱　(۳۳) ۹لا² / ۱۲لا³ …　(۳۴) ۴(لا−۱) / ۴(لا²−۱) …　(۳۵) ا(لا+ا) / لا²−ا² …

(۳۶) ا(ا+ب)(ا²+ب²) / ا⁴−ب⁴ …　(۳۷) لا²(لا+۱)(لا−۱) / (لا²−۱)²　(۳۸) ا(لا²+الا+ا²) / لا³−ا³ …

(۳۹) لا²+الا+ا² / لا⁴+ا²لا²+ا⁴ …　(۴۰) لا−ح / (لا−ا)(لا−ب)(لا−ح) …

اجوبہ نمبری ۱۶

(۱) ۱۶ا−۶ب−ح / ۴　(۲) ۲ا / ا²−ب²　(۳) ا²+۲اب−ب² / ا²−ب²　(۴) ۲حب / ا²−ب²

(۵) ا+ب+ح / ابح　(۶) ۱ / لا−ی　(۷) ۱۲لا / ۱−۹لا²　(۸) لا+ا / الا　(۹) ا+ب / ۲ا−۲ب

(۱۰) ۴ا / ا+لا　(۱۱) ۲ا²+۹ح² / ۶اح　(۱۲) ب / ا−ب　(۱۳) ب(ا+ب) / لا²−ب²

(۱۴) ۲لا−۳ / لا(۴لا²−۲)　(۱۵) ۱۶ / (لا−۲)(لا+۲)²　(۱۶) ا / ا²−ب²　(۱۷) ا⁴+۶ا²لا²+لا⁴ / ا⁴−لا⁴

(۱۸) ۲ / (لا+۱)(لا+۲)(لا+۳)　(۱۹) ۵لا²−۷لا / (لا²−۱)(لا−۳)　(۲۰) ۴لا³ / ی(لا²−ی²)

(۲۱) ۲لا² / ۱−لا²　(۲۲) ۲لا² / لا²−۱　(۲۳) ۲ا² / لا(لا²−ا²)　(۲۴) ۲ا⁴+۶ا²ب² / ا⁴−ب⁴

(۲۵) ۳لا² / لا²−۱　(۲۶) ۴ا²(ا²−الا+لا²) / ا²−لا²　(۲۷) ۴(لا+۱۰) / لا²−۱۶

(۲۸) ۲لا²−۹لا+۴۴ / لا³+۶۴　(۲۹) لا²−۴ا²لا−ا² / (لا²−ا²)²　(۳۰) ۲ا / لا²−ا²　(۳۱) ۱

(۳۲) $\frac{لا^۳-۲لا}{لا^۳+۱}$ (۳۳) صفر (۳۴) $\frac{۹}{لا(لا+۱)(لا+۲)}$

(۳۵) $\frac{۱}{(۱+لا)(۱+لا^۲)(۱+لا^۳)}$ (۳۶) $\frac{۲لا^۳}{لا^۳+ی^۳}$ (۳۷) $\frac{۲ی^۳}{لا^۳-ی^۳}$ (۳۸) $\frac{۲لا^۴+۲}{لا^۴+لا^۲+۱}$

(۳۹) $\frac{۴ا(ا^۲لا^۲-ب^۲ی^۲)}{ا^۴لا^۴-ب^۴ی^۴}$ (۴۰) $\frac{۴لا^۳}{لا^۴+لا^۲+۱}$ (۴۱) ۰ (۴۲) $\frac{۴ا^۲}{لا^۴-ا^۴}$

(۴۳) $\frac{۸ب^۷}{ا^۸-ب^۸}$ (۴۴) $\frac{۴۸ا^۳}{(لا-ا^۲)(لا^۲-۹ا^۲)}$ (۴۵) $\frac{۲۴ب^۳}{ا(ا^۲-ب^۲)(ا^۲-۴ب^۲)}$

(۴۶) $\frac{ح}{(لا-ا)(لا-ب)}$ (۴۷) $\frac{لا}{(لا-ا)(لا-ب)}$ (۴۸) $\frac{لا(ا+ب)-اب}{(لا-ا)(لا-ب)}$

(۴۹) $\frac{۱}{(ا-ح)(ح-ب)}$ (۵۰) $\frac{ح-ا-ب}{(ح-ا)(ح-ب)}$ (۵۱) ۰ (۵۲) $\frac{۱}{ح(ح-ا)(ح-ب)}$

(۵۳) ۱ (۵۴) $\frac{۳لا-ا-ب-ح}{(لا-ا)(لا-ب)(لا-ح)}$ (۵۵) $\frac{۳لا^۲-ا^۲-ب^۲-ح^۲}{(لا-ا)(لا-ب)(لا-ح)}$

(۵۶) $\frac{۱}{(لا-ا)(لا-ب)(لا-ح)}$

اجوبہ نمبری ۱۷

(۱) $\frac{۳ح}{۵ا}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{ا^۳ب^۳ح}{لا^۳ی^۳}$ (۴) $\frac{۱}{(لا-۱)(لا+۲)}$ (۵) لا - ا (۶) $\frac{ا^۲-ب^۲}{اب}$

(۷) $\frac{ا^۲ب^۲}{ا^۲-ب^۲}$ (۸) $\frac{لا ا}{ا^۲-لا^۲}$ (۹) $\frac{(لا+ی)^۲}{لا^۲+ی^۲}$ (۱۰) $\frac{لا+ح}{لا+ب}$ (۱۱) $\frac{لا}{لا-ی}$

(۱۲) $\frac{(ا+ح)^۲-ب^۲}{ابح}$ (۱۳) $\frac{لا^۷-ا لا^۵+ا^۵لا-ا^۷}{ا^۳لا^۳}$ (۱۴) $\frac{لا^۲}{ا^۲}+\frac{ا^۲}{لا^۲}-\frac{ی^۲}{ب^۲}-\frac{ب^۲}{ی^۲}$

(۱۵) ۱

اجوبہ نمبری ۱۸

(۱) $\frac{۶ای}{ب لا}$ (۲) $\frac{۹ح^۲لا^۲}{۱۶ا^۲ی^۲}$ (۳) $\frac{۱}{لا+ی}$ (۴) $\frac{۳(ا-ب)^۲}{ب(ا+ب)}$ (۵) $\frac{لا(ا+۲لا)}{ا^۲}$

(۶) $\frac{۲لا}{لا-ی}$ (۷) $\frac{لا+ا}{لا+ی}$ (۸) $\frac{لا-ب}{لا-ا}$ (۹) $\frac{ا+ب-ح}{ح+ا-ب}$ (۱۰) $\frac{۱}{لا^۲-ی^۲}$

(۱۱) $\left(\frac{لا-۱}{لا-۳}\right)$ (۱۲) $\frac{ی^۲-لا^۲}{ی^۲}$ (۱۳) ۵لا - ۱ (۱۴) $\frac{ا^۴+ا^۲+۱}{ا^۲}$

(۱۵) $\frac{(لا^۲+ی^۲)(لا^۴+ا^۴)}{لا^۳ا^۳}$ (۱۶) $\frac{لا^۲-۹ا^۲}{الا}$ (۱۷) $\frac{لا-ی}{ی}$

(۱۸) $\frac{لا^۲+الا+ا^۲}{الا}$ (۱۹) $\frac{ا^۲+لا^۲}{۲الا}$ (۲۰) $\frac{لا^۴-۳لا^۳ا+۳ا^۳لا+ا^۴}{لا^۲ا^۲}$

(۲۱) ۱ (۲۲) $\frac{لا-۴}{لا-۵}$ (۲۳) $\frac{۱}{لا+۱}$ (۲۴) $\frac{لا^۲-ا^۲}{لا(ا+ب+ح)-بح}$

(۲۵) $\frac{۱}{لا+۱}$ (۲۶) $\frac{لا+۱}{لا+۱}$ (۲۷) لا+۱ (۲۸) $\frac{لا^۲+۱}{لا^۲+۱}$ (۲۹) $\frac{(لا^۳+ی^۳)}{لا^۳+ی^۳}$

(۳۰) لا (۳۱) ۱ (۳۲) $\frac{(ا^۳+ح^۳)^۲}{(ا^۳+ب^۳)}$ (۳۳) $\frac{ح^۲}{ب}$ (۳۴) $\frac{ب}{ا}$ (۳۵) صفر

(۳۶) $\frac{۴}{۹}$ (۳۷) ۲$\frac{۱}{۷}$ (۳۸) ۰ (۳۹) ۰ (۴۰) ا

اجوبہ نمبری ۱۹

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱۱ (۵) ۲۱ (۶) ۲ (۷) ۴ (۸) ۷ (۹) ۸ (۱۰) ۵

(۱۱) ۱۸ (۱۲) ۶ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲۷ (۱۵) ۱۵ (۱۶) ۶۳ (۱۷) ۶۰ (۱۸) ۳۶

(۱۹) ۶۴ (۲۰) ۹۶ (۲۱) ۴۵ (۲۲) ۲۴ (۲۳) ۱۲۰ (۲۴) ۷۲ (۲۵) ۱۲

(۲۶) ۶ (۲۷) ۵ (۲۸) ۱ (۲۹) ۶ (۳۰) ۲ (۳۱) ۲ (۳۲) ۳ (۳۳) ۱$\frac{۱}{۲}$

(۳۴) ۷ (۳۵) ۱$\frac{۱}{۵}$ (۳۶) ۱۱ (۳۷) ۵ (۳۸) ۲$\frac{۱}{۳}$ (۳۹) ۳ (۴۰) ۷

(۴۱) ۱۱ (۴۲) ۱۲ (۴۳) ۴ (۴۴) ۳ (۴۵) ۷ (۴۶) ۳ (۴۷) ۵$\frac{۱}{۲}$ (۴۸) ۱$\frac{۱}{۳}$

(۴۹) ۱۰ (۵۰) ۶ (۵۱) ۱۰ (۵۲) ۷ (۵۳) ۱ (۵۴) ۱۲ (۵۵) ۵ (۵۶) $\frac{۱}{۷}$

(۵۷) ۳ (۵۸) ۲ (۵۹) ۳ (۶۰) ۲۸ (۶۱) ۵ (۶۲) ۲ (۶۳) ۳ (۶۴) ۲ (۶۵) ۴

(۶۶) ۲

اجوبہ نمبری ۲۰

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۶ (۵) ۷− (۶) ۱۶ (۷) ۵ (۸) ۳$\frac{۱}{۷}$ (۹) ۶−

(۱۰) ۵ (۱۱) ۸ (۱۲) $\frac{۷}{۴}$ (۱۳) ۳ (۱۴) ۲ (۱۵) ۷ (۱۶) ۱$\frac{۲}{۷}$ (۱۷) $\frac{۱}{۵}$ (۱۸) ۱

(۱۹) ۱۷ (۲۰) ۲ (۲۱) ۵ (۲۲) ۲ (۲۳) ۶ (۲۴) ۷ (۲۵) ۲ (۲۶) ۲

(۲۷) ۲ (۲۸) $\frac{۵۰}{۲۹}$ (۲۹) ۷ (۳۰) ۴ (۳۱) ۱− (۳۲) $\frac{۳}{۲}$ (۳۳) ۲۳−

(۳۴) ۳ (۳۵) ۵$\frac{۱}{۲}$ (۳۶) $\frac{۴}{۱۳}$ (۳۷) ۰ (۳۸) ۲۰ (۳۹) ۳ (۴۰) ۵

(۴۱) ا−ب (۴۲) ا+ب (۴۳) ب−ا (۴۴) $\frac{۲اب}{ا+ب}$ (۴۵) ۲(ا+ب)

(۴۶) $\frac{ا^۲+اب+ب^۲}{ا+ب}$ (۴۷) $\frac{اب}{ا+ب-ح}$ (۴۸) $\frac{اب(ا+ب-۲ح)}{(ا+ب)ح-ا^۲-ب^۲}$

(۴۹) $\frac{۲اب}{ا+ب}$ (۵۰) $\frac{ا+ب}{۲}$ (۵۱) $\frac{ا+ب+ج+د}{م+ن}$ (۵۲) ح

(۵۳) $\frac{ا^۲}{ب-ا}$ (۵۴) $\frac{اب-ع ق}{ا+ب+ع+ق}$ (۵۵) $\frac{۱}{۲}$(ا+ب+۳)

(۵۶) $\frac{ح^۲-اب}{ا+ب-۲ح}$ (۵۷) $\frac{۲(ا^۲+اب+ب^۲)}{۳(ا+ب)}$ (۵۸) $\frac{۱}{۲}$(ا+ب) (۵۹) ۴

(۶۰) ۵۰ (۶۱) ۲۵ (۶۲) ۱۳/۸۱ (۶۳) (ا-ب)۲ (۶۴) ا

اجوبہ نمبری ۲۱

(۱) ۳۰ (۲) ۲ (۳) ۱۳ و ۲۰ (۴) ۳۵ و ۵۰ و ۷۰ (۵) ۱۷ و ۳۱ (۶) ۲۸ و ۱۴

(۷) ۲۸ (۸) ۲۰وین نومبر (۹) ۵۲ (۱۰) ۳۶ و ۲۷ (۱۱) ۴۸ و ۳۶ (۱۲) ۱۴ و ۲۴ و ۳۸

(۱۳) ۲۸ و ۳۲ (۱۴) ۱۰۴ (۱۵) ۵۴ و ۲۱ (۱۶) ۸ (۱۷) ۸ و ۱۲ (۱۸) ۱۰

(۱۹) ۳۶ و ۹ (۲۰) ۳۶ و ۱۲۰ (۲۱) ۱۰۰ و ۸۸ (۲۲) ۱۴ (۲۳) ۲۴ و ۷۶

(۲۴) ۲۱ (۲۵) ۳۶ و ۲۴ (۲۶) ۲۴ و ۶۰ و ۱۹۲ (۲۷) ۸۴۰ (۲۸) ۳۰۰۰۰

(۲۹) ۴۲۰ (۳۰) ۲۴ (۳۱) ۵۰۰ (۳۲) ۱۰ و ۱۴ و ۱۸ و ۲۲ و ۲۶ و ۳۰

(۳۳) ۳۶ و ۲۴ و ۱۸ و ۱۲ (۳۴) ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۵۰ (۳۵) ۵ و ۶

(۳۶) ۲۴ و ۳۶ و ۵۶ (۳۷) ۸۸ و ۴۴ (۳۸) ۱۳۰ و ۱۵۰ و ۱۳۰ و ۹۰

(۳۹) ۱۳ و ۲۷ (۴۰) ۷۵ و ۲۵ (۴۱) ۸۵ و ۳۵ (۴۲) ۱۰۰۰ (۴۳) ۱۸ و ۳ و ۳

(۴۴) ۲۴۰۰۰ (۴۵) ۸۰ (۴۶) ۲۶ و ۱۶ و ۳۲ و ۲۷ و ۴۲ (۴۷) ۱۴۰ روپیہ (۴۸) ۱۴

اجوبہ نمبری ۲۲

(۱) ۷۲ (۲) ۳۰ و ۳۰ (۳) ۲۰۰ میل ایڈن بر سے (۴) ۱۲ و ۱۲ (۵) ۸ و ۱۶

(۶) ۳۲ و ۱۶ (۷) ۴۸ (۸) ۳۰ (۹) ۹ و ۱۶ (۱۰) ۳۰ (۱۱) ۱۸ و ۲۲ و ۴۰ و ۱۰

(۱۲) ۶ و ۲۴ (۱۳) ۱۰ و ۱۵ و ۳۰ و ۶۰ (۱۴) ۸ ر (۱۵) ۵۵ و ۴۴

(۱۶) ۶۵ گھنٹہ کی انجام مین (۱۷) ۲۷ و ۱۷ (۱۸) ۴۲ و ۴۸ و ۸ و ۱۶ (۱۹) ۱۴ و ۲۵ و ۲۷ و ۴۲

(۲۰) ۲۴۰ و ۱۸۰ و ۱۴۴ ن (۲۱) ۱۵ و ۲۱ (۲۲) ۲۵۶۰ (۲۳) ۳۶ و ۵۴

(۲۴) ۶۰ (۲۵) ۱۲ (۲۶) ۸ پائی (۲۷) ۸۷۵ و ۱۱۲۵ (۲۸) ۲۵ (۲۹) ۱۰ و ۲۰

(۳۰) ۲۰ و ۸۰ (۳۱) ۵ ۵/۱۷ (۳۲) ۴۰ و ۵۰ (۳۳) ۱۱ و ۱۷ (۳۴) ۲۸

(۳۵) ۲۴ (۳۶) ۱۰۲۴ (۳۷) ۴۵۰ و ۲۷۰ (۳۸) ۲۲۰۰ و ۱۴۲۰ و ۱۱۰۰ و ۱۰۸۰

(۳۹) ۶۰ (۴۰) ۷+۱۲+۳۲ (۴۱) ۳۰ (۴۲) ۶۰ (۴۳) ۲۴۰ (۴۴) ۳ و ۹ پائی و ۱۲ پائی

(۴۵) ۵۰ پائی (۴۶) ۳۳۳ ۱/۳ روپیہ (۴۷) ۲۴ (۴۸) ۶۰ (۴۹) ۱۲۰۰۰ روپیہ (۵۰) ۲۵

(۵۱) ۴ ۱/۲ و ۳ ۱/۲ (۵۲) ۹۳ (۵۳) ۴۰ (۵۴) ۲۰۰۰۰۰۰۰ (۵۵) ۶

(۵۶) ۴۸ (۵۷) ۴۹ ۱/۱۱ منٹ تین بجے کے بعد (۵۸) ۳۲ ۸/۱۱ منٹ تین بجے کے بعد (۵۹) ۲۸۸ روپیہ

(۶۰) ۲ سکنڈ (۶۱) ۴۰ منٹ گیارہ بجے (۶۲) ۳۰۰ و ۲۰۰ روپیہ (۶۳) ۱۴ (۶۴) ۶۴۰

اجوبہ نمبری ۲۳

(۱) ۱۰ و ۷ (۲) ۱۷ و ۱۹ (۳) ۲ و ۱۳ (۴) ۴ و ۱ (۵) ۵ و ۵ (۶) ۲۱ و ۱۲

(۷) ۲۰- و ۱۰ (۸) ۲ و ۳- (۹) ۳ و ۲ (۱۰) ۳ و ۲ (۱۱) ۳ ۱/۲ و ۴ (۱۲) ۱۰ و ۷

(۱۳) ۱۹ و ۲ (۱۴) ۳۸ ۱/۲ و ۷۰ (۱۵) ۶ و ۱۲ (۱۶) $\frac{۳۴۸}{۱۵۷}$ و $\frac{۱۵۶}{۱۵۷}$ (۱۷) ۱۰ و ۵

(۱۸) ۱۲ و ۱۲ (۱۹) ۲۰ و ۲۰ (۲۰) ۱۳ و ۵ (۲۱) ۹ و ۷ (۲۲) ۱۰ و ۴ (۲۳) ۴ و ۹

(۲۴) ۵ و ۷ (۲۵) ۲ ۱/۲ و ۱ (۲۶) ۲ ی و ۲ ی (۲۷) ۱۰ و ۸ (۲۸) ۱۲ و ۳ (۲۹) ۳ و ۲

(۳۰) ۶۳ و ۱۴ (۳۱) ۳ و ۲ (۳۲) ۲ و ۳ (۳۳) ۴ و ۱۲ (۳۴) ا و ب

(۳۵) ا و ب (۳۶) $\frac{\text{اب}}{\text{ا+ب}}$ و $\frac{\text{اب}}{\text{ا+ب}}$ (۳۷) ب و ا (۳۸) $\frac{\text{ا ب ح}}{\text{ا}^2\text{+ب}^2}$ و $\frac{\text{ا}^2\text{ ب ح}}{\text{ا}^2\text{+ح}}$

(۳۹) $\frac{\text{ا ح}}{\text{ا+ب}}$ و $\frac{\text{ب ح}}{\text{ا+ب}}$ (۴۰) $\frac{۱}{\text{ا+ب}}$ و (۴۱) ا و ب (۴۲) ا+ب و ا-ب

(۴۳) (ا+ب)^2 و (ا-ب)^2 (۴۴) $\frac{\text{ح}}{\text{ا+ب}}$ و $\frac{\text{ح}}{\text{ا+ب}}$

اجوبہ نمبری ۲۴

(۱) ۲ و ۱ و ۳ (۲) ۳ و ۴ و ۶ (۳) ۲ و ۱ و ۳ (۴) ۹ و ۱۱ و ۱۳ (۵) ۴ و ۰ و ۵

(۶) ۵ و ۵- و ۵ (۷) ۴۵ و ۲۱- و ۱ (۸) ۱۰- و ۷ و ۳ (۹) ۱۵ و ۶۷ و ۱

(۱۰) $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۲}{۵}$ (۱۱) لا = $\frac{۱}{۲}$ (ب + ح - ا) وغیرہ

(۱۲) لا = $\frac{۱}{۲}$ (ا + ب + ح) - ا وغیرہ (۱۳) لا = $\frac{۱}{۲}$ (ب + ح) وغیرہ

(۱۴) لا = ی = ی = $\frac{\text{ا ب ح}}{\text{اب + ب ح + ح ا}}$ (۱۵) لا = ا و ی = ب و ی = ح

(۱۶) لا = ۴ و ی = ۵ و ی = ۲ و ی = ۳

اجوبہ نمبری ۲۵

(۱) ۴۲ و ۲۹ (۲) ۱۲ و ۱۴ (۳) ۱۱۹ و ۱۹۹ (۴) ۲۴ و ۶۰ (۵) ۳۰ پائی و ۸ پائی
(۶) ۴۹ و ۲۱ (۷) $\frac{۴}{۱۵}$ (۸) ۴۵ و ۴۳ (۹) ۷۲ و ۶۰ (۱۰) ۳۰ پائی و ۱۵ پائی
(۱۱) ۵ و ۳ (۱۲) ۲۰ و ۵۲ (۱۳) ۷۰ و ۵۰ (۱۴) $\frac{۳}{۵}$ (۱۵) (۲۴-۱) × ۲۰
(۱۶) ۱۵ و ۶۵ (۱۷) ۱۲ و ۵ (۱۸) ۱۰ و ۱۴ (۱۹) ۲۴ (۲۰) ۱ و ۲ (۲۱) ۵۹
(۲۲) سوا من (۲۳) ۱۵۰ گز و ۲۰ و ۳۰ گز فی منٹ (۲۴) ۱۲ و ۱۱ (۲۵) ۵۰ و ۷۵
(۲۶) ۷۰ و ۴۲ و ۳۵ (۲۷) ۹۰ و ۷۲ و ۶۰ (۲۸) ۱۲ میل
(۲۹) ۴ میل بیدل چلنے کے و ۳ میل کشتی میں چلنے کی رفتار ہے (۳۰) ۳۳ $\frac{۱}{۳}$ میل فی گھنٹہ اور ۴ $\frac{۸}{۱۳}$ فاصلہ
(۳۱) ۴۵ و ۳۰ میل فی گھنٹہ (۳۲) ۳۰ و ۵۰ میل فی گھنٹہ (۳۳) ۶۰ میل مسافر گاڑی
۳۰ میل مال گاڑی (۳۴) ۱۵۰ و ۱۲۰ و ۹۰ (۳۵) ۳ $\frac{۲}{۳}$ روپیہ ۲ $\frac{۱}{۳}$ روپیہ
(۳۶) ۴ و ۵۹ و ۵۵ (۳۷) ۱۲۰ و ۸۰ و ۴۰ (۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۴۲۰ و ۳۵ و
۲۱ (۴۰) ۲ و ۴ و ۹۴

اجوبہ نمبری ۲۶

(۱) ± ۴ (۲) ± ۲۵ (۳) ± ۷ (۴) ± ۹ (۵) ± ۹ (۶) ۶ (۷) ۱ و ۲
(۸) ۲ و ۳ (۹) ۲ و -۱۲ (۱۰) ۳ و -$\frac{۱}{۲}$ (۱۱) ۴ $\frac{۱}{۳}$ و -۳ (۱۲) ۱۰ و ۵
(۱۳) ۵ و -$\frac{۵}{۲}$ (۱۴) ۶ و -۳ (۱۵) $\frac{۳}{۲}$ و -$\frac{۱}{۲}$ (۱۶) $\frac{۹}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$
(۱۷) ۵ و $\frac{۲}{۳}$ (۱۸) ۳ و -۹ (۱۹) ۲ $\frac{۱}{۲}$ و -$\frac{۱}{۲}$ (۲۰) ۱ $\frac{۱}{۳}$ و -۱ $\frac{۱}{۲}$ (۲۱) ۱ و ۲
(۲۲) ۴ (۲۳) ۶ و $\frac{۹}{۴}$ (۲۴) ۱۱ و ۳ (۲۵) ۵ و ۳ $\frac{۱}{۲}$ (۲۶) ۴۴ و -۲
(۲۷) ۷ و -$\frac{۷}{۱۲}$ (۲۸) ۱۰ و -۱۰ (۲۹) ۳ و -۲ $\frac{۱}{۳}$ (۳۰) $\frac{۱}{۲}$ و -۳ (۳۱) ۲
(۳۲) ۲ و -۳ (۳۳) ۱ و -۴ (۳۴) ± ۲ (۳۵) ۳ و -$\frac{۳}{۲}$ (۳۶) ۶ و ۲ $\frac{۲}{۳}$
(۳۷) ۶ و $\frac{۲}{۷}$ (۳۸) $\frac{۱۶}{۴}$ (۳۹) ۷ و $\frac{۷}{۳}$ (۴۰) ۸ و ۲ $\frac{۲}{۱۱}$ (۴۱) ۳ و -۴ $\frac{۲}{۲}$
(۴۱) ۳ و -۵ (۴۲) ۳ و -$\frac{۵}{۲}$ (۴۳) ۲ و -۱ (۴۴) ۴ و -۱

(۴۵) ۷ و ۳ $\frac{۱۴}{۱۵}$ (۴۶) ۱ $\frac{۳}{۱۴}$ و ۱ (۴۷) ۴ $\frac{۱}{۱۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ (۴۸) ۳ و $-\frac{۴}{۵}$

(۴۹) ۳ و ۹ (۵۰) $-$۱۰ و ۹ $\frac{۲۵}{۲۹}$ (۵۱) ۳ و $-۱\frac{۱}{۱۴}$ (۵۲) ۲ و $-۱\frac{۳}{۱۴}$

(۵۳) ۴ و ۰ (۵۴) ۱ $\frac{۱}{۱۴}$ و ۰ (۵۵) ۱۳ و $\frac{۵}{۷}$ (۵۶) ۶ و $-۳\frac{۱}{۱۴}$

(۵۷) ۵ و $-۱\frac{۵}{۱۴}$ (۵۸) ۵ و $۱\frac{۱}{۵}$ (۵۹) ۵ و $-۱\frac{۱}{۱۴}$ (۶۰) ۲ $\frac{۲}{۱۴}$ و ۰

(۶۱) ا $\pm \frac{۱}{ا}$ (۶۲) (ا $\pm$ ب^۲) (۶۳) $\pm\sqrt{اب}$ (۶۴) ا و $-\frac{ب (ا + ب)}{ب + ۲ا}$

اجوبہ نمبری ۲۷

(۱) $\pm$ ۲ و $\pm$ ۳ (۲) ۴۹ (۳) ۴ (۴) $\pm$ ۴ (۵) ۵ و $-$۳ (۶) ۳ و $-$۲

(۷) ۶ و ۰ (۸) ۱۲ و $-$۳ (۹) ۹ و $-$۱۲ (۱۰) $\pm$ ۳ (۱۱) ۲ (۱۲) ۴ و ۱۱ $\frac{۱}{۸}$

(۱۳) ۱ $\frac{۴}{۵}$ (۱۴) ۱۶ (۱۵) ۱ (۱۶) $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴}{۵}$ (۱۷) ۴ (۱۸) ۴

(۱۹) $\frac{۴ (ا + ب)(ا^۲ + ب^۲)}{(ا - ب)^۲}$ (۲۰) $\frac{ا - ۱}{۲}$ (۲۱) ۳ ا^۲ (۲۲) ۰ و $\pm \frac{۱}{\sqrt{۵}}$ (۲۳) ۲ و $\pm$ ۵

(۲۴) ۰ و $\pm\sqrt{۳}$ (۲۵) ۲ و $\pm$ ۱ (۲۶) ۰ و $\pm\sqrt{(اب)}$ (۲۷) ا و $-$۲ ا و $-$۱۲ (۲۸) ا و $\frac{ا}{۲}$ و $-\frac{ا}{۲}$

اجوبہ نمبری ۲۸

(۱) ۳۶ و ۲۴ (۲) ۳۶ و ۲۴ (۳) ۳۰ و ۲۴ (۴) ۱۸ و ۱۲ و ۹ (۵) ۱۲ و ۱۰

(۶) ۴ و ۶ (۷) ۱۹۶ (۸) ۳ و ۴۸ (۹) ۱۱ (۱۰) ۷ (۱۱) ۶ و ۱۲ (۱۲) ۱۵

(۱۳) ۲۴ (۱۴) ۲۷ سیر (۱۵) ۸ روپائی و ۷ ر (۱۶) ۲۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۶ و ۹۶

(۱۸) ۸ پائی (۱۹) ۱۰ و ۹ میل (۲۰) ۵۶ (۲۱) ۱۲۸ و ۱۹۲ (۲۲) ۹ گیلن (۲۳) ۶۴

(۲۴) مساوی (۲۵) ۴ روپیہ فیصدی

اجوبہ نمبری ۲۹

(۱) ۵ و $-$۴ و $-$۵ و ۴ (۲) ۴ و $-\frac{۲۵}{۷}$ و ۱ و $-\frac{۵۱}{۳۵}$ (۳) $\pm$ ۸ و ۶ (۴) ۶ و ۱۲ و ۲ و $-$۴ (۵) ۶ و ۲ و $-$۱ و $-$۷ و ۰

(۶) ۴ و $-\frac{۴۸}{۱۳}$ و ۳ و $-\frac{۴۱}{۱۳}$ (۷) $-$۳ و $-$۲۴ و $\frac{۲}{۵}$ و ۱۲ و $\frac{۴}{۵}$ (۸) ۶ و $-\frac{۴}{۸۱}$ و ۵ و $\frac{۱۳}{۸۱}$

(۹) ۲ و $-\frac{۲۹}{۲۴}$ و ۴ و $-\frac{۳۳}{۹}$ و $\frac{۵۳}{}$ (۱۰) ۶ و ۰ و ۵ و ۰ (۱۱) $\frac{۲}{۳}$ و ۰ و $\frac{۳}{۲}$ و ۰

(۱۲) ۳ و ۶۲ و ۱/۴ و ۲/۴ (۱۳) ۴ و ۱/۸ و ۸ و ۱/۴ (۱۴) (ا+ب)/ا و ۰ و (ا+ب)/ب و ۰

(۱۵) ا و ب (۱۶) ا و ا(۳ب−ا)/(ا+ب) و ب و ب(۳ا−ب)/(ا+ب)

(۱۷) ا و ۲ا ب۲/(ا۲+ب۲) و ب و ۲ب ا۲/(ا۲+ب۲) (۱۸) ا و ۰ و ۰ و ب

(۱۹) ±۳ ± ۳/√۲ و ±۳ و ± ۱/√۲ (۲۰) ±۵ و ±۴ (۲۱) ±۷ و ±۶

(۲۲) ±۱۵ و ±۷ (۲۳) ±۴ و ±۱۴ و ±۱ و ∓۴ (۲۴) ±۹ و ±۴

(۲۵) ±۳ و ±۳۶ و ±۵ و ±۲۳/۲ (۲۶) ±۹ و ±۳ (۲۷) ±۸ و ±۶

(۲۸) ±۲ و ±۱ (۲۹) ±۹ و ±۸√۲ و ±۷ و ±√۲ (۳۰) ±۴ و ±۱

(۳۱) ۰ و ۱ و ۱۵/۲۲ و ۰ و ۲ و ۹/۲۲ (۳۲) ± ب(ا+۱)/√(۲ا۲+۲) و ± ب(ا−۱)/√(۲ا۲+۲)

(۳۳) ±ا و ±(ا+ب)/√۲ و ±ب و ±(ا−ب)/√۲ (۳۴) ±ا و ±(ا+۱)/√۲ و ±۱ و ±(ا−۱)/√۲

(۳۵) ۶ و −۴ و ۴ و −۶ (۳۶) ۵ و ۴ و ۴ و ۵ (۳۷) ۳ و ۲ و ۲ و ۴

(۳۸) ۴ و −۳ و ۳ و −۴ (۳۹) ۱ و ۲ و ۲ و ۱ (۴۰) ±۴ و ±۳ و ±۳ و ±۳ و ±۴

(۴۱) ۲ و ۱ و ۲/۳ و ۱/۴ (۴۲) ±۵ و ±۳ (۴۳) ۲ و ۱ و −۱ و −۲ و ۱ و ۲ و −۲ و −۱

(۴۴) ۱/۲ و (−۲±√۳)/۲ و (−۱±√۱۳)/۴ و ۱ و −۲ ∓ √۳ و (−۱±√۱۳)/۲

(۴۵) ۳ و −۱/۳ و ۶ و −۲/۳ (۴۶) ۵ و −۵/۴ و ۲ و −۲/۳ (۴۷) ۲ و ۱

(۴۸) ۴ و ۳/۲ و ۱/۴ و −۹/۴ و ۳ و ۹/۲ و −۳/۴ و ۳/۴ (۴۹) ا+ب+۱ و −(۱+ب+ا)/(۱+ا) و ب و −ب/(ا+۱)

(۵۰) ± ا/۳ و ±۳ب (۵۱) ± ا/۲ و ∓۲ب

(۵۲) ۰ و ا+ب و ۱/۲(ا−ب) ± ۱/۲√((ا+۳ب)(ا−ب)) و ۰ و ا+ب

و ۱/۲(ا−ب) ∓ ۱/۲√((ا+۳ب)(ا−ب)) (۵۳) لا = ا ÷ ∛(اب ح) وغیرہ

(۵۴) (لا+ی)(ی+ی)(ی+لا) = ± اب ح وغیرہ (۵۵) ±۱ و ±۲ و ±۳

(۵۶) ۸/۳ و ۳/۲ و ۳/۲ و ۸/۳ و ±۲

اجوبہ نمبری ۳۰

(۳۳) ۱+۴لا+۱۰لا۲+۲۰لا۳+۲۵لا۴+۲۴لا۵+۱۶لا۶

(۳۴) ۴(اب+اد+بح+حد) (۳۵) ۲(ا۲+۲اح+ح۲+ب۲+۲بد+د۲)

(۳۶) ۱+۶لا+۱۵لا۲+۲۰لا۳+۱۵لا۴+۶لا۵+لا۶

(۳۷) ۱-۱۲لا+۶۰لا۲-۱۶۰لا۳+۲۴۰لا۴-۱۹۲لا۵+۶۴لا۶

(۳۸) ۱+۸لا+۲۸لا۲+۵۶لا۳+۷۰لا۴+۵۶لا۵+۲۸لا۶+۸لا۷+لا۸

(۳۹) ۱-۳لا۲+۳لا۴-لا۶ (۴۰) ۱+۳لا+۶لا۲+۷لا۳+۶لا۴+۳لا۵+لا۶

اجوبہ نمبری ۳۲

(۱) ۳ا۲ب۲ (۲) ۲اب (۳) -۴اب۲ (۴) ۲ا۲ب۲ح۲ (۵) -اب۲ح۲

(۶) ۵اب / ۷ح (۷) -۱۶ا۳ / ۵ح۲ (۸) ۳ا / بح (۹) ا / ۲ب۲ (۱۰) ۲ا۲ / ح۲ (۱۱) ۴ا+۵ب

(۱۲) ۷ا۲-۶ب (۱۳) ۶لا۲+۱ (۱۴) ۸ا+۳بح (۱۵) (۲ب+۵ا) / (۲ح+۵ا)

(۱۶) (۳لا۲-۴) / (۲لا-۳) (۱۷) لا۲+لا+۱ (۱۸) ۱-لا+۲لا۲ (۱۹) لا۲+۳لا+۸

(۲۰) لا۲-۲لا-۲ (۲۱) ۱-۲لا+۳لا۲ (۲۲) ۲لا۲-لا-۲

(۲۳) لا۲-الا+۲ا۲ (۲۴) لا۲-الا+ب۲ (۲۵) لا۳-۶لا۲+۱۲لا-۸

(۲۶) لا۳+۲الا۲-۲ا۲لا-ا۳ (۲۷) ۱-لا+لا۲-لا۳+لا۴

(۲۸) ۲لا / ۳ی - ۴لا / ۵ی - ۳ی / ۴ی (۲۹) ۱+لا (۳۰) ۲لا-۳ی (۳۱) ۱-لا+لا۲

(۳۲) لا۲-(ا+ب)لا+اب (۳۳) لا+۱ (۳۴) لا۲-لای+ی۲

(۳۵) ۳۴ (۳۶) ۴۵ (۳۷) ۹۱ (۳۸) ۷۲ (۳۹) ۸۷ (۴۰) ۹۹ (۴۱) ۱۲۳ (۴۲) ۳۲۱

(۴۳) ۴۰۷ (۴۴) ۵۰۰۵ (۴۵) ۴۲ء۹ (۴۶) ۹۱۴ء (۴۷) ۱۲۳۴ (۴۸) ۵۴۲۰

(۴۹) ۱ء۲۰۶ (۵۰) ۵۸ء۷۰ (۵۱) ۸۰۰ء۸ (۵۲) ۷۳۶۹ء۴ (۵۳) ۷۰۰۲ء۱

(۵۴) ۵۰ء۴۰۶ (۵۵) ۲۰۴۸ء۱ (۵۶) ۲۱۳۱۹ء۲ (۵۷) ۴۱۶ء۵۷

(۵۸) ۴۴۳۳۲۹ (۵۹) ۴۸۴۸ء۹ (۶۰) ۲۹۱۴ء۲ (۶۱) ۷۴۵۵۶ء

(۶۲) ۶،۰۹۲۳۳ (۶۳) ۴،۱۲۳۱۰ (۶۴) ۱۱،۳۵۷۸۱ (۶۵) ۱۸،۶۳۴۸۸

(۶۶) ۱۱۹،۵۶۳۳۱ (۶۷) ۲لا + ۳د (۶۸) ۱۲لا^۲ + ۴د^۳ (۶۹) لا − ا − ب

(۷۰) لا^۲ + لا + ۱ (۷۱) لا^۲ − الا − ا^۲ (۷۲) ۲لا^۲ + ۴ح لا − ۳ح^۲

(۷۳) ۱ − ۳لا + ۴لا^۲ (۷۴) ۱ − لا + لا^۲ − لا^۳ (۷۵) ۱ + ۲لا (۷۶) ۳لا − ۱

(۷۷) ۲۷ (۷۸) ۳۵ (۷۹) ۵۴ (۸۰) ۶۱ (۸۱) ۸۸ (۸۲) ۹۲ (۸۳) ۱۳۸

(۸۴) ۱۴۸ (۸۵) ۳۷۸ (۸۶) ۳۹،۲ (۸۷) ۵،۷۶ (۸۸) ۶۰۴،

(۸۹) ۱۱۱ (۹۰) ۲۷۵۵ (۹۱) ۴۵۰۴۵ (۹۲) ۱۷۴۷۹

اجوبہ نمبری ۳۳

(۱) ۱/۳ (۲) ۱/۸ (۳) ۱/۱۰ (۴) ۱۰۰ (۵) ۱/۲۷ (۶) ا^{-۶} (۷) ا^{۶} (۸) ا^{-۲}

(۹) ا^{-۱} (۱۰) ا^{۶/۱۲} (۱۱) لا^{۲/۳} − د^{۳/۲} (۱۲) ا − ب (۱۳) لا^۲ + ۲لا^{۳/۲} + لا − ۳

(۱۴) لا^۲ + ۱ + لا^{-۲} (۱۵) ا^{-۱} − ۱ (۱۶) ا^۲ − ۳ا^{۲/۳} + ۳ا^{-۲/۳} − ا^{-۲}

(۱۷) ا^۲ + ۲ا^{۳/۲} ب^{۱/۲} + اب − لا^{۲/۳} د^{۴/۳} (۱۸) لا^{۵/۲} + لا^{۳/۲} د − لا د^{۳/۲} − د^{۵/۲}

(۱۹) لا^{۱/۲} + لا^{۱/۳} د^{۱/۶} + لا^{۱/۶} د^{۱/۳} + د^{۱/۲} (۲۰) ا^{۲/۳} + ا^{۱/۳} ب^{۱/۳} + ب^{۲/۳}

(۲۱) ۱۶ لا^{-۲/۳} − ۱۲ لا^{-۱/۳} د^{-۱/۳} + ۹ د^{-۲/۳} (۲۲) لا + د (۲۳) ا^{۱/۲} − ا^{۱/۴} ب^{۱/۴} + ب^{۱/۲}

(۲۴) ا^{۱/۲} + ب^{۱/۳} − ح^{۱/۴} (۲۵) لا^{۱/۲} + ۲لا^{۱/۸} ا^{۳/۲} + ۳لا^{۱/۴} ا + ۲لا^{۱/۸} ا^{۳/۲} + ا^۲

(۲۶) لا^{۱/۴} − ۲لا^{۱/۸} د^{۱/۸} + د^{۱/۴} (۲۷) لا^{۱/۴} − ۲لا^{-۱/۴} (۲۸) لا − ۲ − لا^{-۱}

(۲۹) لا^{۴/۳} − ۲لا^{۱/۲} + لا^{۱/۳} (۳۰) ۲لا^{۳/۴} − ۳ + ۴لا^{-۳/۴}

اجوبہ نمبری ۳۴

(۱) ۷√۲ (۲) ۹√۴ (۳) ۸/۳ √۳ (۴) ۳/۴ √۴ (۵) ۱۳√۱۵ / ۱۰

(۶) ۵√۳ / ۲ (۷) ۲ + ۲√۲ − ۲√۳ (۸) ۲ + ۵/۶ √۶

(۹) ۴ + ۵/۲ √۲ (۱۰) ۵ + ۲√۶ (۱۱) (۲۴ − √۱۵) / ۳۲

(۱۲) $\frac{۱}{۷}(۱۸+۹\sqrt{۶}+۴\sqrt{۱۵}+۶\sqrt{۱۰})$ (۱۳) $۳+\sqrt{۵}$

(۱۴) $۳-\sqrt{۷}$ (۱۵) $\sqrt{۶}+\sqrt{۲}$ (۱۶) $\sqrt{\frac{۵}{۲}}$ $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

(۱۷) $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ (۱۸) $۲+\sqrt{۳}$ (۱۹) $\sqrt{۳}$ (۲۰) $\sqrt{۱۰}$

اجوبہ نمبری ۳۵

(۱) $\frac{۲}{۹}$ (۲) $\frac{۷}{۱۲}$ و $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۸}{۹}$ (۳) $\frac{۵}{۲۷}$ (۴) ۱۴ و ۲۱

(۵) ۲۴ و ۳۰ (۶) ۲۰ و ۳۲ (۷) ۱ (۸) ۱۵ و ۱۰ (۹) ۶ و ۸

(۱۰) ۳۵ و ۴۲ (۱۱) ۴ (۱۲) $\frac{ا ب}{ا+ب}$ (۱۳) ۵۰ و ۶۰ و ۹۰ (۱۴) ۲۰ و ۵

اجوبہ نمبری ۳۶

(۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲ (۵) ۴ (۶) ۴ (۷) ۲ و ۲$\frac{۱}{۲}$ (۸) ۵

(۹) ۱ اور ۱− (۱۳) ۴۵ و ۶۰ و ۸۰ (۱۴) ۴ و ۶ و ۹

اجوبہ نمبری ۳۷

(۱) ۴ (۳) ۵:۲ (۴) ۲ (۵) ۴ (۶) ۵ (۷) ۸ (۸) ا ب ح

(۹) $\frac{د ج^{۲}}{ب}$ (۱۰) ۱۱۳$\frac{۱}{۳}$ روپیہ (۱۱) ۱۵ (۱۲) ۱۵۳۶۰ روپیہ

اجوبہ نمبری ۳۸

(۱) ۹۳۶ (۲) ۷۷$\frac{۱}{۲}$ (۳) ۶۹ (۴) ۱۳۹$\frac{۱}{۲}$ (۵) ۳۷$\frac{۱}{۲}$

(۶) ۱۱۵− (۷) ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ (۸) ۱۴$\frac{۱}{۳}$ و ۱۴$\frac{۲}{۳}$ ....

(۹) ۶$\frac{۱}{۲}$ و ۵ ... (۱۰) $-\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۱۲}$ ... (۱۱) ۱۰ و ۴

(۱۲) ۸۲ (۱۳) ۵ و ۹ و ۱۳ و ۱۷ (۱۴) ۵ و ۷ و ۹ (۱۵) ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

(۱۶) ۱۸ و ۱۹ (۱۷) ۷ (۱۸) ۵ (۱۹) ۱ و ۴ و ۷ (۲۰) ۱ و ۲

اجوبہ نمبری ۳۹

(۱) ۱۳۶۵ (۲) ۱۳$\frac{۴}{۹}$ (۳) ۴۰$\frac{۳}{۵}$ (۴) ۱۳($\sqrt{۲}+۱$)

(۵) $\frac{۶۶۵}{۶۴۸}$ (۶) $\frac{۲۶۳}{۵۶}$ (۷) $\frac{۳}{۴}$ (۸) $\frac{۴}{۳}$ (۹) $\frac{۲}{۳}$ (۱۰) ۴ $\frac{۱}{۲}$

(۱۱) $\frac{۵}{۳۴}$ (۱۲) $\frac{۴۱}{۳۳۳}$ (۱۳) $\frac{۲۱۲}{۴۹۵}$ (۱۴) $\frac{۵۵۷}{۱۹۸۰}$ (۱۵) ۴ و ۱۶ و ۶۴

(۱۶) ۱۲۹۸ و ۱۸ و ۲۷ (۱۷) −۹ و ۲۷ و −۸۱ و ۲۴۳

(۱۸) ۳ و ۱۲ و ۴۸ یا ۱۸ و −۵۴ و ۳۶ (۱۹) ۱ و ۳ و ۹ (۲۰) ۳ و ۶ و ۱۲

اجوبہ نمبری ۴۰

(۱) $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲}{۵}$ و ۱ (۲) $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۱۱}$ و $\frac{۱}{۲}$ (۳) ۳ و $\frac{۲}{۵}$ (۴) $\frac{۲}{۱۵}$ و $\frac{۱}{۱۲}$ و $\frac{۲}{۳۳}$

(۵) ۶ و ۱۲ (۶) ۳۶ و ۶۴ (۷) ۱ و ۹ (۸) ۳ و ۹

اجوبہ نمبری ۴۱

(۱) ۱۲۰۴۵۹۶ (۲) ۵۰۴۰ (۳) ۱۲۶ (۴) ۳۰۲۴۰ (۵) ۱۱ (۶) ۱۹۰۰

(۷) ۱۵۵۰۴ و ۳۸۷۶ (۸) ۲۷ و ۹۹

اجوبہ نمبری ۴۲

(۱) $ا^{۱۳}$ − ۱۳ $ا^{۱۲}$ لا + ۷۸ $ا^{۱۱}$ $لا^{۲}$ ۔۔۔ − ۷۸ $ا^{۲}$ $لا^{۱۱}$ + ۱۳ ا $لا^{۱۲}$ − $لا^{۱۳}$

(۲) ۲۴۳ − ۸۱۰ لا + ۱۰۸۰ $لا^{۲}$ − ۷۲۰ $لا^{۳}$ + ۲۴۰ $لا^{۴}$ − ۳۲ $لا^{۵}$

(۳) ۱ − ۱۴ ی + ۸۴ $ی^{۲}$ − ۲۸۰ $ی^{۳}$ + ۵۶۰ $ی^{۴}$ − ۶۷۲ $ی^{۵}$ + ۴۴۸ $ی^{۶}$ − ۱۲۸ $ی^{۷}$

(۴) $لا^{ن}$ + ۲ن $لا^{ن-۱}$ ی + ۲ن(ن−۱) $لا^{ن-۲}$ $ی^{۲}$ + $\frac{۴ن(ن-۱)(ن-۲)}{۳}$ $لا^{ن-۳}$ $ی^{۳}$

(۵) ۱ + ۴لا + ۲$لا^{۲}$ − ۸$لا^{۳}$ − ۵$لا^{۴}$ + ۸$لا^{۵}$ + ۲$لا^{۶}$ − ۴$لا^{۷}$ + $لا^{۸}$

(۶) ۱ + ۵لا + ۱۵$لا^{۲}$ + ۳۰$لا^{۳}$ + ۴۵$لا^{۴}$ + ۵۱$لا^{۵}$ + ۴۵$لا^{۶}$ + ۳۰$لا^{۷}$ + ۱۵$لا^{۸}$ + ۵$لا^{۹}$ + $لا^{۱۰}$

(۷) ۱ − ۸لا + ۲۸$لا^{۲}$ − ۵۶$لا^{۳}$ + ۷۰$لا^{۴}$ − ۵۶$لا^{۵}$ + ۲۸$لا^{۶}$ − ۸$لا^{۷}$ + $لا^{۸}$

(۸) ۲۲۵۹ (۹) ۱۵۹۰ (۱۰) لا = ۲ و ی = ۳ و ن = ۵

(۱۱) لا = ۴ و ی = $\frac{۱}{۲}$ و ن = ۸ (۱۲) $ا^{\frac{۱}{۲}}$ − $\frac{ا^{-\frac{۱}{۲}} لا}{۲}$ − $\frac{ا^{-\frac{۳}{۲}} لا^{۲}}{۸}$ − $\frac{ا^{-\frac{۵}{۲}} لا^{۳}}{۱۶}$ − $\frac{۵ ا^{-\frac{۷}{۲}} لا^{۴}}{۱۲۸}$

(۱۳) ۱ + $\frac{لا}{۲}$ + $\frac{لا^{۲}}{۳}$ + $\frac{۱۳ لا^{۳}}{۵۴}$ (۱۴) ۱ + ۲لا + ۴$لا^{۲}$ + ۸$لا^{۳}$ + ۔۔۔

(۱۵) ر + ۱ (۱۶) ـ $\frac{۱۹ \times ۱۵ \times ۱۱ \times ۷ \times ۳}{}$ (۳ لا)$^{-\frac{۳}{۴}}$ ۔ ہ ی

(۱۷) ا$^{\frac{۸}{۳}}$ + ۱۰ ا$^{\frac{۵}{۳}}$ ب + ۴۵ ا$^{\frac{۲}{۳}}$ ب^{۲} + $\frac{۱۰۴۰}{۳}$ ا$^{\frac{۱۹}{۳}}$ ب^{۳} + $\frac{۴۹۴۰}{۳}$ ا$^{\frac{۲}{۳}}$ ب^{۴}

(۱۸) $\frac{(ر+۱)(ر+۲)(ر+۳)}{۱ \times ۲ \times ۳}$ (۱۹) ۱ + $\frac{۱}{۲}$ لا + $\frac{۳}{۸}$ لا^{۲} ـ $\frac{۳}{۱۶}$ لا^{۳}

(۲۰) ۱ + $\frac{لا}{۲}$ ـ $\frac{لا^{۲}}{۸}$ ـ $\frac{۷ لا^{۳}}{۱۶}$

اجوبہ نمبری ۴۳

(۱) ۴۲۱۳۲۰ (۲) ۲۲۴۰۰ (۳) ۱۰۱۰۰۱۰۱۱ (۴) ۲۰۷۴

(۵) ۲۵۹۲۵۴ و (۶) اساس ۸ ہے (۷) اساس ۶ ہے

(۸) ۱۲ گ ۹ اور وگ (۹) اساس ۵ ہے (۱۰) گ گ گ

اجوبہ نمبری ۴۴

(۱) $\frac{ب ـ ح}{ا}$ (۲) ن = $\frac{۱}{ر}$

متفرقات سوالات کے جواب

(۱) ۲۹۷ و ۶۹۳ و ۱۴ (۲) ۱۴ لا ـ ۱۵ ی

(۳) ۹ ـ ۳۰ لا + ۷۳ لا^{۲} ـ ۲۰ لا^{۳} + ۴ لا^{۴}

(۴) ۱ + لا ـ لا^{۳} ـ لا^{۴} و ۱ ـ لا + لا^{۳} ـ لا^{۴} (۵) $\frac{۲ لا^{۲} + ۳ لا ـ ۴}{۳ لا ـ ۴}$

(۶) (۴ لا^{۲} ـ ۹) (۹ لا^{۲} ـ ۴) (۷) $\frac{۲}{ا}$ (۸) ۳ (۹) ۲۴۰ و ۳۶۰

(۱۰) ۲ روپیہ و ۲ $\frac{۲}{۳}$ روپیہ (۱۱) $\frac{۳ لا^{۲}}{۴}$ + $\frac{۵ لا ی}{۴}$ + $\frac{۷ ی^{۲}}{۴}$ و لا + $\frac{۳ لا ی}{۴}$ + $\frac{۳ ی^{۲}}{۲}$

(۱۲) ۱ (۱۳) ۳ $\frac{۲}{۵}$ (۱۴) ۲ لا^{۲} ـ لا ی ـ ۲ ی^{۲} (۱۵) $\frac{لا^{۲} ـ لا ـ ۱}{لا^{۲} + لا + ۱}$

(۱۶) (لا ـ ۱۰) (لا + ۱) (لا + ۳) (۱۷) $\frac{۵۹}{(لا ـ ۱۰)(لا + ۱)(لا + ۳)}$

(۱۸) ۵ (۱۹) ۷ (۲۰) ۴۰ روپیہ (۲۱) ۲ ا ـ ۲ ب ـ لا ـ ۲ ی

و ا + ۳ ب + ۴ لا + ۴ ی (۲۲) ۱۱ (۲۳) لا^{۲} ـ ا^{۲} (۲۴) $\frac{لا^{۳}}{۴}$ + $\frac{لا}{۳}$ ـ $\frac{۱}{۲}$

(۲۵) لا^{۲} ـ ۲ (۲۶) $\frac{ا ب ـ ب^{۲}}{ا ۴ ـ ب^{۲}}$ (۲۷) (لا^{۲} ـ ۱) (لا^{۲} ـ ۴) (۲۸) ۶

(۲۹) ۱۴ ر ۲۱ روپے ۵ آنہ ۲/۱ (۳۰) ۱۰۰ (۳۱) ۱ (۳۲) (لا۲ − ا۲) (لا۲ − ب۲)

و (لا − ا) (لا − ب) (۳۳) ۴ لا۴ − ۲ لا۳ ی + لا۲ ی۲ − لا ی۳ + ی۴/۴ (۳۴) لا − ۲

(۳۵) ۳ (۴ لا − ی) / ۲ (۳ لا۲ + ی۲) (۳۶) ۱ (۳۷) ۴ (۳۸) ۲ (۳۹) ۳۰ منٹ

(۴۰) ۱۸ روپیہ ۶ روپیہ (۴۱) ۱۰ لا + ۱۰ ی (۴۲) ۷ لا۲ − ۲ لا ی + ی۲ و

− لا۲ − ۶ لا ی + ۷ ی۲ و ۱۲ لا۴ − ۱۰ لا۳ ی − لا۲ ی۲ + ۲۰ لا ی۳ − ۱۲ ی۴

(۴۳) ا + ب − ج (۴۴) لا۲ + ۱ (۴۵) ۱/(لا + ۱) (۴۶) (لا۲ − ۴) (لا۲ − ۹).

(۴۷) (لا۲ + لا + ۲) / (۲ لا۲ + لا − ۱) (۴۸) ۱ (۴۹) ۱۶/۲۵ (۵۰) ۳۰ سیر

(۵۱) ۳ ا۴ − ۵ ا۳ ب − ۱۲ ا۲ ب۲ − ۱ اب۳ + ۳ ب۴ و ۳ ا۴ − ۸ ا۳ ب − ۴ ا ب۳ + ۳ ب۴

(۵۲) ۲ لا − ۵ (۵۳) ۲ (۵۴) ۲ (۵۵) ا(ا + ب)/ب (۵۶) ا ور ۲ (۵۶) ۳ و ۶

(۵۷) ۵ و ۸ (۵۸) ۴ و ۵ و ۲ (۵۹) (ا۲ + ب۲)/(ام + بان) و (ا۲ + ب۲)/(بم − اان) (۶۰) ۴/۵

(۶۱) لا۲ + لا۲ + ۱ + ۱/لا۲ + ۱/لا۲ (۶۲) (۱۱ لا + ۲)/(۷ لا۲ + ۷ لا + ۲) (۶۳) ۲ لا ا/(لا۲ + ۱) (۶۴) ۱

(۶۵) ۴ و ۳ (۶۶) ۲ و ۴ (۶۷) ۳ و − ۳ (۶۸) ۳

(۶۹) ۲ (۷۰) ۲۰ و ۴۰ برس (۷۱) ۱ (۷۲) (۳ لا − ۱)/(۲ لا − ۱) و ۸/۵

(۷۳) (لا − ۲) (لا − ۱) و (لا − ۲) (لا − ۵) و (لا − ۱) (لا − ۵)

(۷۴) ۰ (۷۵) ۲/۵ (۷۶) ۱۴/۳ و ۴/۳ (۷۷) ۳ ر ۲

(۷۸) ۳ لا۲ − لا + ۱ (۸۲) (لا۲ − ۴ ی۲)۳ (۸۳) ۳ و − ۲ (۸۴) ۵

(۸۵) ۷۴ یا ۴۷ (۸۶) ۴۵ بوتل (۸۷) ۴ لا۳ − ۳ لا ی۲ + ۵ ی۳

(۸۸) ۲ ۵ ۴/۵ (۸۹) ۹۰۴۸۵۴ (۹۱) لا − ی (۹۲) ۸ (لا۲ + ی۲) و

۴۸ (لا۴ − ی۴) (۹۳) (لا۳ + ۳ ی۲)/(لا۲ − ی۲) (۹۴) ۱ (۹۵) ۴ و ۶۵ (۹۶) ۳ و ۵/۳

(۹۷) ۲۰ میل (۹۸) قیمت حال ۳ پائی فی درجن

(۹۹) ۱۸ (۱ − ۱/۳) و ۱۸ (۱۰۰) ۴۵ و ۱۶ (۱۰۱) لا۲ − ا و

(۲۸۳) $\frac{لا-۶د}{لا-۱۱د}$ − $\frac{۴لاک}{لا^۲-ک^۲}$ (۲۸۴) (۱) ۴ (۲) ۶ و ۴ (۳) ۵ و $\frac{۲}{۳}$

(۲۸۵) (۱) $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۷}{۵}$ (۲) ۲ و ۱ و −۱ و ۱ و −$\frac{۱}{۲}$ (۳) ۱ و $\frac{۵۳}{۱۹}$ و −۲ و $\frac{۴۷}{۱۹}$

(۲۸۶) دوسری کشتی ۱۶ منٹ (۲۸۷) ۳ فیٹ و ۲ فیٹ (۲۸۹) ۱۸ فیٹ

(۲۹۰) $\frac{ن}{۲}\left(\frac{۲}{لا+۱}+\frac{(ن-۱)لا}{۱-لا^۲}\right)$ (۲۹۱) ۰ (۲۹۲) $ب^۲$ (۲۹۴) $\frac{لا^۲+۳}{لا^۲+۲لا+۳}$

(۲۹۵) (۱) ۴ (۲) ۶۱ و ۷۳ (۳) ۱۴ و ۸ (۲۹۶) (۱) ۷ و −۸ (۲) ۷ و −$\frac{۲۹}{۴}$

(۳) ۱ و ۵ (۲۹۷) ۴۴ منٹ (۲۹۸) ۴$\frac{۱}{۲}$ گھنٹہ دھار برابر اور ۷$\frac{۱}{۲}$ گھنٹہ برخلاف

دھار کے (۲۹۹) ۱ − $\frac{۱}{۲}$ب و ۱ + $\frac{۱}{۲}$ب (۳۰۰) ۳ و −۱